УДК 538,56;539.12

ЯВЛЕНИЕ ТОРЦЕВОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ КОНЕЧНОЙ СТОПКИ ПЛАСТИН ПРИ БОЛЬШИХ ЭНЕРГИЯХ ЧАСТИЦЫ

Г. М. ГАРИБЯН, ЯН ШИ

Ереванский физический институт

А. Л. АВАКЯН

Ереванский политехнический институт

(Поступила в редакцию 5 января 1983 г.)

Показано, что при больших энергиях частицы, в частотном спектре переходного излучения стопки, состоящей из конечного числа пластин, возникают новые ненасыщающиеся максимумы, обусловленные интерференцией излучения на торцах стопки. Эти максимумы приводят к росту полной интенсивности переходного излучения с увеличением лоренц-фактора частицы.

1. Введение

Как известно, полная интенсивность рентгеновского переходного излучения, образованного на границе раздела сред, линейно зависит от лоренцфактора у заряженной частицы [1, 2]. Для пластины конечной толщины и указанная линейная у зависимость постепенно ослабевает и при $\gamma \gg a \omega_0/c$ (ω_0 — плазменная частота вещества пластины, с — скорость света) становится приблизительно логарифмической. В случае же регулярной стопки, состоящей из большого числа N пластин, существовало представление (см., например, [3—5]), что при достаточно больших значениях у как полная, так и частотная интенсивности излучения выходят на насыщение, т. е. перестают зависеть от у.

Вместе с тем при достаточно больших значениях γ зоны формирования излучения для соответствующих частот ω становятся большими по сравнению как с толщиной *a* отдельных пластин стопки, так и с расстоянием *b* между пластинами. А поскольку реальная стопка всегда состоит из конечного числа пластин, т. е. имеет конечный продольный размер, то при соответствующих значеиях γ и ω стопка начинает излучать как одна эквивалентная пластина с конечной толщиной N(a+b) [6—8], и, следовательно, частотная и полная интенсивности излучения не должны насыщаться, а должны продолжать монотонно расти с увеличением γ [8]. Кроме того, когда зона формирования излучения (для «усредненного» вещества стопки) станет порядка продольного размера стопки, в принципе может возникнуть интерференция излучения на торцах стопки, и в частотном спектре должны появиться новые максимумы, не насыщающиеся с ростом γ .

Эти ненасыщающиеся максимумы в частотном спектре излучения, обусловленные «торцевой интерференцией» в стопке, ранее не исследовались ни теоретически, ни экспериментально. В [3-5] для вычисления частотного спектра использовалась приближенная формула, которая непоименима в случае, когда зона формирования становится порядка продольного размера стопки (подробнее см. ниже). Корректная формула для вычисления спектра была предложена еще в [9-11], однако она специально не использовалась для исследования явления торцевой интерференции.

В настоящей работе проводится такое исследование. Найдены ненасышающиеся максимумы, обусловленные торцевой интерференцией, и выяснена у-зависимость суммарной интенсивности излучения с учетом указанных максимумов. Общий анализ подтверждается и иллюстрируется численным расчетом. Полученные результаты имеют принципиальное значение с точки зрения теории переходного излучения и его практическогоиспользования для идентификации частиц с большими значениями у.

2. Насыщение по приближенной формуле

Пои расчете частотной интенсивности и полной энергии рентгеновского переходного излучения (РПИ), образованного в регулярной стопке, состоящей из большого числа N пластин с малым поглощением, обычно пользуются приближенной формулой в виде суммы ряда [12, 13] (см. также [3]):

$$\frac{dW}{d\omega} = \sum_{n=1, 2, 3, \dots} \frac{4 e^2 N_{9\varphi\varphi} |1-\varepsilon|^2}{\omega (a+b)} \vartheta_n^2 \times \frac{(1-e^{-\eta a/2})^2 + 4 e^{-\eta a/2} \sin^2 \left[\frac{\omega a}{4c} \left(\vartheta_n^2 + \gamma^{-2} + \omega_0^2/\omega^2\right)\right]}{(\vartheta_n^2 + \gamma^{-2})^2 |\vartheta_n^2 + \gamma^{-2} + 1 - \varepsilon|^2} \equiv \sum_{n=1, 2, 3, \dots} B_n, \quad (1)$$

$$N_{s\phi\phi} = \frac{(1 - e^{-N\eta a})}{(1 - e^{-\eta a})},$$

$$\vartheta_n^2 = \frac{4\pi c}{\omega (a+b)} (n - A + \text{entier} (A)),$$

$$A = \frac{\omega (a+b)}{4\pi c} \left[\frac{a\omega_0^2}{(a+b)\omega^2} + \gamma^{-2} \right],$$
(2)

L

(3)

 η и $\varepsilon = 1 - \omega_0^2/\omega^2 + i\eta c/\omega$ — соответственно линейный коэффициент поглощения и комплексная дивлектрическая проницаемость вещества пластин, е — заряд частицы, entier (А) — наибольшее целое число, не превышающее значение А. Пластины стопки расположены в вакууме, у≫1.

Согласно формуле (1) величина dW/dw становится не зависящей от у при достаточно больших значениях у. В связи с этим говорят о насыщении спектра и полной энергии РПИ в стопке [3—5]. В случае, когда b≫а и N_{вфф} >> 1, насыщение наступает при значениях [5]

$$r > \frac{\sqrt{ab} \omega_0}{c}$$

198

3. Корректная формула для конечной стопки

Однако анализ показывает [14, 9], что формула (1) не всегда адекватно описывает спектральную интенсивность излучения в стопке, состоящей из конечного числа пластин. В действительности эта величина определяется как интеграл по углу Ф от частотно-углового распределения интенсивности

$${}^{2}W = \frac{2 e^{2}}{\pi c} \frac{|1-\epsilon|^{2} \vartheta^{3}}{(\gamma^{-2}+\vartheta^{2})^{2} |\gamma^{-2}+\vartheta^{2}+1-\epsilon|^{2}} F_{na} F_{cr}, \qquad (4)$$

$$F_{na} = (1 - e^{-\eta a/2})^{2} + 4 e^{-\eta a/2} \sin^{2} \left[\frac{\omega a}{4c} \left(\vartheta^{2} + \gamma^{-2} + \omega_{0}^{2} / \omega^{2} \right) \right],$$

$$F_{cr} = \frac{(1 - e^{-N\eta a/2})^{2} + 4 e^{-N\eta a/2} \sin^{2} NX}{(1 - e^{-\eta a/2})^{2} + 4 e^{-\eta a/2} \sin^{2} X},$$

$$X = \frac{\omega (a + b)}{4c} \left[\frac{a \omega_{0}^{2}}{(a + b) \omega^{2}} + \gamma^{-2} + \vartheta^{2} \right].$$
(5)

При значениях

TAC

$$V_{s\phi\phi} \gg 1$$
 (6)

интерференционный фактор F_{cr} состоит из отдельных резких максимумов ("резонансов"), приходящихся на углы ϑ_n (см. (2)). Если выполняется также условие [14, 9]

$$\frac{N_{s\phi\phi}(a+b)\omega}{c\gamma^2} \gg 1,$$
(7)

фактор F_{cr} можно заменить на сумму соответствующих δ -функций^{*}. Тогда после интегрирования по ϑ мы получим (1). При увеличении γ условие (7) перестает выполняться. Тогда указанную замену в окрестности первого максимума, соответствующего углу ϑ_i , вообще говоря, делать нельзя, и частотная интенсивность излучения в этом случае должна спределяться формулой [9] (условие (6) предполагается выполненным)

$$\frac{dW}{d\omega} = \int_{0}^{\vartheta_{1}} \frac{d^{2}W}{d\omega d\vartheta} d\vartheta + \sum_{n=2,3,\dots} B_{n}, \qquad (8)$$

где $\vartheta_1 = \sqrt{(\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2)/2}$, а знак суммы означает суммирование по формуле (1) без первого слагаемого, соответствующего n = 1.

Интеграл, входящий в (8), при больших у продолжает увеличиваться с ростом у из-за максимума подынтегральной функции (4) при $\vartheta \sim \gamma^{-1}$, характерного для переходного излучения, образованного на каждой границе раздела сред. В общем случае получить аналитическое выражение этого интеграла не удается. Однако при достаточно больших у его можно вычислить с хорошей точностью.

Пусть

$$\frac{N(a+b)\omega}{4c\gamma^2}\ll 1,$$

* Этот вопрос обсуждался также в работах [15, 16].

199

(9)

и, кроме того, пусть существует угол ϑ_i , такой, что, с одной стороны,

$$\vartheta_{lj} \gg \gamma^{-1},$$
 (10)

а с другой

$$\frac{N(a+b)\omega\vartheta_l^2}{4c}\ll 1.$$
 (11)

Тогда при $\vartheta \leq \vartheta_l$ произведение $F_{n,a}F_{cr}$ в формуле (4) можно заменить на фактор

$$F_{\pi\pi}^{3K8} = (1 - e^{-N\eta a/2})^2 + 4 e^{-N\eta a/2} \sin^2\left(\frac{Na\omega_0^2}{4\omega_c}\right), \qquad (12)$$

не зависящий от 8.

Интеграл в формуле (8) можно разбить на два: от нуля до ϑ_i и от ϑ_i до ϑ_1 . Первый интеграл после указанной замены $F_{na}F_{cr}$ на F_{na}^{3KB} можно вычислить аналитически. Второй интеграл с хорошей точностью равен слагаемому суммы (1), соответствующему n = 1. В результате получим

$$\frac{dW}{d\omega} = \int_{0}^{0^{1}} \frac{d^{2}W}{d\omega d\vartheta} \, d\vartheta + \sum_{n=1, 2, 3, \cdots} B_{n}, \qquad (13)$$

где (при $\eta c/\omega \ll \omega_0^2/\omega^2)$

$$\int_{0}^{\mathfrak{d}^{2}} \frac{d^{2} W}{d\omega d\vartheta} d\vartheta = \frac{e^{2}}{\pi c} \left[\frac{2+p}{p} \ln \frac{\vartheta_{l}^{2} \gamma^{2} (p+1)}{\vartheta_{l}^{2} \gamma^{2} + p} - \frac{\vartheta_{l}^{2} \gamma^{2}}{\vartheta_{l}^{2} \gamma^{2} + p} - 1 \right] F_{uu}^{\mathfrak{sks}},$$

$$p = \frac{\omega_{0}^{2} \gamma^{2}}{\omega^{4}}.$$
(14)

Из формул (13) и (14) явно видно, что при достаточно больших у частотная интенсивность переходного излучения, образованного в стопке из конечного числа пластин, логарифмически растет с увеличением у.

4. Торцевая интерференция и ненасыщающиеся максимумы

Выясним, в какой частотной области спектр излучения существенно зависит от ү. Известно, что с возрастанием ү увеличиваются зоны формирования переходного излучения

$$z_{\text{Bak}}(\vartheta) = \frac{2\pi c}{\omega \left(\gamma^{-2} + \vartheta^2\right)}$$
(15)

$$|z_{\text{sem}}(\vartheta)| = \left| \frac{2 \pi c}{\omega \left(\gamma^{-2} + \vartheta^2 + 1 - \varepsilon \right)} \right|. \tag{16}$$

Как было показано в [6], когда эти зоны намного превышает b и a

$$z_{\text{Bak}}(\vartheta) \gg b, |z_{\text{Bern}}(\vartheta)| \gg a,$$
 (17)

формула (4) упрощается и совпадает с соответствующей формулой для одной эквивалентной пластины с толщиной аэкв, плазменной частотой Фузкв и линейным коэффициентом поглощения 7/экв:

200

H

$$a_{sxs} = N(a+b), \ \omega_{0 sxs} = \sqrt{\frac{a}{a+b}} \ \omega_{0}, \ \eta_{sxs} = \frac{a}{a+b} \ \eta.$$
(18)

С другой стороны, при значениях

$$\gamma > \frac{a\omega_0}{c}$$
 (19)

в частотном спектре РПИ, образованного в одной отдельной пластине, при частотах [14]

$$\omega_n^{n,n} = \frac{\alpha \omega_0^2}{2 \pi c (2 n+1)} \quad (n = 0, 1, 2, \cdots)$$
 (20)

появляются максимумы, обусловленные интерференцией на границах этой пластины (из (19) и (20) видно, что $\omega_n^{nn} < \omega_0 \gamma$).

Физически совершенно ясно, что когда стопка излучает как одна эквивалентная пластина и если ее толщина меньше длины поглощения ($Na\eta \ll 1$), то должна возникнуть интерференция излучений на границах эквивалентной пластины, т. е. на торцах стопки. Такая «торцевая интерференция» должна привести к дополнительным максимумам.

Найдем частоты $\omega_n^{\text{тори}}$, соответствующие этим дополнительным максимумам. Подставив a_{3KB} и $\omega_{0,3KB}$ (см. (18)) в (20) вместо a и ω_{0} , получим

$$\omega_n^{\text{ropu}} = \frac{N a \omega_0^2}{2 \pi c (2 n + 1)} \quad (n = 0, 1, 2, \cdots).$$
(21)

Условие возникновения этих максимумов получается из (19) аналогичной подстановкой и имеет вид

$$\gamma > \frac{N\sqrt{a(a+b)}\omega_0}{c} \cdot$$
 (22)

Поскольку при этих частотах вся стопка излучает как одна эквивалентная пластина (по крайней мере для углов $\vartheta \sim \gamma^{-1}$), соответствующие интенсивности, с возрастанием γ должны монотонно расти, как это имеет место в случае одной отдельной пластины [8].

Частоты (21) можно получить также из формулы (12). Действительно, если $N\eta a \ll 1$, то

$$F_{na}^{\mathfrak{skB}} \approx 4 \sin^2 \left(\frac{N a \omega_0^2}{4 \omega_c} \right), \qquad (23)$$

и из условия максимума этой величины получаем частоты (21).

Указанные дополнительные максимумы в спектре переходного излучения больших частот, являясь эффектом торцевой интерференции в конечной стопке, естественно, не могут иметь места в идеализированной бесконечной слоистой среде, описываемой формулой (1).

5. Численный расчет и обсуждение

Для иллюстрации на рис. 1 приведены типичные кривые угловой зависимости величины $d^2W/d\omega d\vartheta$ (см. (4)) для конечной столки (a=30 мкм, b = 500 мкм, N = 50) при $\gamma = 10^5$, 10^6 . Выбранная частота ($\hbar \omega = 500$ кэВ) соответствует максимуму частотного спектра (см. рис. 2), обусловленному торцевой интерференцией (формула (21) при n = 0). На рис. 1 видно, что имеются острые максимумы, которые практически не зависят от γ для всех $\gamma \ge 10^5$. Положения этих максимумов определяются формулой (2) при n = 1, 2, ... и отмечены на рисунке стрелками. Видно также, что частотноугловая интенсивность (4) излучения в реальной стопке, состоящей из конечного числа пластин, при углах $\vartheta \sim \gamma^{-1}$ увеличивается с ростом γ . Со-



Рис. 1. Частотно-угловое распределение интенсивности рентгеновского переходного излучения, образованного в стопке пластин (a = 30 мкм, b = 500 мкм, N = 50, вещество пластин — легкое, типа полиэтилена, $h_{\omega_0} = 20$ зВ, энергия квантов излучения $h_{\omega} = 500$ кзВ). Сплошная кривая соответствует случаю $\gamma = 10^5$, а точечная — $\gamma = 10^6$.

вершенно ясно, что вкладом этой части излучения не всегда можно пренебречь по сравнению с вкладами максимумов при углах ϑ_n . Когда выполняются условия (17), т. е., когда вся конечная стопка излучает как одна эквивалентная пластина, этот вклад при $\vartheta \sim \gamma_n^{-1}$ является даже определяющим.

На рис. 2 представлены спектры РПИ для конечной стопки с теми же параметрами при значениях $\gamma = 10^2 \div 10^8$. Спектры рассчитаны по формуле (8), когда выполняется условие (6). В противном случае (т. е. когда число $N_{s\phi\phi}$ невелико, что, в основном, имеет место при энергиях квантов до 10 кэВ) они получены непосредственным интегрированием функции (4) по всему интервалу эффективных углов излучения. На рисунке видно, что на частотах $\hbar\omega \approx 3,3$; 10 кэВ спектры имеют максимумы (при $\gamma \ge 10^3$), обусловленные интерференцией излучений внутри каждой из пластин стопки. Частотная интенсивность в этих максимумах очень слабо зависит от γ при $\gamma \ge 10^4$, в то время как в минимуме ($\hbar\omega \approx 2,5$ кэВ) она продолжает несколько увеличиваться с ростом γ . Кроме того, видно также, что при $\gamma \ge 10^6$ (когда имеет место условие (22)) возникают новые максимумы на частотах $\hbar\omega \approx 100$, 167 и 500 къВ (формула (21) соответственно при n = 2, 1 и 0). Частотные интенсивности излучения в этих максимумах не насыщаются, а существенно возрастают с увеличением γ .

Для сравнення были также рассчитаны спектры РПИ по формуле (1) при тех же параметрах стопки (в области $\hbar \omega > 10$ къВ, где $N_{s\phi\phi} \gg 1$). При $\gamma \ll 10^5$, когда условие (22) не имеет места, результаты двух расчетов совпадают. При $\gamma \ge 10^5$ (см. (3)) спектры, вычисленные согласно (1) для рассматриваемой стопки, выходят на насыщение и совпадают со спектром при $\gamma = 10^5$. В этом случае результат корректного расчета по формуле (8) в области новых максимумов ($\hbar \omega \approx 100 \div 500$ къВ) превышает результат 202

расчета согласно (1) приблизительно в $3 \div 20$ раз для $\gamma = 10^6$ и $5 \div 70$ раз для $\gamma = 10^7$.



Рис. 2. Частотный спектр переходного излучения, образованного в стопке пластин (a = 30 мкм, b = 500 мкм, N = 50). Цифры у кривых обозначают $\lg \gamma$.

Рис. 3. То же, что на рис. 2, для случая a=b=5 мкм, N=10.

Насыщение интенсивности излучения согласно формуле (1) напоминает поведение интенсивности излучения Вавилова-Черенкова, которая также перестает зависеть от у при больших у. Такая аналогия не случайна. Она обусловлена тем, что при выводе формулы (1) стопка предполагалась бесконечно толстой. Углы ϑ_n (см. (2)), на которые приходятся резонансы в частотно-угловом распределении интенсивности (4), удовлетворяют условию розникновения «параметрического черенковского излучения» [17] (при $\varepsilon = 1 - \omega_0^2/\omega^2$), являющегося аналогом излучения Вавилова-Черенкова в бесконечной периодической среде [18].

Отсутствие же насыщения частотной интенсивности излучения реальной конечной стопки пластин, как показано выше, математически связано с наличием интеграла в корректной формуле (8), а физически — с наличнем торцов стопки.

Частотные спектры для стопки с другими значениями параметров (a = b = 5 мкм, N = 10) приведены на рис. 3. Из-за меньших значений a, b и N ненасыщающиеся максимумы, обусловленные торцевой интерференцией, появляются при меньших значениях γ ($\gamma \ge 10^4$) и при более низких частотах ($h\omega \approx 4 \div 20$ квВ).

Отсутствие насыщения в частотной интенсивности (при достаточно больших у и в области частот (21)) приводит, естественно, также к отсутствию насыщения в полной энергии излучения, если область регистрируемых частот охватывает частоты (21). Как хорошо видно на рис. 4, полная энергия излучения заметно увеличивается с возрастанием у при выполнении условия (22), в то время как по формуле (1) она насыщается (штриховые кривые) при значениях, удовлетворяющих (3).

Представляется естественным, что явление торцевой интерференции должно иметь место также и в случае нерегулярной стопки, где пластины имеют неодинаковые толщины и расстояния между пластинами.



Рис. 4. Зависимость полной интенсивности ћω ≥ 2 кэВ) переходного излучения, образованного в стопке пластин (а = 30 мкм. $b = 500 \text{ MKM}, h_{\Theta_0} = 20 \text{ sB}$ or Appendi-dag. тора у частицы. Цифры у кривых обознача ют число пластин в стопке. Стрелка 1 соответствует значению астрелка 2-

 $Vab \omega_0 | c$, стрелкя $3 - N Va(a+b) \omega_0 | c$.

Авторы благодарят А. Ц. Аматуни за интерес к работе и многочисленные ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Гарибян Г. М. ЖЭТФ, 37, 527 (1959).
- 2. Барсуков К. А. ЖЭТФ, 37, 1106 (1959).
- 3. Тер-Микаелян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Изд. АН АрмССР, Ереван, 1969.
- 4. Artru X., Yodh G. B., Mennessier G. Phys. Rev., D 12, 1289 (1975).
- 5. Cherry M. L. Phys. Rev., D 17, 2245 (1978).
- 6. Гасибян Г. М. Научное сообщение ЕФИ-27 (73), 1973.
- 7. Durand L. Phys. Rev., D 11, 89 (1975).
- 8. Avakian A. L., Geribian G. M., Yang C. Phys. Lett., 64A, 243 (1977). 9. Гарибян Г. М., Геворіян Л. А., Ян Ши. Изв. АН АрмССР, Физика, 9, 284 (1974).
- 10. Garibian G. M., Gevorgian L. A., Yang C. NIM, 125, 133 (1975).
- 11. Авакян А. Л., Ян Ши. Труды Международного симпознума по переходному излучению частиц высоких энергий, Ереван, 1977, с. 592.
- 12. Тер-Микаелян М. Л., Газавян А. Д. ЖЭТФ, 39, 1693 (1960).
- 13. Гарибян Г. М., Гольдман И. И. ДАН АрмССР, 31, 219 (1960).
- 14. Гарибян Г. М. ЖЭТФ, 60, 39 (1971).
- 15. Cherry M. L. et al. Phys. Rev., D 10, 3594 (1974).
- 16. Зацепин В. И. Proceedings of the XIII International Conference on Cosmic Rays, Denver, 1973, vol. IV, p. 1282.
- 17. Файнберг Я. Б., Хижняк Н. А. ЖЭТФ, 32, 885 (1957).
- 18. Casey K. F., Yen C., Kaprielian Z. A. Phys. Rev., 140, 768 (1965).

ԱՆՅՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՑԹՄԱՆ ԿՈՂՄՆԱՅԻՆ ԻՆՏԵՐՖԵՐԵՆՑԻԱՅԻ ԵՐԵՎՈԳՅԹԸ ՎԵՐՋԱՎՈՐ ԹՎՈՎ ԹԻԹԵՂՆԵՐԻ ՇԵՐՏՈՒՄ՝ ՄԱՍՆԻԿԻ ՄԵԾ էՆԵՐԳԻԱՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՑԱՆ, ՑԱՆ ՇԻ, Ա. Լ. ԱՎԱԳՑԱՆ

валу է трешов, пр убрушцар рупу рррациор убраты аво сиврарије ашибрур шидалamily governed the second marked and the second and the second of the second second and the second սիմումներ, պայմանավորված շերտի կողմերից առաջացած ճառադայթումների ինտերֆերենցիալով։ Այդ մաթսիմումները մասնիկի լորենց-ֆակտորի անմանը ղուգընթաց առաջ են բերում անցումային ճառաղայթման լրիվ ինտենսիվության աճ։

THE INTERFERENCE PHENOMENON OF TRANSITION RADIATION FROM HIGH ENERGY PARTICLES ON BUTT ENDS OF A FINITE STACK OF PLATES

G. M. GARIBIAN, C. YANG, A. L. AVAKYAN

It is shown that in the frequency spectrum of transition radiation from high energy particles on a stack containing finite number of plates, there arise new nonsaturating maxima due to the radiation interference on the butt ends (end face planes) of the stack. These maxima lead to the growth of total intensity of transition radiation with the increase in paticle Lorents-factor.

· million and the second of the second s

THIS MEANIN ASSAULTERING TO STATE

and a fines there is any the state of

The state of the s

in Londo are related and another of the second state of the second

E. A. HALLARD BARDER E.