Известия АН Армянской ССР, Науки о Земле, 3, 61—66, 1972

УДК 550.838

Д. С. ГРИГОРЯН

О ВЫЧИСЛЕНИИ МАГНИТНОГО МОМЕНТА ДЛЯ АБОВЯНСКОГО АПАТИТ-МАГНЕТИТОВОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

Абовянское апатит-магнетитовое месторождение является «слепым», оно закрыто лавовыми образованиями. Рудовмещающими породами служат андезитовые порфириты. Оруденение представлено жилообразными и линзообразными телами массивных брекчиевидных и прожилково-вкрапленных руд разнообразной формы.

Над месторождением наблюдается аномалия ΔZ до 40000 *гамм*, по данным съемки. Анализ формы аномалии ΔZ, представленной в виде графиков ΔZ по профилям и плана изодинам ΔZ, показал, что можно говорить о результирующем намагничении всей рудной массы. Направление результирующего намагничения близко к вертикальному.

Магнитное влияние лавового покрова удалось исключить из наблюденной аномалии ΔZ в результате сопоставления аномальных полей на лавах над месторождением и за его пределами.

Очень спокойное, с горизонтальными градиентами близкими к нулю, поле ΔZ на лавах за пределами основной аномальной зоны было принято за «нормальное» поле с нулевым уровнем.

Площадь съемки ΔZ (участок A_7) составляет около 1 *кв. км*. На этой площади аномалия ΔZ имеет значительные горизонтальные градиенты. За пределами этой площадки находится «нормальное поле».

Указанные особенности аномалии ΔZ позволяют вполне обоснованно применить следующий алгоритм вычисления величины магнитного момента, [1]:

$$M = \frac{1}{4\pi^2} \sum_i \sum_j \frac{\partial \overline{U}}{\partial z} (\xi_i,\ \eta_j;\ \zeta_{i,\ j})\, \Delta\xi \cdot \Delta\eta +$$

$$+ \frac{1}{4\pi^2} \iint\limits_{(S_{xoy} - \sigma)} F(x,\ y)\, dxdy. \tag{1}$$

Функция $\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}$, входящая в формулу (1) и являющаяся решением системы:

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_1 = \alpha_{12}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_2 + \alpha_{13}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_3 + \cdots + \alpha_{1n}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_n + \beta_1,\\
&\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_2 = \alpha_{21}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_1 + \alpha_{23}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_3 + \cdots + \alpha_{2n}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_n + \beta_2,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_n + \alpha_{n1}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_1 + \alpha_{n2}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_2 + \cdots + \alpha_{n,\,n-1}\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_{n-1} + \beta_n;
\end{aligned}
\right. \tag{2}
$$

с точностью до постоянной представляет собой так называемую «псевдогравитационную» аномалию от массы, создающей аномалию ΔZ. Поэтому $\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}$ убывает по закону убывания гравитационной аномалии Δg, т. е. на порядок медленнее, чем аномалия ΔZ.

Учитывая это, мы выбрали область σ, где вычисляется $\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}$, в 10 раз большей по площади, чем площадь съемки ΔZ.

В качестве исходных данных были взяты значения ΔZ по сетке 20 *м*$\times$20 *м* и высоты h в точках съемки.

Величины коэффициентов α, входящих в систему (2), вычислялись по формуле:

$$
\alpha_{i,\,j} = \frac{1}{2\pi}\iint\limits_{\Delta\sigma_{i,\,j}} \frac{(\xi-\overline{\xi})\frac{\partial f}{\partial \xi} + (\eta-\overline{\eta})\frac{\partial f}{\partial \eta} + (\zeta-\overline{\zeta})}{r_s^3}\, d\xi d\eta, \tag{3}
$$

в которой производные $\frac{\partial f}{\partial \xi}$, $\frac{\partial f}{\partial \eta}$ считались постоянными в пределах элементарных площадок $\Delta S_{i,\,j}$, что достаточно соответствует истине при размерах $\Delta S = 20$ *м* $\times$ 20 *м* и данному рельефу.

Величины производных брались в центрах площадок ΔS по известным приближенным формулам [2]:

$$
\left(\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)_{i,\,j} = \frac{f(\xi_{i+1},\ \eta_j) - f(\xi_{i-1},\ \eta_j)}{2\Delta\xi},
$$

$$
\left(\frac{\partial f}{\partial \eta}\right)_{i,\,j} = \frac{f(\xi_i,\ \eta_{j+1}) - f(\xi_i,\ \eta_{j-1})}{2\Delta\eta}.
$$

Для $\alpha_{i,\,j}$ получили:

$$
\alpha_{i,\,j} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)_{i,\,j} \cdot \iint\limits_{\Delta\sigma_{i,\,j}} \frac{(\xi-\overline{\xi})\, d\xi d\eta}{[(\xi-\overline{\xi})^2 + (\eta-\overline{\eta})^2 + (\zeta-\overline{\zeta})^2]^{3/2}} +
$$

$$
+ \frac{1}{2\pi}\left(\frac{\partial f}{\partial \eta}\right)_{i,\,j} \cdot \iint\limits_{\Delta\sigma_{i,\,j}} \frac{(\eta-\overline{\eta})\, d\xi d\eta}{[(\xi-\overline{\xi})^2 + (\eta-\overline{\eta})^2 + (\zeta-\overline{\zeta})^2]^{3/2}} +
$$

$$
+ \frac{1}{2\pi}\iint\limits_{\Delta\sigma_{i,}} \frac{(\zeta-\overline{\zeta})\, d\xi d\eta}{[(\xi-\overline{\xi})^2 + (\eta-\overline{\eta})^2 + (\zeta-\overline{\zeta})^2]^{3/2}}.
$$

Сведя двойные интегралы к повторным, в результате непосредственного интегрирования получим:

$$
\begin{aligned}
a_{i,j} = &-\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)_{i,j}\ln\left[(\eta-\bar{\eta})+\sqrt{(\xi-\bar{\xi})^2+(\eta-\bar{\eta})^2+(\zeta-\bar{\zeta})^2}\right]\times \\
&\times \Bigg|_{\xi_i-\frac{\Delta\xi}{2}}^{\xi_i+\frac{\Delta\xi}{2}}\Bigg|_{\eta_j-\frac{\Delta\eta}{2}}^{\eta_j+\frac{\Delta\eta}{2}} - \\
&-\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\partial f}{\partial \eta}\right)_{i,j}\ln\left[(\xi-\bar{\xi})+\sqrt{(\xi-\bar{\xi})^2+(\eta-\bar{\eta})^2+(\zeta-\bar{\zeta})^2}\right]\times \\
&\times \Bigg|_{\xi_i-\frac{\Delta\xi}{2}}^{\xi_i+\frac{\Delta\xi}{2}}\Bigg|_{\eta_j-\frac{\Delta\eta}{2}}^{\eta_j+\frac{\Delta\eta}{2}} - \\
&-\frac{1}{2\pi}\operatorname{arctg}\frac{(\eta-\bar{\eta})(\xi-\bar{\xi})}{(\zeta-\bar{\zeta})\sqrt{(\xi-\bar{\xi})^2+(\eta-\bar{\eta})^2+(\zeta-\bar{\zeta})^2}}\times \\
&\times \Bigg|_{\xi_i-\frac{\Delta\xi}{2}}^{\xi_i+\frac{\Delta\xi}{2}}\Bigg|_{\eta_j-\frac{\Delta\eta}{2}}^{\eta_j+\frac{\Delta\eta}{2}},
\end{aligned}
\tag{4}
$$

где $\zeta_{i,j} = f(\xi_i, \eta_j)$.

Формула (4) позволила вычислить коэффициенты $a_{i,j}$ для всех точек (ξ_i, η_j) в области σ. Эти числа a не хранились все сразу в памяти ЭЦВМ, а вычислялись по мере необходимости.

Наиболее сложным этапом вычислений в смысле затрат машинного времени при решении системы (2) оказался счет при нахождении нулевых приближений $\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_n$.

Эти величины непосредственно считались по формуле:

$$
\beta(\bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{\zeta}) = \frac{\mu}{2\pi}\sum_i\sum_j\frac{\Delta Z(\xi_i, \eta_j; \zeta_{i,j})\,\Delta\xi\Delta\eta}{\sqrt{(\xi_i-\bar{\xi})^2+(\eta_j-\bar{\eta})^2+(\zeta_{i,j}-\bar{\zeta})^2}}
\tag{5}
$$

с добавкой значения $3{,}52\,\Delta Z(\bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{\zeta})\,\Delta\xi$.

Последующие приближения, линейно зависящие от предыдущих, вычислялись быстро. На каждом этапе после получения очередных приближений к искомым величинам $\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_1, \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_2, \cdots, \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_n$, получали следующие приближения в левых частях уравнений (2), подставляя в правые части полученные приближенные значения.

Значения $\frac{\partial U}{\partial z}$, полученные в результате решения системы (2), имеют размерность *«гамма · метр»*, если ΔZ задано в *гаммах*, а высотные отметки в *метрах*. Поэтому в формуле (1) результат суммирования умножался на множитель:

$$\frac{1}{4\pi^2}\cdot 20 \text{ м}\cdot 20 \text{ м}\cdot 20 \text{ м}\cdot 10^{-5}, \tag{6}$$

учитывая, что при решении системы (2) для простоты брали $\Delta\xi = \Delta\eta = 1$. В результате ответ выразился в единицах CGSM·$м^3$. Множитель (6) равен 0,00203. Сумма накопленных значений $\frac{\partial U}{\partial z}$ по площади σ, равной 11,6 *кв км* по сети 20 *м* $\times$ 20 *м* составила 5812532090 *гамм*.

Умножив эту величину на множитель 0,00203, получили округленно:

$$M_1 = 11{,}8\cdot 10^6 \text{ CGSM}\cdot м^3,$$

где M_1 — величина магнитного момента, соответствующая площади σ. Согласно формуле (1) остается вычислить значение остаточного интеграла $\iint\limits_{(S_{xoy}-\sigma)} F(x, y)\,dxdy$.

Были построены графики функции $\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}$, вычисленной по площади σ. Вид графиков $\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}$ показал, что аномалию функции $\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}$ можно вполне объяснить некоторой «псевдогравитационной» массой, имеющей вид конечной линии полюсов, залегающей горизонтально на некоторой глубине. Протяженность этой «псевдогравитационной» массы порядка одного километра [3].

Используя известные способы оценок глубин по характерным точкам, установили, что глубина залегания принятой модели ограниченной линии полюсов равна 360 *м*. Во всяком случае не более 420 *м*, если взять предельный случай: вырождение ограниченной линии полюсов в один полюс. Границы участка σ удалены на расстояние 1700 *м* от эпицентральной части «псевдогравитационной» аномалии. Это расстояние превышает почти в 5 раз глубину залегания центра псевдогравитационной массы. При таком соотношении между расстоянием до эпицентра и глубиной с учетом, что размеры «псевдогравитационной» массы ограничены в плане размерами участка съемки ΔZ, действие «псевдогравитационной» массы за пределами участка σ практически можно аппроксимировать действием от модели точечного полюса [3].

Это дает возможность доопределить функцию $\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}$ за пределами участка σ. Взяв за основу значения функции $\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}$ на границе области

σ, построили функцию $F(x, y)$, входящую в остаточный интеграл равенства (1). Для этого написали систему:

$$\begin{cases} F(x, y) = \dfrac{mH}{[R^2 + H^2]^{3/2}}, \\ F_{\Gamma}(x, y) = \dfrac{mH}{[R_{\Gamma}^2 + H^2]^{3/2}}, \end{cases} \tag{7}$$

где R — расстояние от эпицентра аномалии до точки (x, y) на плоскости XOY.

R_{Γ} — расстояние от границы Г области σ.

F_{Γ} — граничные значения функции $\dfrac{\partial U}{\partial z}$.

H — глубина залегания центра „псевдогравитационной" массы.

Исключив m из системы (7), нашли:

$$\iint\limits_{(S_{xoy}-\sigma)} F(x, y)\,dxdy = F_{\Gamma}\frac{[R_{\Gamma}^2 + H^2]^{3/2}}{H}\cdot\iint\limits_{(S_{xoy}-\sigma)}\frac{Hdxdy}{[R^2 + H^2]^{3/2}}. \tag{8}$$

Величина интеграла в правой части (8) представляет собой телесный угол ω, под которым видна из центра «псевдогравитационной» массы бесконечная часть $(S_{xoy} - \sigma)$ плоскости XOY. Этот угол можно вычислить по формуле:

$$\omega = 2\pi - 4\,\mathrm{arctg}\,\frac{(\bar{x} - x_0)(\bar{y} - y_0)}{H\sqrt{(\bar{x} - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + H^2}},$$

где $\bar{x}$, $\bar{y}$ — координаты той вершины прямоугольной области σ, для которой $\bar{x} - x_0 > 0$ и $\bar{y} - y_0 > 0$.

Для ω получим: $\omega = 1{,}19$ радиана.

Остаточный интеграл, вычисленный по формуле (8) дал значение:

$$M_2 = 8{,}5\cdot 10^6\,\mathrm{CGSM}\cdot м^3,$$

где M_2 — магнитный момент, соответствующий бесконечной области $(S_{xoy} - \sigma)$.

Таким образом, для искомой величины магнитного момента M согласно формуле (1) получили:

$$M = M_1 + M_2 = 11{,}8\cdot 10^6\,\mathrm{CGSM}\cdot м^3 + 8{,}5\cdot 10^6\,\mathrm{CGSM}\cdot м^3$$

$$M = 20.3\cdot 10^6\,\mathrm{CGSM}\cdot м^3.$$

Полученная величина включает в себя магнитные моменты от руд и вмещающих их магнитных пород.

Другими словами, величина M соответствует всем объектам, участвующим в создании аномалии ΔZ за исключением лавового покрова.

Ордена Трудового Красного знамени
Институт геофизики и инженерной сейсмологии
АН Армянской ССР

Поступила 30.VII.1971.

Դ. Ս. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

ԱԲՈՎՅԱՆԻ ԱՊԱՏԻՏ-ՄԱԳՆԵՏԻՏԱՅԻՆ ՀԱՆՔԱՎԱՅՐԻ ՀԱՄԱՐ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ՄՈՄԵՆՏԻ ՀԱՇՎՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Աբովյանի ապատիտ-մագնետիտային հանքավայրի մագնիսական մոմենտի հաշվումը տալիս է $M=20{,}3.10^6$ CGSM.m^3 *մեծություն, որը համապատասխանում է* ΔZ *անոմալիայի առաջացմանը մասնակցող բոլոր օբյեկտներին, բացառությամբ լավային ծածկոցի։*

ЛИТЕРАТУРА

1. *Григорян Д. С., Полонский А. М.* О вычислении магнитного момента по аномалии ΔZ, наблюденной на негоризонтальном рельефе. Известия АН Арм. ССР, Науки о Земле, № 2, 1972.
2. *Демидович Б. П.* и *Марон И. А.* Основы вычислительной математики. М., 1963.
3. *Колюбакин В. В.* и *Лапина М. И.* Обзор способов решения прямой и обратной задач магнитной разведки. М., 1960.