Изв. АН Армянской ССР, Физика, 7, 267—277 (1972)

ВЛИЯНИЕ ЭКРАНИРОВКИ НА ПОДВИЖНОСТЬ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В КОМПЕНСИРОВАННЫХ МАТЕРИАЛАХ

Г. М. АВАКЬЯНЦ, А. А. ДЖЕРЕДЖЯН, Г. С. КАРАЯН

В работе получена формула для подвижности, обусловленной рассеянием носителей заряда на экранированных примесях в сильно компенсированных полупроводниках. Обсуждаются экспериментальные данные по подвижности носителей в компенсированном арсениде галлия с концентрацией мелких доноров и глубоких акцепторов 10^{17} *см*$^{-3}$. Найдено, что рост концентрации носителей в интервале $10^{14} \div 10^{17}$ *см*$^{-3}$ по существу не приводит к уменьшению подвижности в условиях компенсации. Установлено, что известная формула Дингля-Брукса не имеет здесь практически области применимости.

Рассмотрим сильно компенсированный полупроводник с хаотическим распределением ионов, однако таким, в котором имеется корреляция между положением ионов разных знаков, выражающаяся в том, что ближайшим соседом иона одного знака является ион противоположного знака. Это предположение точно соответствует закону Дальтона, согласно которому в данном случае ионные примеси равномерно заполняют объем полупроводника. Указанная корреляция не связана, таким образом, с взаимным притяжением или отталкиванием ионов (энергия взамодействия при высоких температурах, когда ионы в решетке подвижны, намного меньше kT), а обусловлена, как было сказано, законом равнораспределения. Притяжение может только усилить эту корреляцию (при высоких температурах — незначительно). Будем считать, что нескомпенсированных по заряду ионизированных центров много меньше, чем полное число заряженных центров, и пренебрежем их вкладом в сечение рассеяния. Считаем систему свободных носителей заряда невырожденной и используем формулу для электрического потенциала экранированного примесного центра, приведенную в [2]. Если N — число центров компенсирующей примеси, то общее выражение потенциала рассеяния, обусловленного $2N$ экранированными центрами, будет иметь вид

$$V(r) = \frac{e^2}{\varepsilon} \sum_{j=0}^{2(N-1)} \left[\frac{\exp(-a_1 |r - r_j|)}{|r - r_j|} - \frac{\exp(-a_2 |r - r_{j+1}|)}{|r - r_{j+1}|} \right], \tag{1}$$

где j принимает только четные значения, ε — диэлектрическая постоянная, r_j — радиус-вектор j-го рассеивающего центра. Величины a_1 и a_2 равны обратным значениям дебаевских длин экранирования положительных и отрицательных ионов.

Без ограничения общности расчета можно предположить, что $a_1 > a_2$. Заметим, что рассматриваемая задача для электрического потенциального поля (1) является обобщением расчета, который был выполнен в работе [1], на случай наличия экранировки.

Полное эффективное сечение рассеяния опять равно

$$\sigma(E) = L(R)\,\sigma(R) = \int_0^\infty \frac{3R^2}{R_0^3} \exp\left[-\left(\frac{R}{R_0}\right)^3\right] \sigma(R)\, dR, \tag{2}$$

где E — энергия свободного носителя заряда, R — расстояние между соседними центрами, а среднее расстояние между ними определяется из условия

$$\frac{4\pi}{3} R_0^3 = (2N_c)^{-1}, \quad N_c = \frac{N}{V}.$$

Величина $\sigma(R)$ теперь зависит от дебаевских длин.

Мы нашли, что (см. приложение)

$$\sigma(R) = 8\pi c^2 N \times$$

$$\times \begin{cases} A_1 + \dfrac{4k^2}{a_1^2 a_2^2}\left(1 + \dfrac{\cos 2kR}{k^2R^2} + \dfrac{1-\cos 2kR}{2k^4R^4} - \dfrac{\sin 2kR}{k^3R^3}\right), \quad 0<k<\dfrac{a_2}{2} & (3) \\ A_1 + A_2 + \dfrac{2k^2}{a_1^2}\left(1 + \dfrac{\cos 2kR - \cos a_2R - a_2^2R^2/2}{2k^2R^2}\right), \quad \dfrac{a_2}{2}<k<\dfrac{a_1}{2} & (4) \\ A_1 + A_2 + A_3 + A_4, \quad \dfrac{a_1}{2} < k < \infty, & (5) \end{cases}$$

причем $c = me^2/\hbar^2k^2\varepsilon$, k — волновое число свободных носителей тока. Далее,

$$A_1 = \frac{1}{4}\left(\frac{a^2}{a_1^2 + 4k^2} + \frac{a_2^2}{a_2^2 + 4k^2}\right) - \frac{1}{4}\,\frac{a_1^2 + a_2^2}{a_1^2 - a_2^2} \ln\left|\frac{a_2^2}{a_1^2}\,\frac{a_1^2 + 4k^2}{a_2^2 + 4k^2}\right| - \frac{1}{2},$$

$$A_2 = \frac{a_2^2}{a_1^2}\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{a_2^4R^4}\left(a_2^2R^2\cos a_2R - 2a_2 \sin a_2R - 2\cos a_2R + 2\right)\right],$$

$$A_3 = \frac{a_1^2 - a_2^2}{2a_1^2} + \frac{\cos a_1R - \cos a_2R}{a_1^2R^2},$$

$$A_4 = \frac{\sin 2kR}{2kR} - \frac{\sin a_1R}{a_1R} + \ln 2kR - ci(2kR) + ci(a_1R) - \ln a_1R.$$

При пренебрежении экранировкой ($a_1 = a_2 = 0$) из формулы (5) получается формула (22) работы [1], а выражения (3), (4) обращаются в нуль. Для получения определенного результата рассмотрим частный случай, когда выполняются неравенства

$$a_1^2R_0^2 < 32, \quad a_2^2R_0^2 < 32. \tag{6}$$

Эти условия физически означают, что электрические потенциальные поля экранированных ионов перекрываются, то есть в потенциальном поле одного экранированного иона могут находиться несколько других ионов. Учитывая неравенства (6) и преобразуя формулы (3) ÷ (5), подставляем найденные $\sigma(R)$ в формулу (2). Тогда полное эффективное сечение рассеяния $\sigma(E)$ будет иметь вид

$$
\sigma(E)=\sigma[k(E)]=4\pi N\left(\frac{me^2}{\varepsilon\hbar^2}\right)^2\begin{cases}\sigma_1 & \text{при } 0<k<a_2/2\\ \sigma_2 & \text{при } a_2/2<k<a_1/2\\ \sigma_3 & \text{при } a_1/2<k<\sqrt{8}/R_0\\ \sigma_4 & \text{при } \sqrt{8}/R_0<k<\infty,\end{cases} \qquad (7)
$$

где

$$
\sigma_1=4\left(1-\frac{a_2^2}{a_1^2}\right)\left(1+\frac{a_2^4}{a_1^4}\right)\frac{1}{a_2^4}+\frac{32k^2R_0^2}{9\,a_1^2a_2^2}\Gamma\left(\frac{5}{3}\right),
$$

$$
\sigma_2=\left(\frac{a_1^2+a_2^2}{a_1^2-a_2^2}\ln\frac{2k}{a_2}-1\right)\frac{1}{k^4}+\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)\frac{a_2^2R_0^2}{3\,a_1^2k^2}\left(1-\frac{a_2^2}{12\,k^2}\right),
$$

$$
\sigma_3=\left(\frac{a_1^2+a_2^2}{a_1^2-a_2^2}\right)\ln\frac{a_1}{a_2}-1\Big)\frac{1}{k^4}+\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)\frac{2R_0^2}{3\,k^2}\left[1-\frac{a_1^2}{8k^2}\left(1+\frac{a_2^4}{3a_1^4}\right)\right], \qquad (8)
$$

$$
\sigma_4=\left(\frac{a_1^2+a_2^2}{a_1^2-a_2^2}\ln\frac{a_1}{a_2}-1\right)\frac{1}{k^4}+\frac{1}{k^4}\ln\left|2kR_0\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}}\right|-
$$

$$
-\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)\frac{a_1^2R_0^2}{2\,k^4}\left(1+\frac{a_2^4}{3a_1^4}\right).
$$

Используя (8), (7) и формулы

$$
k=\frac{\sqrt{2\,mE}}{\hbar},\quad \mu(E)=\frac{e}{\hbar k\sigma(E)}=\frac{e}{m}\tau(E), \qquad (9)
$$

получим явный вид функции подвижности свободного носителя заряда в зависимости от его энергии.

Чтобы получить среднюю подвижность $\langle\mu\rangle$, мы должны усреднить $\mu(E)$ по энергиям свободного носителя заряда.

Для усреднения используем определение [2]

$$
\langle\mu\rangle=\frac{e}{m}\,\frac{\int\limits_0^\infty \tau(E)\,E^{3/2}\exp(-E/k_0T)\,dE}{\int\limits_0^\infty E^{3/2}\exp(-E/k_0T)\,dE}. \qquad (10)
$$

Из формул (7), (10), (9) получаем

$$
\langle\mu\rangle=\frac{\varepsilon^2(2k_0T)^{3/2}}{3\pi^{3/2}Nm^{1/2}e^3}\left\{4x_2^2\int\limits_0^{x_2}\frac{x\exp(-x)\,dx}{\left(1-\frac{a_2^2}{a_1^2}\right)\left(1+\frac{a_2^4}{a_1^4}\right)+\frac{64}{9}\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)\frac{a_2^2}{a_1^2}\frac{x}{x_3}}+\right.
$$

$$
+\int\limits_{x_2}^{x_1}\frac{x^3\exp(-x)\,dx}{\frac{1}{2}\frac{a_1^2+a_2^2}{a_1^2-a_2^2}\ln\left|\frac{x}{x_2}\right|-1+\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)\frac{a_2^2}{a_1^2}\frac{a_2^2R_0^2}{36}\left(\frac{3x}{x_1}-1\right)}+
$$

(11)

$$+\int_{x_1}^{x_3}\frac{x^3\exp(-x)\,dx}{\frac{a_1^2+a_2^2}{a_1^2-a_2^2}\ln\left|\frac{a_1}{a_2}\right|-1+\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)\frac{a_1^2R_0^2}{12}\left(\frac{2x}{x_1}-1-\frac{a_2^4}{3a_1^4}\right)}+$$

$$+\int_{x_3}^{\infty}\frac{x^3\exp(-x)\,dx}{\frac{a_1^2+a_2^2}{a_1^2-a_2^2}\ln\left|\frac{a_1}{a_2}\right|-1+\frac{1}{2}\ln\left[32\left(\frac{2}{3}\right)^{2/3}\frac{x}{x_3}\right]-\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)\frac{a_1^2R_0^2}{24}\left(1+\frac{a_2^4}{3a_1^4}\right)}\Bigg\},$$

где $k_0Tx_{1,2}=\hbar^2a_{1,2}^2/8m$ есть значение энергии свободного носителя заряда, когда его длина волны в 4π раз больше, чем радиусы экранирования положительного и отрицательного ионов соответственно. А $k_0Tx_3=4\hbar^2/mR_0^2$ — значение энергии носителя с длиной волны в $\pi/\sqrt{2}$ раз большей, чем среднее расстояние между соседними ионами.

Как указывалось, рассмотренная задача при $a_1=a_2=0$ совпадает с той, которая решена в работе [1]. Но у нас по формуле (11) при $a_1=a_2=0$ получается несколько другой вид для подвижности. Это объясняется тем, что в работе [1] найден явный вид подвижности при условии $k^2R_0^2<8$, которое налагает ограничение на энергию свободного носителя заряда. Поэтому выполненное в [1] интегрирование по всей оси энергии с использованием формулы, имеющей место лишь при $k^2R_0^2<8$, дает некоторую ошибку в вычислении подвижности.

Для нахождения вида подвижности свободных электронов в зависимости от изменения их концентраций в арсениде галлия предположим, что радиусы экранирований положительных и отрицательных ионов равны между собой, а концентрация ионов порядка 10^{17} *см*$^{-3}$.

Дебаевская длина экранирования связана с концентрацией свободных электронов формулой [3]

$$d=\frac{1}{a}=\sqrt{\frac{\varepsilon k_0T}{4\pi e^2n'}},\quad\text{где}\quad n'=n+p+\frac{N_-N_0}{N_c},\tag{12}$$

N_- — концентрация отрицательных ионов, N_0 — концентрация нейтральных атомов акцепторной примеси.

Отметим, что если при $a_1=a_2=0$ отбросить последний интеграл в (11), то получится формула (27) работы [1], тогда как формула (32) в той же статье получится, если опустить в (11) третий интеграл (с поправкой на конечное значение x_3).

Формула (11) показывает, что при комнатной температуре после компенсации кристалла арсенида галлия подвижность не только не уменьшается, а даже увеличивается.

Например, при концентрации мелких доноров порядка 10^{17} *см*$^{-3}$ при комнатной температуре формула Дингля—Брукса в [2] для подвижности дает значение $1{,}3\cdot10^4$ *см*^{2}*/в.сек*. В сильно компенсированном арсениде галлия, полагая $N=10^{17}$ *см*$^{-3}$ и $T=300°$К, по формуле (11) имеем $\langle\mu\rangle=1{,}54\cdot10^4\div2\cdot10^4$ *см*^{2}*/в.сек*, если n' лежит в интервале $10^{14}\div10^{17}$ *см*$^{-3}$, то есть значение подвижности в этом случае больше, чем $1{,}3\cdot10^4$ *см*^{2}*/ в.сек*.

При оценках заряд ионов был принят равным единице элементарного заряда.

Увеличение подвижности, характеризующейся рассеянием электронов на экранированных ионах, показывает, что ослабление электрического поля донора электрическим полем акцепторного иона играет более важную роль, чем экранировка его заряда электронами или дырками (в данном интервале концентраций).

Рассмотрим теперь другой предельный случай. Так как радиус экранирования иона d с уменьшением температуры уменьшается, то ниже какой-то определенной температуры может выполняться условие (противоположное (6))

$$R_0^2/d^2 = a^2 R_0^2 > 32, \tag{13}$$

которое физически означает, что электрические поля ионов не перекрываются, то есть каждый ион можно рассмотреть как отдельный электрический рассеивающий центр.

При выполнении (13), полагая $a_1 = a_2$, с учетом (2) ÷ (5) для эффективного сечения как функции энергии получается следующее выражение:

$$\sigma(E) = \sigma[k(E)] = \begin{cases} \dfrac{2\pi}{9}\Gamma\left(\dfrac{5}{3}\right)\dfrac{e^4 m R_0^2 x_1^2 k^2}{\varepsilon^2 (k_0 T)^2} & \text{при } 0 < k < \sqrt{8}/R_0 \\ \dfrac{\pi N e^4}{2\varepsilon^2} x_1^2 & \text{при } \sqrt{8}/R_0 < k < a_1/2 \\ \dfrac{2\pi N m^2 e^4}{\hbar^2 \varepsilon^2 k^4}\left(1 + 4\ln\dfrac{2k}{a_1}\right) & \text{при } a_1/2 < k < \infty. \end{cases} \tag{14}$$

Используя (9) и (14), вычисляем $\mu(E)$

$$\mu(E) = \frac{\sqrt{2}\,\varepsilon^2}{\pi m^{1/2} e^3 N}\begin{cases} \dfrac{9x_1^2 x_3 (k_0 T)^3}{32\,\Gamma\left(\dfrac{5}{3}\right)} E^{-3/2} & \text{при } 0 < E < k_0 T x_3 \\ x_1^2 (k_0 T)^2 E^{-1/2} & \text{при } k_0 T x_3 < E < k_0 T x_1 \\ \left(1 + 2\ln\dfrac{E}{x_0 T x_1}\right)^{-1} E^{3/2} & \text{при } k_0 T x_1 < E < \infty. \end{cases} \tag{15}$$

Усредненное значение (см. (10)) подвижности имеет вид

$$\langle\mu\rangle = \frac{2\varepsilon^2 (2k_0 T)^{3/2}}{3\pi^{3/2} m^{1/2} e^3 N}\left\{\frac{9x_1^2 x_3}{32\,\Gamma\left(\dfrac{5}{3}\right)}(1 - e^{-x_3}) + x_1^2\,[(1 + x_3)e^{-x_3} - \right.$$

$$\left. - (1 + x_1)e^{-x_1}] + \int\limits_{x_1}^{\infty}\frac{x^3 \exp(-x)\,dx}{1 + 2\ln\left|\dfrac{x}{x_1}\right|}\right\}. \tag{16}$$

Задача с учетом экранирования ионов, когда их электрические поля не перекрываются, рассмотрена Динглем и Бруксом [2]. Надо отмеметить, что формула для подвижности (16) более общая, чем результат работы Дингля—Брукса. Их формула получается, если только $x_1 \ll 1$; причем концентрацию ионов надо считать равной $2N$, так как у нас общая концентрация равна сумме отрацательных и положительных ионов. Оценим конкретно, когда можно пользоваться формулой (5.294) в [2].

Мы отметили, что это имеет место, если

$$x_1 = \hbar^2 a_1^2 / 8 m k_0 T \ll 1, \qquad a_1^2 R_0^2 > 32. \tag{17}$$

С учетом (12), условия (17) можно переписать так

$$\frac{8}{\pi} \frac{\varepsilon k_0 T}{e^2 R_0^2} < n' < \frac{2m (k_0 T)^2 \varepsilon}{\pi e^2 \hbar^2}.$$

При концентрации компенсирующей примеси $N_c = 10^{17}$ *см*$^{-3}$ они дают интервал

$$1{,}5 \cdot 10^{16} T < n' < 3{,}4 \cdot 10^{13} T^2. \tag{18}$$

Эти неравенства будут выполняться только при $T > 400°$К. А при температуре 400°К концентрация (n') по (18) должна быть больше, чем 10^{18} *см*$^{-3}$.

Из сказанного следует, что в случае компенсирующих примесей нельзя пользоваться формулой (5.294) в [2] даже при замене N на $2N$ в знаменателе и N на n' под логарифмом.

Например, при изменении концентрации свободных электронов в интервале $10^{14} \div 10^{17}$ *см*$^{-3}$ подвижность по формуле (5.294) в [2] увеличивается в 2,6 раза, а по формуле (11) — лишь на 30%.

Для компенсированных полупроводников подвижность должна рассчитываться по формулам (11) и (16) в соответствующих областях их применимости.

Если учитывать и рассеяние носителей тока на фононах решетки, то полную подвижность следует вычислять по формуле

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_p} + \frac{1}{\mu_u}, \tag{19}$$

где μ_p — подвижность, обусловленная рассеянием на фононах, а μ_u—на ионах примеси.

Для арсенида галлия n-типа при комнатной температуре и при концентрации свободных носителей тока $1{,}2 \cdot 10^{15}$ *см*$^{-3}$ подвижность равна 5600 *см*^{2}/*в.сек* [5].

Можно показать, что эта подвижность практически соответствует μ_p. Тогда для подвижности согласно (19) находим увеличение на 74% при использовании для μ_u формулы Дингля—Брукса и на 6% при использовании (11), если n' меняется от 10^{14} *см*$^{-3}$ до 10^{17} *см*$^{-3}$.

При рассеянии на двукратно заряженных центрах в том же самом интервале концентрации свободных электронов 74% переходит в 100%, а 6% в 11%.

В заключение заметим, что если расстояние между соседними разноименными ионами считать постоянным и равным R_0, то получаются практически те же самые результаты.

Так, например, в формулах (8) вместо $\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)\simeq 0{,}9$ и $\left(\frac{2}{3}\right)^{1/3}\simeq$ $\simeq 0{,}87$ будут единицы. Таким образом, формулы почти нечувствительны к закону усреднения

Приложение

В борновском приближении амплитуда рассеяния в потенциальном поле $V(r)$ дается формулой

$$f(\theta) = \int \frac{m}{2\pi\hbar^2} e^{iqr} V(r)\, d\tau. \qquad (\text{п}1)$$

С учетом (1) получим

$$f(\theta) = \frac{me^2}{2\pi\hbar^2\varepsilon} \sum_{\substack{j=0 \\ \text{чётн.}}}^{2(N-1)} \int \left[\frac{\exp(-a_1|r-r_j|)}{|r-r_j|} - \frac{\exp(-a_2|r-r_{j+1}|)}{|r-r_{j+1}|} \right] e^{iqr}\, d\tau$$

или

$$f(\theta) = \sum_{\substack{j=0 \\ \text{четн.}}}^{2(N-1)} \left[f_{01}(\theta)\, e^{iqr_j} - f_{02}(\theta)\, e^{iqr_{j+1}} \right],$$

где

$$f_{01,2}(\theta) = \frac{me^2}{2\pi\hbar^2\varepsilon} \int \frac{\exp(iqz - a_{1,2}z)}{z}\, d^3z. \qquad (\text{п}2)$$

Преобразуем $f(\theta)$ к виду

$$f(\theta) = f_{01}(\theta) \sum_{\substack{j=0 \\ \text{чётн.}}}^{2(N-1)} A_j e^{iqr_j}, \qquad (\text{п}3)$$

где

$$A_j = 1 - \frac{f_{02}(\theta)}{f_{01}(\theta)} e^{iqR_j} R_j = r_{j+1} - r_j. \qquad (\text{п}4)$$

Дифференциальное эффективное сечение выражается через амплитуду рассеяния следующим образом:

$$\sigma(\theta) = |f(\theta)|^2 = |f_{01}(\theta)|^2 \left| \sum_{\substack{j=0 \\ \text{четн.}}}^{2(N-1)} A_j e^{iqr_j} \right|^2. \qquad (\text{п}5)$$

Усредним $\sigma(\theta)$ по различным расположениям примеси. В работе [1] использовано равенство

$$\overline{\left| \sum_{\substack{j=0 \\ \text{четн.}}}^{2(N-1)} A_j e^{iqr_j} \right|^2} = N\left(\overline{|A_j|^2} - |\overline{A}_j|^2\right) + |\overline{A}_j|^2 \overline{\left| \sum_{\substack{j=0 \\ \text{четн.}}}^{2(N-1)} e^{iqr_j} \right|^2}. \qquad (\text{п}6)$$

В нашем случае, пренебрегая процессами переброса, при $|q| \neq 0$ имеем

$$\overline{\left|\sum_{\substack{j=0 \\ \text{четн,}}}^{2(N-1)} e^{iqr_j}\right|^2} = N, \qquad (\text{п}7)$$

и в правой стороне (п6) останется только член $N\,\overline{|A_j|^2}$. Таким образом, вместо (п5) получим

$$\sigma(\theta) = |f_{01}(\theta)|^2 \cdot N \cdot \overline{|A_j|^2}. \qquad (\text{п}8)$$

Ниже мы будем опускать индекс j, понимая под R расстояние между соседними разноименными ионами. Тогда A будет функцией R. Из (п4) находим

$$\overline{|A|^2} = \overline{(1-\gamma\cos qR)^2 + \gamma^2\sin^2 qR} = 1 - 2\gamma\,\overline{\cos qR} + \gamma^2 = (1-\gamma)^2 + 4\gamma\,\overline{\sin^2\frac{qR}{2}}, \qquad (\text{п}9)$$

где

$$\gamma = f_{02}(\theta)/f_{01}(\theta). \qquad (\text{п}10)$$

Подставляя (п9) в (п8), найдем

$$\sigma(\theta) = N|f_{01}(\theta)|^2\left[(1-\gamma)^2 + 4\gamma\,\overline{\sin^2\frac{qR}{2}}\right]. \qquad (\text{п}11)$$

В (п11) усреднение проведем сперва по углам между q и R, а потом по абсолютному значению R. Усреднение по углам дает

$$\left\langle \sin^2\frac{qR}{2}\right\rangle = \frac{1}{2}\int_0^{\pi}\sin^2\frac{qR\cos\varphi}{2}\sin\varphi\, d\varphi = \frac{1}{2}\left(1-\frac{\sin qR}{qR}\right). \qquad (\text{п}12)$$

Вероятность $F(R)\,dR$ того, что центр, соседний с данным, находится от него на расстоянии между R и $R+dR$, дается формулой Пуассона

$$F(R)\,dR = \frac{3R^2}{R_0^3}\, e^{-\left(\frac{R}{R_0}\right)^3} dR. \qquad (\text{п}13)$$

С использованием (30) и (31) для полного усредненного значения $\sin^2\frac{qR}{2}$ получим

$$\overline{\sin^2\frac{qR}{2}} = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\left(1-\frac{\sin qR}{qR}\right)F(R)\,dR. \qquad (\text{п}14)$$

С учетом (п14) эффективное сечение (п11) перепишется в виде

$$\sigma(\theta) = \hat{L}(R)\,\sigma(\theta, R), \qquad (\text{п}15)$$

где

$$\sigma(\theta, R) = N|f_{01}(\theta)|^2\left[(1-\gamma)^2 + 2\gamma\left(1-\frac{\sin qR}{qR}\right)\right], \qquad (\text{п}16)$$

$$\hat{L}(R)\ \varphi(R)=\int\limits_0^\infty F(R)\varphi(R)\,dR.$$

Полное эффективное сечение рассеяния равно

$$\sigma=2\pi\int\limits_0^\pi \sigma\ (\theta)\ (1-\cos\theta)\ \sin\theta\ d\theta=\hat{L}(R)\,\sigma(R). \tag{п17}$$

Здесь

$$\sigma(R)=2\pi N\int\limits_0^\pi |f_{01}(\theta)|^2\left[(1-\gamma)^2+2\gamma\left(1-\frac{\sin qR}{qR}\right)\right](1-\cos\theta)\sin\theta\,d\theta. \tag{п18}$$

Чтобы вычислить интеграл в (п18) следует задать явную зависимость f_{01} и γ от θ.

Из (п2) получим (в сферических координатах)

$$f_{01,\,2}(\theta)=\frac{me^2}{2\pi\varepsilon\hbar^2}\int\limits_0^\infty ze^{-a_{1,\,2}z}\,dz\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^\pi e^{iqz\cos\psi}\sin\psi\,d\psi$$

или

$$f_{01,2}(\theta)=\frac{2\,me^2}{\varepsilon\hbar^2\,(a_{1,\,2}^2+q^2)}. \tag{п19}$$

Так как $q^2=4k^2\sin^2\dfrac{\theta}{2}$, то вместо (п19) имеем

$$f_{01,\,2}(\theta)=\frac{2me^2}{\varepsilon\hbar^2\,(a_{1,\,2}^2+4k^2\sin^2\theta/2)}. \tag{п20}$$

Из (п20) и (п10) видно, что $f_{01,\,2}(\theta)$ и γ — числа вещественные, причем

$$\gamma=\frac{f_{02}(\theta)}{f_{01}(\theta)}=\frac{a_1^2+4k^2\sin^2\dfrac{\theta}{2}}{a_2^2+4k^2\sin^2\theta/2}. \tag{п21}$$

Подставляя (п20) и (п21) в (п18), получим

$$\sigma(R)=\frac{\delta}{4}\ (a_2^2-a_1^2)\int\limits_0^4\frac{x\,dx}{(a_1^2+k^2x)^2(a_2^2+k^2x)^2}+$$

$$+\delta\int\limits_0^2\left(1-\frac{\sin kxR}{kxR}\right)\frac{x^3dx}{(a_1^2+k^2x^2)(a_2^2+k^2x^2)}, \tag{п22}$$

где $\delta=8\pi Nm^2e^4/\varepsilon^2\hbar^4$.

Первый интеграл в (п22) равен

$$\frac{\delta}{4k^4}\left[\frac{a_1^2}{a_1^2+4k^2}+\frac{a_2^2}{a_2^2+4k^2}-\frac{a_1^2+a_2^2}{a_1^2-a_2^2}\ln\left(\frac{a_1^2+4k^2}{a_2^2+4k^2}\cdot\frac{a_2^2}{a_1^2}\right)-2\right]=\frac{\delta A_1}{k^4}. \tag{п23}$$

Второй интеграл I в (п22) точно не вычисляется.

Не теряя в общности, можно принять, что $a_1 > a_2$. При $2k < a_2$ интеграл I оказывается равным

$$I \simeq \delta \int\limits_0^2 \left(1 - \frac{\sin kRx}{kRx}\right) \frac{x^3 dx}{a_1^2 a_2^2} = \frac{32\pi N c^2 k^4}{a_1^2 a_2^2} \left[1 + \frac{\cos 2kR}{(kR)^2} - \frac{\sin 2kR}{(kR)^3} + \right.$$

$$\left. + \frac{1 - \cos 2kR}{2(kR)^4}\right]. \qquad (п24)$$

В случае $a_2 < 2k < a_1$

$$I \simeq \delta \int\limits_0^{a_2/k} \left(1 - \frac{\sin kRx}{kRx}\right) \frac{x^3 dx}{a_1^2 a_2^2} + \delta \int\limits_{a_2/k}^2 \left(1 - \frac{\sin kRx}{kRx}\right) \frac{x^3 dx}{k^2 x^2 a_1^2} =$$

$$= 8\pi c^2 N \left[A_2 + \frac{2k^2}{a_1^2}\left(1 + \frac{\cos 2kR - \cos a_2 R - a_2^2 R^2/2}{2k^2 R^2}\right)\right]. \qquad (п25)$$

И, наконец, если $a_2 < 2k < \infty$

$$I \simeq \delta \int\limits_0^{a_2/k} \left(1 - \frac{\sin kRx}{kRx}\right) \frac{x^3 dx}{a_1^2 a_2^2} + \delta \int\limits_{a_2/k}^{a_1/k} \left(1 - \frac{\sin kRx}{kRx}\right) \frac{x^3 dx}{k^2 x^2 a_1^2} +$$

$$+ \delta \int\limits_{a_1/k}^2 \left(1 - \frac{\sin kRx}{kRx}\right) \frac{x^3 dx}{k^4 x^4} = (A_2 + A_3 + A_4)\, 8\pi c^2 N. \qquad (п26)$$

Подставляя (п23) ÷ (п26) в (п22), получим формулы (3) ÷ (5).

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 30.X.1971

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. А. Церцвадзе*, ФТП, 3, 409 (1969).
2. *Р. Смит*, Полупроводники, 156, М., 1969.
3. *В. К. Григорьев, О. Н. Казанцев, В. Н. Мурыгин, В. С. Рубин, В. И. Стафеев*, ФТП, 3, 1861 (1969).
4. *А. А. Церцвадзе*, ФТП, 1, 1820 (1967).
5. *D. Boccon-Gibod*, Phys. stat. sol., 30, 520 (1968).

ԿՈՄՊԵՆՍԱՑՎԱԾ ՆՅՈՒԹԵՐՈՒՄ ԷԿՐԱՆԱՑՄԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԼԻՑՔԱԿԻՐՆԵՐԻ ՇԱՐԺՈՒՆԱԿՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ

Գ. Մ. ԱՎԱԳՅԱՆՑ, Հ. Հ. ՋԵՐԵՋՅԱՆ, Հ. Ս. ՂԱՐԱՅԱՆ

Աշխատանքում ստացված է շարժունակության համար բանաձև, որը պայմանավորված է ուժեղ կոմպենսացված կիսահաղորդիչներում էկրանացված խառնուրդների վրա լիցքակիրների ցրումով։ Քննարկվում են մանր դոնորների և խոր ակցեպտորների 10^{17} սմ$^{-3}$ խտությամբ կոմպենսացված GaAs-ում լիցքակիրների շարժունակության փորձնական տվյալները։ Գտնված է, որ լիցքակիրների խտության աճը 10^{14}-10^{17} սմ$^{-3}$ տիրույթում կոմպենսացիայի պայմաններում ըստ էության չի բերում շարժունակության նվազման։ Հաստատված է, որ Դինգլ-Բրուկսի հայտնի բանաձևը այստեղ գործնականում չունի կիրառման տիրույթ։

INFLUENCE OF THE SCREENING ON THE MOBILITY OF CHARGE CARRIES IN OFFSET MATERIALS

G. M. AVAKIANTS, H. H. JEREJIAN, H. S. KARAIAN

The scattering of free charge carriers on the screened impurity ions in strongly offset somiconductors has been investigated. The increase of the concentration of carriers in an $10^{14} \div 10^{17}$ cm^{-3} interval was found not to lead to the essential decrease of carrier mobility in the presence of an offset impurity of an order of 10^{17} cm^{-3}.

Dingl--Brucs formula proved not to have any region of applicability here.