

О НЕКОТОРЫХ ГАЛЬВАНО- И ТЕРМОМАГНИТНЫХ КОЭФФИЦИЕНТАХ В ВЫСШИХ ПРИБЛИЖЕНИЯХ ПО МАГНИТНОМУ ПОЛЮ

В. С. САРДАРЯН, М. Д. БЛОХ, С. А. СОКОЛОВ

Вычислены гальвано- и термомагнитные коэффициенты в анизотропных полупроводниках типа Ge и Si в промежуточных магнитных полях $\left(\frac{\mu H}{c} < 1\right)$ в пятом приближении по магнитному полю. С помощью некоторых алгебраических преобразований тензора высших рангов, характеризующие те или иные кинетические коэффициенты, выражены через тензор второго ранга, что намного упрощает расчеты. Показано, что при взаимно-перпендикулярных магнитном поле и градиенте температуры во втором и высших приближениях по магнитному полю возникает новый эффект — термомагнитная э.д.с. в направлении магнитного поля.

§ 1. Введение и постановка задачи

Для повышения достоверности измерений гальвано- и термомагнитных коэффициентов часто приходится увеличивать напряженности приложенных электрического и магнитного полей. Увеличение напряженности магнитного поля приводит к увеличению параметра $\frac{\mu H}{c}$, по которому обычно производится разложение гальвано- и термомагнитных коэффициентов, и, следовательно, к слабой сходимости соответствующих рядов. В этом случае становится необходимым вычислить указанные коэффициенты в высших приближениях по магнитному полю. Такая необходимость предсказывалась экспериментальными исследованиями гальваномагнитных явлений в [1, 2].

В пионерской работе Абельса, Мейбума и Шибуйи [3] вычислены указанные выше коэффициенты в анизотропных полупроводниках типа Ge и Si . В этих работах, однако, тензоры высших рангов вычисляются каждый в отдельности, что требует знания свойств симметрии тензоров соответствующих рангов и приводит к трудоемким расчетам.

Ниже приводим более простой и компактный метод вычисления кинетических коэффициентов.

Как известно [3], плотность тока определяется следующим образом:

$$\vec{j} = \frac{e}{4\pi^3 \hbar^3} \int \nabla^e \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \Phi dV, \quad (1)$$

где $\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \Phi$ — неравновесная добавка к функции распределения.

В отличие от работ [3, 1] удобно представить плотность тока в виде

$$\vec{j} = [\sigma^{(0)} + \sigma^{(3)}(\vec{H}) + \dots + \sigma^{(n)}(\vec{H}) + \dots] \vec{E}, \quad (2)$$

где

$$\sigma^{(n)}(\vec{H}) = \sigma_{ik\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_{n-2}} H_{\alpha_1} H_{\alpha_2} \dots H_{\alpha_{n-2}}. \quad (3)$$

Нетрудно найти следующее рекуррентное соотношение:

$$\sigma_{ik\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_n} = \left(\frac{e}{c}\right) \frac{\langle \tau^{n+1} \rangle}{\langle \tau^n \rangle} \frac{1}{m_{\perp}} e_{ikp\alpha_1\dots\alpha_{n-1}}, \quad (4)$$

где e_{ikp} — единичный, абсолютно антисимметричный тензор.

Введем следующую матрицу:

$$\hat{C} = \frac{1}{m_{\perp}} \begin{pmatrix} 0 & H_3 & -H_2 \\ -H_3 & 0 & H_1 \\ k^{-1}H_2 & -k^{-1}H_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad k = \frac{m_{11}}{m_{\perp}}. \quad (5)$$

Тогда для $\sigma^{(n)}(\vec{H})$ можно получить

$$\sigma^{(n)}(\vec{H}) = \left(-\frac{e}{c}\right)^n \frac{\langle \tau^{n+1} \rangle}{\langle \tau \rangle} \hat{C}^n \sigma^{(0)}, \quad (6)$$

где

$$\sigma^{(0)} = ne^2 \langle \tau \rangle \begin{pmatrix} \frac{1}{m_{\perp}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_{11}} \end{pmatrix}.$$

Отметим следующее свойство \hat{C} — матрицы:

$$\hat{C} \sigma^{(0)} = \frac{ne^2 \langle \tau \rangle}{m_{11} m_{\perp}} [\hat{C}_0(H_1, H_2, H_3) + \hat{C}_0(0, 0, H_3)(k-1)], \quad (7)$$

где

$$\hat{C}_0(H_1, H_2, H_3) = \begin{pmatrix} 0 & H_3 & -H_2 \\ -H_3 & 0 & H_1 \\ H_2 & -H_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица \hat{C}_0 инвариантна по отношению к поворотам. Далее можно получить

$$\hat{C}^{2n} \sigma^{(0)} = (-1)^{n-1} k^{1-n} \frac{1}{m_{\perp}^{3(n-1)}} [H^2 + (k-1)H_3^2]^{n-1} \hat{C}^2 \sigma^{(0)}, \quad (8)$$

$$\hat{C}^{2n+1} \sigma^{(0)} = (-1)^n k^{-n} \frac{1}{m_{\perp}^{3n}} (H^2 + (k-1)H_3^2)^n \hat{C} \sigma^{(0)}, \quad (9)$$

$$\hat{C}^2 \sigma^{(0)} = \frac{\langle \tau \rangle}{m_{11} m_{\perp}} H_3^2 \{k \hat{C}_0^2 + k(1-k) \hat{I} ne^2 + [(1-k)^2 H_3^2 + (k-1)H^2] \hat{A}\} \quad (10)$$

где \hat{I} — единичная матрица,

$$\hat{\Lambda} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Формула (6) с учетом (3–5) и (7–10) дает возможность выразить тензор любого ранга через тензор второго ранга, что и требовалось показать.

§ 2. Вывод гальвано- и термомагнитных коэффициентов

Здесь приводятся окончательные результаты.

Рассмотрим две модели: три эллипсоида энергии по [100] (модель „а“) и четыре эллипсоида по [111] (модель „в“), что соответствует структуре Si и Ge.

Воспользуемся определениями, введенными в [6].

а) Коэффициент Холла

$$R = R_0 - H^2 \{r (\gamma_1^4 + \gamma_2^4 + \gamma_3^4) + S\} + R^{(5)}, \quad (11)$$

где r и S приведены в работе [6], а $R^{(5)}$ — добавка к коэффициенту Холла в приближении H^5 равна

$$R^{(5)} = H^4 \left\{ \frac{\Lambda_1^{(5)} [\vec{a} \times \vec{B}] [\vec{c} \times \vec{B}] + \Lambda_2^{(5)} [\vec{a} \times \vec{B}] [\vec{d} \times \vec{B}]}{\sin \gamma} + [\Lambda_3^5 (\gamma_1^4 + \gamma_2^4 + \gamma_3^4) + \Lambda_4^{(5)}] \sin \gamma \right\}, \quad (12)$$

$\sin \gamma = \sqrt{1 - \left(\sum_{i=1}^3 \eta_i \xi_i \right)^2}$; η_i и ξ_i — направляющие косинусы соответственно магнитного поля и плотности тока относительно кристаллографических осей; \vec{a} , \vec{B} , \vec{c} и \vec{d} — условные векторы с проекциями

$$a_i = \eta_i, \quad b_i = \xi_i, \quad c_i = \eta_i^3, \quad d_i = \eta_i^5.$$

В (12)

$$\begin{aligned} \Lambda_1^{(5)} = & R_0 \frac{k^2 (k-1)^2}{3(2k+1)} \left(\frac{e}{m_{11}c} \right)^4 \left\{ \frac{1}{3} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ -20 \end{pmatrix} k + \begin{pmatrix} 18 \\ 8 \end{pmatrix} \right] \left(\frac{e}{m_{\perp}c} \frac{\rho_0}{R_0} \frac{\langle \tau^6 \rangle}{\langle \tau \rangle} + \right. \right. \\ & + \left. \frac{\langle \tau^5 \rangle}{\langle \tau \rangle} \right) + \left(\frac{R_0}{\rho_0} \right)^2 \frac{(-3) m_{11} m_{\perp} c^2 \langle \tau^2 \rangle}{e^2 \langle \tau \rangle} + \frac{R_0}{\rho_0} \frac{(3) m_{11} c \langle \tau^4 \rangle}{e \langle \tau \rangle} + \\ & + \frac{k-1}{3(k+2)} \times \left[\begin{pmatrix} -9 \\ 2 \end{pmatrix} k + \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \end{pmatrix} \right] \frac{\langle \tau^4 \rangle \langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau^2 \rangle \langle \tau \rangle} + \frac{1}{2k+1} \left[\begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix} k^2 + \right. \\ & \left. + \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix} k + \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix} \right] \frac{\langle \tau^3 \rangle^2}{\langle \tau \rangle^2} \Big\}, \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Lambda_2^{(5)} = & -R_0 \frac{k^2 (k-1)^3}{9(2k+1)} \left(\frac{e}{m_{11}c} \right)^4 \left\{ \begin{pmatrix} 9 \\ 16 \end{pmatrix} \left(\frac{e}{m_{\perp}c} \frac{\rho_0}{R_0} \frac{\langle \tau^5 \rangle}{\langle \tau \rangle} + \frac{\langle \tau^5 \rangle}{\langle \tau \rangle} \right) + \right. \\ & \left. + \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix} \frac{k-1}{k+2} \frac{\langle \tau^4 \rangle \langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau^2 \rangle \langle \tau \rangle} \right\}, \quad (14) \end{aligned}$$

$$\Lambda_3^{(5)} = R_0 \frac{k^2 (k-1)^2}{9 (2k+1)} \left(\frac{e}{m_{11} c} \right)^4 \left\{ \left(\frac{R_0}{\rho_0} \right)^2 \binom{-9}{6} \frac{m_{11} m_{\perp} c^2}{e^2} \frac{\langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau \rangle} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2 (2k+1)} \left[\binom{9}{-4} k^2 + \binom{36}{-28} k + \binom{9}{-4} \right] \frac{\langle \tau^3 \rangle^2}{\langle \tau \rangle^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{k+2} \left[\binom{0}{4} k^2 + \binom{-27}{10} k + \binom{0}{4} \right] \frac{\langle \tau^4 \rangle \langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau^2 \rangle \langle \tau \rangle} + \left[\binom{-9}{16} k + \right. \right. \\ \left. \left. + \binom{-9}{-4} \right] \frac{\langle \tau^5 \rangle}{\langle \tau \rangle} + \frac{e}{m_{\perp} c} \frac{\rho_0}{R_0} \left[\binom{0}{-10} k + \binom{9}{4} \right] \frac{\langle \tau^6 \rangle}{\langle \tau \rangle} \right\}, \quad (15)$$

$$\Lambda_4^{(5)} = R_0 \frac{k^2}{3 (2k+1)} \left(\frac{e}{m_{11} c} \right)^4 \left\{ \left(\frac{R_0}{\rho_0} \right)^4 \frac{3 (2k+1) m_{11}^2 m_{\perp}^2 c^4}{e^4} - \right. \\ \left. - \left(\frac{R_0}{\rho_0} \right)^2 \left[\binom{6}{12} k^2 + \binom{24}{12} k + \binom{6}{12} \right] \frac{m_{11} m_{\perp} c^2}{e^2} \frac{\langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau \rangle} + \right. \\ \left. + \frac{R_0}{\rho_0} \left[\binom{9}{9} k^2 + \binom{18}{0} k + \binom{0}{18} \right] \frac{m_{11} c}{e} \frac{\langle \tau^4 \rangle}{\langle \tau \rangle} + \right. \\ \left. + \frac{1}{k+2} \left[\binom{0}{6} k^4 + \binom{6}{6} k^3 + \binom{27}{18} k^2 + \binom{18}{12} k + \binom{3}{12} \right] \frac{\langle \tau^4 \rangle \langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau^2 \rangle \langle \tau \rangle} + \right. \\ \left. + \left[\binom{0}{-8} k^3 + \binom{-6}{-12} k^2 + \binom{-12}{6} k + \binom{0}{-4} \right] \frac{\langle \tau^5 \rangle}{\langle \tau \rangle} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2k+1} \left[\binom{3}{2} k^4 + \binom{21}{26} k^3 + \binom{63}{36} k^2 + \binom{21}{26} k + \binom{3}{2} \right] \frac{\langle \tau^3 \rangle^2}{\langle \tau \rangle^2} + \right. \\ \left. + \left[\binom{0}{5} k^3 + \binom{0}{-6} k^2 + \binom{9}{6} k + \binom{0}{4} \right] \frac{e}{m_{\perp} c} \frac{\rho_0}{R_0} \frac{\langle \tau^5 \rangle}{\langle \tau \rangle} \right\}, \quad (16)$$

где матрицы означают, что первый матричный элемент относится к модели „а“, второй — к модели „в“, заряд электрона — e .

б) Продольное коллоидное поле.

Приведем только добавку, содержащую H^5 :

$$\vec{E}_{[j+H+j]} = \frac{jH^5}{\sin \gamma} (\Lambda_1^{(5)} [\xi_1 \eta_2 \eta_3 (\eta_2^2 - \eta_3^2) + \eta_1 \xi_2 \eta_3 (\eta_3^2 - \eta_1^2) + \\ + \eta_1 \eta_2 \xi_3 (\eta_1^2 - \eta_2^2) + \Lambda_2^{(5)} [\xi_1 \eta_2 \eta_3 (\eta_2^4 - \eta_3^4) + \eta_1 \xi_2 \eta_3 (\eta_3^2 - \eta_1^2) + \\ + \eta_1 \eta_2 \xi_3 (\eta_1^4 - \eta_2^4)]]. \quad (17)$$

в) Продольно-поперечный термомагнитный эффект.

Как известно [4], при взаимной перпендикулярности магнитного поля и градиента температуры термомагнитная э.д.с. в приближении H^2 в направлении магнитного поля не возникает.

Нами показано, что в анизотропных полупроводниках во втором и высших приближениях по магнитному полю такой эффект появляется.

Здесь приведем разложение возникающей э.д.с. не выше H^3 , так как по величине выражение, содержащее H^3 , порядка добавки H^5 к коэффициенту Холла.

Для того, чтобы наложить изотермические и адиабатические условия, необходимо перейти в систему осей образца. Тогда условия изотермичности выразятся в виде $\nabla_y T = \nabla_z T = 0$.

Адиабатические условия ($w_y = w_z = 0$, где \vec{w} — первичный тепловой поток) делают выражение для э.д.с. очень громоздким, поэтому мы приведем здесь формулу только для изотермического случая.

Продольно-поперечная э.д.с. в осях кристалла изотермического случая имеет вид

$$E_{\vec{H}} = H^2 \nabla T \{ q (\xi_1 \cdot \eta_1^3 + \xi_2 \cdot \eta_2^3 + \xi_3 \cdot \eta_3^3 + \\ + gH [\eta_2 \eta_3 \xi_1 (\eta_2^2 - \eta_3^2) + \eta_1 \eta_2 \xi_3 (\eta_1^2 - \eta_2^2) + \eta_1 \eta_2 \xi_2 (\eta_3^2 - \eta_1^2)] + \\ + GH [\eta_1 \eta_2 \xi_3 (\eta_2^2 - \eta_3^2) + \eta_1 \eta_3 \xi_2 (\eta_1^2 - \eta_2^2) + \eta_2 \eta_3 \xi_1 (\eta_3^2 - \eta_1^2)] \}, \quad (18)$$

где ξ_i — направляющие косинусы градиента температуры относительно осей, связанных с ребрами куба,

$$q = \frac{k_0}{e} \left(\frac{-1}{3} \right) \left(\frac{e}{c} \right)^2 \frac{1}{m_{11} m_{\perp}} \frac{(k-1)^2}{2k+1} \frac{\langle \tau^3 x \rangle \langle \tau \rangle - \langle \tau x \rangle \langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau \rangle^2}, \quad (19)$$

$$g = \frac{k_0}{e} \left(\frac{-1}{2} \right) \left(\frac{e}{c} \right)^3 \frac{(k+2)(k-1)^2}{(2k+1)^2 m_{11} m_{\perp}^2} \times$$

$$\times \left(\frac{2 \langle \tau x \rangle \langle \tau^4 \rangle \langle \tau \rangle - 2 \langle \tau^4 x \rangle \langle \tau^2 \rangle - 2 \langle \tau x \rangle \langle \tau^2 \rangle \langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau \rangle^3} + \right. \\ \left. + \frac{\langle \tau^2 x \rangle \langle \tau^3 \rangle \langle \tau \rangle + \langle \tau^3 x \rangle \langle \tau^2 \rangle \langle \tau \rangle}{\langle \tau \rangle^3} \right), \quad (20)$$

$$G = \frac{k_0}{e} \left(\frac{-1}{3} \right) \left(\frac{e}{c} \right)^3 \frac{(k+2)(k-1)^2}{(2k+1)^2 m_{11} m_{\perp}^2} \frac{\langle \tau^3 x \rangle \langle \tau^2 \rangle - \langle \tau^2 x \rangle \langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau \rangle^2}. \quad (21)$$

Вводя направляющие косинусы α_{ij} осей образца относительно осей кристалла и учитывая изотермические условия, преобразуем (18) преобразованием

$$\eta_{il} = \alpha_{i3} \eta'_{il}, \quad \xi_j = \alpha_{j1} \xi'_j$$

(штрих означает систему осей образца).

Из (18) легко видеть, что эффект этот исчезает в изотропных полупроводниках и при сильном вырождении электронного газа. Все ранее приведенные формулы записаны для скалярного времени релак-

сации. Переход к тензорному времени релаксации производится методом, указанным в [6].

В конце следует вкратце остановиться на физическом смысле возникновения приведенного выше термомагнитного эффекта. Механика электрона с анизотропным законом дисперсии и произвольной формой поверхности Ферми (в случае вырождения) довольно сложна. Ясно поэтому, что решить точное уравнение движения электронов в скрещенных магнитном и тепловом полях трудно.

С этой целью, однако, удобно воспользоваться статистико-термодинамическими соображениями, использованными в [7] для объяснения причин возникновения ряда термомагнитных явлений. Вначале следует исходить из того, что возникшее термомагнитное поле исчезает всякий раз, когда магнитное поле параллельно какой-либо оси симметрии кристалла.

Поле обычного поперечного эффекта Нернста-Эттингсгаузена, как известно, определяется разностью холловских углов „медленных“ и „быстрых“ электронов. Так как угол Холла $\left(\frac{e\tau H}{m_{ij}c}\right)$ в макроскопически анизотропных полупроводниках в общем есть тензорная величина, и зависимость τ от энергии обеспечивает возникновение любого термомагнитного эффекта, тензорная масса определяет как величину, так и направление термомагнитного поля, соответствующего заданному приближению по H .

Наглядным примером макроскопически анизотропного полупроводника может служить полупроводник с одной лишь замкнутой поверхностью энергии типа эллипсоида.

Когда магнитное поле в таком полупроводнике не параллельно какой-либо оси эллипсоида, то на основе вышеприведенных соображений можно утверждать, что в линейном приближении возникнет термомагнитное поле, направленное по H . Легко сообразить, что если в макроскопически изотропном (но микроскопически анизотропном, типа Ge и Si) полупроводнике H направлено не по оси симметрии, то ситуация качественно аналогична случаю макроскопически анизотропного полупроводника. Разница лишь в том, что в линейном приближении по H термомагнитное поле исчезает за счет взаимно уничтожающего наложения полей—вкладов от группы эллипсоидов, обеспечивающих заданную симметрию кристалла.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. A. F. Kravchenko, V. S. Sardarian, W. W. Eftimov, Proceedings of the International Conference of the Physics of Semiconductors, Kyoto, 1966.
2. A. F. Kravchenko, V. S. Sardarian, Phys. stat. sol. 17, 479 (1966).
3. B. Abeles, S. Meifoom. Phys. Rev. 95, 31 (1954). M. Shibuya, Phys. Rev. 95, 1385 (1954).
4. И. М. Цидильковский, Термомагнитные явления в полупроводниках, Физматгиз, М., 1960.
5. А. И. Ансельм, Введение в теорию полупроводников, Физматгиз, М.—Л., 1962.
6. А. Ф. Кравченко, В. С. Сардарян, Л. И. Магарилл, К феноменологической теории продольного эффекта Холла, ФТТ, 8, 1901 (1966).

ՄԻ ՔԱՆԻ ԳԱԼՎԱՆՈ ԵՎ ԶԵՐՄԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՆԵՐԻ ԲԱՐՁՐ ՄՈՏԱՎՈՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Վ. Ս. ՍԱՐԴԱՐՅԱՆ, Մ. Դ. ԲԼՈՒՅ, Ս. Ա. ՍՈԿՈԼՈՎ

Հաշված են դալվանո և շերմամագնիսական գործակիցները Ge և Si անիզոտրոպ կիսահաղորդիչներում, միջանկյալ մագնիսական դաշտում ($\mu H/C < 1$) մագնիսական դաշտի հինգերորդ մոտավորությամբ ջնույց է տրված, որ մագնիսական դաշտի և շերմաստիճանի դրադիենտի փոխուղղահայացության դեպքում մագնիսական դաշտի երկրորդ և ավելի բարձր կարգի մոտավորությունների դեպքում առաջանում է նոր էֆեկտ՝ մագնիսական դաշտի ուղղությամբ շերմամագնիսական էլշու

ON SOME GALVANO AND THERMOMAGNETIC COEFFICIENTS IN THE HIGH ORDER MAGNETIC FIELD APPROXIMATION

V. S. SARDARIAN, M. D. BLOCH and S. A. SOKOLOV

The galvano and thermomagnetic coefficients for anisotropic Ge and Si type semiconductors have been calculated in the fifth-order magnetic field approximation in the case of intermediate magnetic fields ($\mu H/C < 1$). It is shown that new effect (thermomagnetic e.m.f. along the magnetic field direction) occurs in the third and higher approximations when the temperature gradient is normal to the magnetic field direction.