

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ, РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩЕЙСЯ В НЕСТАЦИОНАРНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

К. А. БАРСУКОВ, П. П. ЛИЗОГУБ

Методом последовательных приближений рассмотрено излучение заряженной частицы, движущейся с постоянной скоростью через электронную плазму, на которую наложено внешнее гармоническое во времени однородное магнитное поле. Найдено поле, спектр и энергия излучения.

Излучение движущихся источников в нестационарных средах рассматривалось в работах [1, 2, 3], где предполагалось, что диэлектрическая и магнитная проницаемость среды зависят от координат и времени по закону бегущей волны. В этих работах, однако, не указана конкретная модель, которая позволила бы создать среду с нестационарными свойствами. Одна из возможных моделей рассматривается ниже на примере излучения заряженной частицы, движущейся в холодной электронной плазме, на которую наложено переменное во времени однородное магнитное поле

$$\vec{H}_{\text{вн}} = \{0, 0, H_0 \cos pt\}. \quad (1)$$

Будем предполагать, что это поле создается распределенным в пространстве током, который в свою очередь порождает переменное во времени электрическое поле. Поле излучения заряженной частицы предполагается слабым по сравнению со внешним полем. Это предположение, как это можно показать с помощью уравнений Максвелла, дает возможность разделить задачу на две независимые задачи: нахождение токов и электрического поля для магнитного поля (1) и определение поля частицы, равномерно движущейся в нестационарной среде. Ниже мы ограничимся рассмотрением второй задачи.

Пусть частица обладает зарядом q и движется с постоянной скоростью $\vec{v}$ вдоль оси z . Для нахождения поля излучения заряженной частицы воспользуемся системой уравнений Максвелла

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{4\pi}{c} q v \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt), \\ \text{rot } \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\vec{j}$ — плотность полного тока, обусловленного движением электронов плазмы. Систему (2) дополним материальным уравнением

$$\frac{d\vec{j}}{dt} = \frac{Ne^2}{m} \vec{E} + \frac{e}{mc} [\vec{j} \vec{H}_{\text{вн}}], \quad (3)$$

которое получается из уравнения для средней скорости движения электронов плазмы [4] без учета столкновений и других диссипативных процессов, где N — плотность электронов в плазме, e и m — заряд и масса электрона. Система (2)–(3) в Фурье-представлении по координатам и времени может быть записана в виде

$$i[k\vec{H}_{k,\omega}] = -ik\vec{E}_{k,\omega} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}_{k,\omega} + \frac{q}{2\pi^2 c} \partial \left(k_z - \frac{\omega}{v} \right) \vec{e}_z, \\ [k, \vec{E}_{k,\omega}] = k\vec{H}_{k,\omega}, \quad (4)$$

$$-i\omega \vec{j}_{k,\omega} = \frac{\omega_0^2}{4\pi} \vec{E}_{k,\omega} - \int_{-\infty}^{\infty} \omega_{\text{вн}}(\tau) [\vec{j}_{k,\omega-\tau}, \vec{e}_z] d\tau, \\ \text{где } \vec{E}_{k,\omega}, \vec{H}_{k,\omega} \text{ — Фурье-компоненты электрического и магнитного поля излучения частицы, } \vec{e}_z \text{ — орт оси } z, \omega_0^2 = \frac{4\pi Ne^2}{m}, \omega_{\text{вн}}(\tau) = \frac{e}{2\pi mc} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} H_{\text{вн}}(t) e^{i\tau t} dt, \vec{k} = \{k_x, k_y, k_z\}, k = \frac{\omega}{c} |\vec{k}'|.$$

Точное решение алгебраической системы (4) найти не представляется возможным, так как в нее входят Фурье-компоненты тока от разных аргументов. Однако наличие в этой системе параметра $\frac{\omega_{\text{вн}}}{\omega}$ позволяет решить ее методом возмущений. Характерной особенностью выражений для последовательных приближений в этом методе является то, что z -ая составляющая Фурье-компоненты электрического поля в первом, третьем и т. д. приближениях равна нулю и отличается от нуля в нулевом, втором и т. д. приближениях. Поэтому потери энергии заряженной частицы на излучение, обусловленные наличием нестационарного магнитного поля (1), будут иметь четный порядок малости относительно $\frac{\omega_{\text{вн}}}{\omega}$. Достаточным условием применимости второго приближения в указанном методе, наряду с требованием малости отношения $\omega_{\text{вн}}/\omega$, будет неравенство

$$|\omega^2 - \omega_0^2| \gg \omega_{\text{вн}}^2. \quad (5)$$

Для решения системы (4) методом возмущений разложим входящие в эту систему векторы в ряды вида

$$\vec{a}_{k,\omega} = \sum_{n=0}^{\infty} \vec{a}_{k,\omega}^{(n)}, \quad (6)$$

где $\vec{a}_{k, \omega}^{(n)}$ имеет n -ый порядок малости относительно параметра $\frac{\omega_n}{\omega}$.

Нулевое приближение описывает поле частицы в однородной стационарной плазме при отсутствии внешнего магнитного поля.

Подстановка соотношений типа (6) в систему уравнений (4) приводит к следующей системе уравнений нулевого приближения:

$$\begin{aligned} [k\vec{H}_{k, \omega}^{(0)}] &= -k\vec{E}_{k, \omega}^{(0)} - \frac{4\pi}{c} i \vec{j}_{k, \omega}^{(0)} - i \frac{q}{2\pi^2 c} \delta \left(k_z - \frac{\omega}{v} \right) \vec{e}_z, \\ [k\vec{E}_{k, \omega}^{(0)}] &= k\vec{H}_{k, \omega}^{(0)}, \\ \vec{j}_{k, \omega}^{(0)} &= \frac{\omega_0^2}{4\pi\omega} i \vec{E}_{k, \omega}^{(0)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для приближений n -ого порядка ($n = 1, 2, \dots$) соответствующие системы уравнений имеют вид

$$\begin{aligned} [k\vec{H}_{k, \omega}^{(n)}] &= -k\vec{E}_{k, \omega}^{(n)} - \frac{4\pi}{c} i \vec{j}_{k, \omega}^{(n)}, \\ [k\vec{E}_{k, \omega}^{(n)}] &= k\vec{H}_{k, \omega}^{(n)}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\vec{j}_{k, \omega}^{(n)} = \frac{\omega_0^2}{4\pi\omega} i \vec{E}_{k, \omega}^{(n)} - \frac{1}{2} \frac{\omega_n}{\omega} i [\vec{j}_{k, \omega+p}^{(n-1)} + \vec{j}_{k, \omega-p}^{(n-1)}, \vec{e}_z].$$

Мы не будем выписывать решений систем (7) и (8) в виду их громоздкости, а ограничимся ниже лишь вторым приближением, достаточные условия применимости которого были указаны выше. Причем для простоты мы приведем лишь выражение для продольной составляющей электрического поля $E_{\omega z}^{(2)}$, усредненного по периоду нестационарности среды, так как только эта величина существенна для нахождения потерь энергии заряженной частицы. Соответствующее выражение в координатном представлении имеет вид

$$\begin{aligned} E_{\omega z}^{(2)} &= E_{\omega z}^{+(2)} + E_{\omega z}^{-(2)}, \\ E_{\omega z}^{+(2)} &= -i \frac{q\omega_n}{4\pi v^2} \frac{e_a}{e_2^2} e^{i \frac{\omega}{v} z} \left[A_1 K_0 \left(\frac{|\omega|}{v} \sqrt{1 - \beta^2 \varepsilon_2} r \right) + \right. \\ &+ A_2 K_1 \left(\frac{|\omega|}{v} \sqrt{1 - \beta^2 \varepsilon_2} r \right) + A_3 K_0 \left(\frac{1}{v} \sqrt{\omega^2 - (\omega + p)^2 \beta^2 \varepsilon_2^{(p)}} r \right) \Big], \\ E_{\omega z}^{-(2)} &= E_{\omega z}^{+(2)}|_{p \rightarrow -p}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} A_1(p) &= \frac{\omega^2 \varepsilon_2 - (\omega + p)^2}{p(2\omega + p)} - \omega_0^2 \frac{\omega^2 (1 - \beta^2 \varepsilon_2)}{\beta^2 p^2 (2\omega - p)^2}, \\ A_2(p) &= - \frac{r |\omega| \sqrt{1 - \beta^2 \varepsilon_2} [\omega^2 \varepsilon_2 - (\omega + p)^2]}{2vp(2\omega - p)}, \end{aligned}$$

$$A_3(p) = \frac{\omega^2 - (\omega + p)^2 \beta^2 \varepsilon_2^{(p)}}{\beta^2 p^2 (2\omega + p)^2} \omega_0^2, \quad \varepsilon_2(\omega) = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}, \quad (10)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\omega_0^2 \omega_H}{\omega^3}, \quad \varepsilon_2^{(p)} = \varepsilon_2(\omega + p), \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

Формула (9) без труда позволяет найти потери энергии частицы, усредненные по периоду нестационарности среды, на единице длины пути частицы:

$$\frac{d\bar{W}^{(2)}}{dz} = -\frac{q^2 \omega_H}{2\pi v^2} \operatorname{Re} i \int \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_2^2} \left[A_3(p) K_0 \left(\frac{1}{v} \sqrt{\omega^2 - (\omega + p)^2 \beta^2 \varepsilon_2^{(p)}} r \right) + \right. \\ \left. + A_3(-p) K_0 \left(\frac{1}{v} \sqrt{\omega^2 - (\omega - p)^2 \beta^2 \varepsilon_2^{(-p)}} r \right) \right]_{r=0} d\omega, \quad (11)$$

где $A_3(-p)$ и $\varepsilon_2^{(-p)}$ определяются формулами (10) заменой p на $-p$.

Интегрирование распространяется на те частоты, при которых справедливо настоящее рассмотрение.

Вклад в действительную часть интеграла (11) вносят только частоты, удовлетворяющие одному из неравенств

$$\omega^2 - (\omega + p)^2 \beta^2 \varepsilon_2^{(p)} < 0, \quad (12)$$

$$\omega^2 - (\omega - p)^2 \beta^2 \varepsilon_2^{(-p)} < 0.$$

Первое из неравенств (12) справедливо в области частот

$$\beta \frac{\beta p - \sqrt{p^2 - (1 - \beta^2) \omega_0^2}}{1 - \beta^2} < \omega < \beta \frac{\beta p + \sqrt{p^2 - (1 - \beta^2) \omega_0^2}}{1 - \beta^2}, \quad (13)$$

которая реализуется лишь при $p^2 - (1 - \beta^2) \omega_0^2 > 0$. При $p \geq \omega_0$ последнее неравенство выполняется при любой скорости частицы. При $0 < |p| < \omega_0$ существует пороговое значение этой скорости, равное

$$v_{\text{пор}} = c \frac{\sqrt{\omega_0^2 - p^2}}{\omega_0}, \quad (14)$$

и излучение существует в области частот (13) для $v > v_{\text{пор}}$. Заметим что если рассматривать только $\omega > 0$, то при $\omega_0 < |p|$ левую часть неравенства (13) следует заменить нулем. Аналогичные заключения можно сделать для второго из неравенств (12), если только в приведенных выше формулах заменить p на $-p$.

Выражение для потерь энергии заряженной частицы с учетом неравенств (12) и области применимости приближения может быть преобразовано к следующему виду:

$$\frac{d\bar{W}^{(2)}}{dz} = -\frac{q^2}{4v^2} \int \frac{\varepsilon_a^2 \varepsilon_2^{(p)} \omega^3 (\omega + p)^2}{\varepsilon_2^2 p^2 (2\omega + p)^2} \left[1 - \frac{\omega^2}{\beta^2 \varepsilon_2^{(p)} (\omega + p)^2} \right] d\omega + \\ + \frac{q^2}{4v^2} \int \frac{\varepsilon_a^2 \varepsilon_2^{(-p)} \omega^3 (\omega - p)^2}{\varepsilon_2^2 p^2 (2\omega - p)^2} \left[1 - \frac{\omega^2}{\beta^2 \varepsilon_2^{(-p)} (\omega - p)^2} \right] d\omega. \quad (15)$$

Первый интеграл в (15) берется по спектральной области, определяемой первым неравенством (12), а второй — вторым неравенством, в зависимости от соотношений между параметрами задачи. Спектр излучения находится из равенств

$$1 - \frac{\omega^2}{(\omega + p)^2 \beta^2 \epsilon_2^{(p)}} = \sin^2 \vartheta, \quad 1 - \frac{\omega^2}{(\omega - p)^2 \beta^2 \epsilon_2^{(-p)}} = \sin^2 \vartheta$$

и определяется формулами

$$\omega = \frac{p}{1 - \beta \sqrt{\epsilon_0} \cos \vartheta}, \quad (16)$$

$$\omega = \frac{p}{\beta \sqrt{\epsilon_0} \cos \vartheta - 1},$$

где ϑ угол между волновым вектором излучения и осью z , а

$$\epsilon_0 = \left(1 - \frac{p}{\omega}\right)^2 \left[\left(1 + \frac{p}{\omega}\right)^2 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right],$$

$$\epsilon'_0 = \left(1 + \frac{p}{\omega}\right)^2 \left[\left(1 - \frac{p}{\omega}\right)^2 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right].$$

Формулы (16) дают фактически доплеровский спектр излучения. Последний результат можно понять из следующих простых физических соображений. Поле заряженной частицы, равномерно движущейся в нестационарной среде, совпадает с полем в однородной стационарной среде, диэлектрическая постоянная которой равна ϵ_0 , либо ϵ'_0 и в которой источником поля наряду с движущейся частицей является движущийся со скоростью частицы, переменный во времени дипольный момент. Частота собственных колебаний этого момента оказывается равной частоте изменения внешнего магнитного поля. В формулах (16) первое равенство определяет нормальные доплеровские частоты движущегося момента, а второе равенство — аномальные частоты.

В заключение заметим, что при $p = 0$ излучение исчезает, так как излучение Вавилова-Черенкова в рассматриваемой области частот отсутствует.

Московский государственный педагогический
институт имени В. И. Ленина

Поступила 20.VI.1971

ЛИТЕРАТУРА

1. К. А. Барсуков, Б. М. Болотовский, ЖЭТФ, 45, 303 (1963).
2. К. А. Барсуков, Б. М. Болотовский, Изв. высш. уч. зав., Радиофизика, 7, 291 (1964).
3. К. А. Барсуков, Б. М. Болотовский, Изв. высш. уч. зав., Радиофизика, 8, 4 (1965).
4. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, Изд. Наука, М., 1967.

ՈՋ ՄՏԱՑԻՈՆԱՐ ՄԱԳՆԵՍԱԱԿՏԻՎ ՊԼԱԶՄԱՅՈՒՄ ՀԱՎԱՍԱՐԱԶԱՓ
ՇԱՐԺՎՈՂ ԼԻՑՔԱՎԱՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Կ. Ա. ԲԱՐՍՈՒԿՈՎ, Պ. Պ. ԼԻԶՈԳՈՒԲ

Հաջորդական մոտավորությունների մեթոդով դիտարկվում է արտաքին հարմոնիկ համա-
սեռ մագնիսական դաշտում գտնվող էլեկտրոնային պլազմայի միջով հաստատուն արագությամբ
անցնող լիցքավորված մասնիկի ճառագայթումը: Գտնված են դաշտը, ճառագայթման սպեկտրը
և էներգիան:

ON THE RADIATION OF CHARGED PARTICLE UNIFORMLY
MOVING IN TIME DEPENDENT MAGNETOACTIVE PLASMA

K. A. BARSOOKOF, P. P. LIZOGUB

The problem of the radiation of charged particle moving uniformly through an
electron plasma with an applied external harmonic-in-time uniform magnetic field is
considered with the help of successive approximation method.