

ПОЛЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ, ДВИЖУЩЕЙСЯ
ПО ОСИ КАНАЛА В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

О. С. МЕРГЕЛЯН

Рассмотрено излучение заряда, движущегося по оси канала радиуса r_0 . Диэлектрическая постоянная среды, окружающей канал, периодически меняет свои свойства в направлении, совпадающем с осью канала. В этом случае внутри канала имеет место дифракционное излучение, а вне канала присутствуют рассеянное на неоднородностях черенковское излучение, преломленное на границе дифракционное излучение, а также излучение типа переходного излучения в слоистой среде.

Поле и излучение заряженных частиц, движущихся по оси канала в изотропном диэлектрике, было впервые рассмотрено В. Л. Гинзбургом и И. М. Франком в 1947 г. [1]. С тех пор аналогичные задачи разбирались в ряде работ (см. обзор [2]). С другой стороны, в последнее время возрос интерес к средам с периодически меняющимися свойствами, в частности, к излучению в таких средах [3]—[7]. В настоящей работе в приближении теории возмущений исследовано поле заряда в пустом канале, окруженном средой с периодически меняющимися свойствами.

Пусть среда с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(z) = \varepsilon(z + l)$ занимает область $r > r_0$, где r_0 — радиус канала с осью z . При $r < r_0$ $\varepsilon = 1$. По оси канала со скоростью v движется частица заряда e .

Разложим $\varepsilon(z)$ в ряд Фурье

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \sum_{n \neq 0} a_n e^{i \xi_n z} \frac{|\omega|}{\omega} = \varepsilon_0 + \varepsilon', \quad (1)$$

$$\xi = \frac{2\pi}{l}.$$

Если выполняется условие $\varepsilon' \ll \varepsilon_0$, к решению задачи применима теория возмущений. Пусть в области $r > r_0$ $\vec{E}_{20}(\vec{r}, t)$ — поле, создаваемое зарядом e при движении по оси пустого канала в изотропной среде с диэлектрической проницаемостью ε_0 . Это поле имеет вид [1]—[3]

$$\vec{E}_{20}(\vec{r}, t) = \vec{n}_z \int a_z(\omega) \vec{H}_2^1 \left(\frac{|\omega|}{v} s_2 r \right) e^{i \frac{\omega}{v} (z - vt)} d\omega +$$

$$+ \frac{\vec{r}}{r} \int a_r(\omega) \vec{H}_1^1 \left(\frac{|\omega|}{v} s_2 r \right) e^{i \frac{\omega}{v} (z - vt)} d\omega, \quad (3)$$

$$\vec{R} = \vec{n}_x x + \vec{n}_y y + \vec{n}_z z = \vec{r} + \vec{n}_z z,$$

где

$$\bar{H}_{0,1}^1(x) = J_{0,1}(|x|) + i \frac{|x|}{x} N_{0,1}(|x|),$$

$$a_z(\omega) = i\omega \frac{es_1^2}{4v^3} \frac{J_0(\alpha_1) N_1(\alpha_1) - J_1(\alpha_1) N_0(\alpha_1)}{J_1(\alpha_1) \bar{H}_0^1(\alpha_2) - \frac{\epsilon_0 s_1}{s_2} J_0(\alpha_1) \bar{H}_1^1(\alpha_2)}, \quad (4)$$

$$a_r = \frac{1}{is_2} \frac{|\omega|}{\omega} a_z, \quad \alpha_{1,2} = \frac{|\omega|}{v} s_{1,2} r_0, \quad s_1 = i\sqrt{1-\beta^2}, \quad s_2 = \sqrt{\beta^2 \epsilon_0 - 1}, \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

Запишем полное поле вне канала в виде

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_2(\vec{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (5)$$

и разобьем $\vec{E}_2(\vec{r}, \omega)$ на две части

$$\vec{E}_2(\vec{r}, \omega) = \vec{E}_{20}(\vec{r}, \omega) + \vec{E}_2'(\vec{r}, \omega), \quad (6)$$

(соответственно $\vec{D}_2(\vec{r}, \omega) = \vec{D}_{20}(\vec{r}, \omega) + \vec{D}_2'(\vec{r}, \omega)$).

$\vec{E}_2'$ — та часть поля, которая появляется в результате наличия неоднородности ϵ' , а $\vec{E}_{20}$ определяется из (3) — (4). В нашем приближении $\vec{D}_2' = \epsilon_0 \vec{E}_2' + \epsilon' \vec{E}_{20}$ и $\vec{E}_2'$ подчиняется уравнению [8] — [9]

$$\nabla(\nabla \vec{E}_2') - \left(\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_0 \right) \vec{E}_2' = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon' \vec{E}_{20}. \quad (7)$$

Общее решение уравнения (7) имеет вид

$$E_{2z}'(\vec{r}) = \sum_{n \neq 0} e^{i \left(\frac{\omega}{v} + \frac{|\omega|}{\omega} \xi n \right) z} \left[A_{z,n} \bar{H}_0^1 \left(\frac{|\omega|}{v} s_{2n} r \right) + B_{z,n} \bar{H}_0^1 \left(\frac{|\omega|}{v} s_{2n} r \right) \right], \quad (8)$$

$$E_{2r}'(\vec{r}) = \sum_{n \neq 0} e^{i \left(\frac{\omega}{v} + \frac{|\omega|}{\omega} \xi n \right) z} \left[A_{r,n} \bar{H}_1^1 \left(\frac{|\omega|}{v} s_{2n} r \right) + B_{r,n} \bar{H}_1^1 \left(\frac{|\omega|}{v} s_{2n} r \right) \right],$$

где

$$\vec{A}_n = \frac{1}{\xi n \left(\xi n + 2 \frac{|\omega|}{v} \right)} \left\{ \frac{\omega^2}{c^2} \vec{a} \epsilon_0 - \xi n a_z \left(\vec{n}_z \xi n + \frac{|\omega|}{v} s_2 \frac{\vec{r}}{r} \right) \right\} \frac{\vec{a}_n}{\epsilon_0},$$

$$s_{2n} = \sqrt{\beta^2 \epsilon_0 - \left(1 + \xi n \frac{v}{|\omega|} \right)^2}. \quad (9)$$

Поле $\vec{E}_1'$ внутри канала ищем в виде

$$E_{1z}'(r) = \sum_{n \neq 0} e^{i \left(\frac{\omega}{v} z + \frac{|\omega|}{\omega} \xi n z \right)} C_{z,n} J_0 \left(\frac{|\omega|}{v} s_{1n} r \right), \quad (10)$$

$$E_{1r}(r) = \sum_{n \neq 0} e^{i \left(\frac{\omega}{v} z + \frac{|\omega|}{v} \xi n z \right)} C_{r,n} J_1 \left(\frac{|\omega|}{v} s_{1n} r \right),$$

$$s_{1n} = \sqrt{\beta^2 - \left(1 + \xi n \frac{v}{|\omega|} \right)^2}.$$

Для амплитуд $\vec{B}_n$ и $\vec{C}_n$ из граничных условий имеем

$$C_{z,n} = a_n a_{2z} \psi \left\{ \left[\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 - \xi^2 n^2 \right] \bar{H}_0^1(a_2) \bar{H}_1^1(a_{2n}) - \right. \\ \left. - \frac{s_{2n}}{s_2} \bar{H}_0^1(a_{2n}) \bar{H}_1^1(a_2) \left[\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 - i \frac{\omega}{v} \xi n s_2^2 + \xi n \left(\xi n + 2 \frac{|\omega|}{v} \right) \right] \right\}, \quad (11)$$

$$B_{z,n} = a_n a_{2z} \frac{s_{2n}}{s_2} \psi \left\{ \frac{s_2}{\varepsilon_0 s_{1n}} \left[\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 - \xi^2 n^2 \right] \bar{H}_0^1(a_2) J_1(a_{2n}) - \right. \\ \left. - \bar{H}_1^1(a_2) J_0(a_{1n}) \left[\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 - i \frac{\omega}{v} \xi n s_2^2 + \xi n \left(\xi n + 2 \frac{|\omega|}{v} \right) \right] \right\},$$

$$\psi = \left\{ \varepsilon_0 \xi n \left(\xi n + 2 \frac{|\omega|}{v} \right) \left[J_0(a_{1n}) \bar{H}_1^1(a_{2n}) - \frac{s_{2n}}{\varepsilon_0 s_{1n}} J_1(a_{1n}) \bar{H}_0^1(a_{2n}) \right] \right\}^{-1},$$

$$\alpha_{1,2n} = \frac{|\omega|}{v} s_{1,2n} r_0.$$

Из формул (7) — (11) можно заключить следующее.

Внутри канала имеет место дифракционное излучение на частотах

$$\frac{2\pi v}{l(1+\beta)} |n| \leq \omega \leq \frac{2\pi v}{l(1-\beta)} |n|, \quad n \leq -1, \quad (12)$$

распространяющееся под углом θ_{1n} к скорости заряда,

$$\theta_{1n} = \arccos \left[\frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{v}{\omega} \xi |n| \right) \right]. \quad (13)$$

Поле этого излучения описывается формулами (10) — (11).

Вне канала имеют место 2 типа излучения.

а) Излучение Вавилова-Черенкова, генерируемое зарядом при $\beta \sqrt{\varepsilon_0} > 1$ в области $r > r_0$, которое рассеивается на неоднородностях среды. Амплитуды высших гармоник рассеянного излучения Вавилова-Черенкова $\vec{A}_n(\omega)$ описываются формулой (9), а угол распространения определяется так:

$$\theta'_{2n} = \arccos \left(\frac{1 + \frac{v}{\omega} \xi n}{\left[\beta^2 \varepsilon_0 + 2 \frac{v}{\omega} \xi n + \xi^2 n^2 \frac{v^2}{\omega^2} \right]^{1/2}} \right). \quad (14)$$

б) Дифракционное излучение, которое частично состоит из излучения, генерируемого непосредственно вне канала, а частично из излучения, возникшего внутри канала и преломленного в периодическую среду.

Оно имеет место при $s_{2n}^2 > 0$ и распространяется под углом

$$\theta_{2n} = \arccos \left(\frac{1}{\beta \sqrt{\epsilon_0}} \left[1 + \frac{V}{\omega} \xi_n \right] \right). \quad (15)$$

При этом частоты, для которых $\beta \sqrt{\epsilon_0} < 1$, лежат в интервале

$$\frac{2\pi V}{l(1 + \beta \sqrt{\epsilon_0})} |n| \leq \omega \leq \frac{2\pi V}{l(1 - \beta \sqrt{\epsilon_0})} |n|, \quad n \leq -1, \quad (16)$$

а частоты, для которых $\beta \sqrt{\epsilon_0} > 1$, удовлетворяют условиям

$$\omega > \frac{2\pi V n}{l(\beta \sqrt{\epsilon_0} - 1)} \quad \text{для } n > 0 \quad (17)$$

и

$$\omega > \frac{2\pi V |n|}{l(\beta \sqrt{\epsilon_0} - 1)} \quad \text{для } n < 0.$$

Поток энергии этого излучения частоты ω через цилиндрическую поверхность единичной длины дается формулой

$$\frac{dW}{d\omega dz} = \sum_{n \neq 0} 2lV^2 \frac{\epsilon_0}{s_{2n}^2} |B_{z,n}|^2. \quad (18)$$

Излучение на частотах $\omega_n = \frac{\xi V n}{2}$, лежащих в полосе непрозрачности [10], отсутствует. Кроме того, дифракционное излучение для частот, удовлетворяющих условию $\epsilon_0(\omega) < 0$, запирается в канале.

Автор благодарен Б. М. Болотовскому и Г. М. Гарибяну за обсуждение результатов.

Поступила 20.V.1972

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Гинзбург, И. М. Франк, ДАН СССР, 56, 699 (1947).
2. Б. М. Болотовский, УФН, 75, 295 (1961).
3. Я. Б. Файнаер, И. А. Хижняк, ЖЭТФ, 32, 883 (1957).
4. Г. М. Гарибян, ЖЭТФ, 35, 1435 (1958).
5. А. Ц. Амагуни, И. А. Корхмязян, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 13, 55 (1960).
6. М. А. Тер-Микаелян, Изв. АН АрмССР, 14, 103 (1961).
7. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, УФН, 94, 377 (1968).
8. О. С. Мерелян, ЖТФ, вып. 10 (1970).
9. О. С. Мерелян, Изв. вузов, Радиофизика, вып. 9 (1970).
10. Л. Бриллюэн, М. Пароди, Распространение волн в периодических структурах, М., 1959.

ՇԵՐՏԱՎՈՐ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ԳԼԱՆԱԶԵՎ ԽՈՌՈՋԻ ԱՌԱՆՑՔՈՎ ՇԱՐԺՎՈՂ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ԴԱՇՏԸ

Հ. Ս. ՄԵՐԳԵԼՅԱՆ

Դիտարկվում է շառավիղ ունեցող գլանի առանցքով շարժվող լիցքի ճառագայթումը: Գլանը շրջապատող միջավայրի դիէլեկտրիկ հաստատունը պարբերական ֆունկցիա է գլանի առանցքի ուղղությամբ: Գլանի ներսում տեղի ունի դիֆրակցիոն ճառագայթում, իսկ գլանից դուրս՝ անհամասեռությունների վրա ցրված՝ Վավիլովի-Չերենկովի ճառագայթումը, սահմանում է եկված դիֆրակցիոն ճառագայթումը, ինչպես նաև շերտավոր միջավայրում անցումային ճառագայթման տիպի ճառագայթումը:

THE FIELD OF CHARGED PARTICLE MOVING ALONG THE AXIS OF A CHANNEL IN A LAMINAR MEDIUM

H. S. MERGELIAN

The radiation of a charge moving along the axis of a channel is considered. The dielectric permeability of surrounding medium is a periodic function along the axis of the channel.

The diffraction radiation is generated in the channel and outside it,—the Vavilov-Cherenkov radiation diffracted on the inhomogeneities, as well as the transition-like radiation in a laminar medium.