

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СЕРДЦА, ОРИЕНТИРОВАННАЯ
НА КЛИНИКУ ДЛЯ НЕИНВАЗИВНЫХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЙ****А.С.Абрамян**

*/Ереванский государственный медицинский университет им. М. Гераци,
кафедра медицинской и биологической физики/
375025 Ереван, ул. Корюна, 2*

Ключевые слова: модель сердца, идентификация, компьютер

В настоящее время в литературе предложено значительное число количественных оценок, характеризующих различные аспекты насосной функции сердца. К таким оценкам относится ряд индексов, отражающих сократительную способность сердца: индекс время – напряжение Сарнова, индекс Рашмера, индекс Верамута, скорость падения внутрисердечного давления, а также интегральные оценки, отражающие насосную функцию сердца в целом [4–6,8–10]. Увеличение числа количественных оценок, естественно, способствует дифференциальной клинической оценке деятельности сердца. Однако попытка одновременного использования различных индексов и оценок приводит к противоречивости в понимании сложившейся клинической ситуации. Врач сталкивается с проблемой, как сопоставить величины различных размерностей и каким из множества оценок отдать предпочтение в каждом конкретном случае наблюдений. Эта проблема принципиально решена в современной кардиохирургии в условиях реанимации и интенсивной терапии на основе метода математического моделирования [2,3,5,6]. При этом модель позволяет связать единым непротиворечивым математическим описанием фундаментальные физиологические закономерности и характеристики, локальные свойства, однозначно определяющие целостную функцию сердца. Следует, однако, отметить, что для использования предложенных моделей в клинической практике необходимо неоднократно (непрерывно) измерять кровяное давление в полых венах или в правом предсердии, в легочных венах или в левом предсердии, в легочной артерии, что практически возможно только для больных, оперированных по поводу порока сердца [2,3].

В настоящей работе предлагается математическая модель сердца, практическое применение которой основано на определении функциональных величин внутрисердечной гемодинамики по методу компьютерной доплер-эхокардиографии. Это позволяет надеяться, что она будет применена в клиниках достаточно широкого профиля. Поэтому при ее разработке были соблюдены следующие основные требования:

1. Все параметры и коэффициенты, входящие в математическую модель, должны иметь физиологическую сущность и клиническую значимость.
2. Структура и детальность модели полностью должна определяться объемом контролируемой у пациента информации.

Математическое описание модели

Сердце в модели рассматривается как мышечный насос, обеспечивающий две основные функции кровообращения — поддержание уровня кровяного давления (P) и системного кровотока (q). Поэтому наиболее общей, объединяющей обе функции величиной производительности сердца как источника механической энергии, является мощность левого желудочка:

$$N_{лж} = CP_{лж}, \quad (1)$$

где $N_{лж}$ — мощность левого желудочка, $P_{лж}$ — среднее (за время сердечного выброса) давление левого желудочка, C — коэффициент размерности.

Среднее давление в левом желудочке можно определить на основе среднего артериального давления (P_a) и градиента давления левого желудочка ($\Delta P_{лж}$):

$$P_{лж} = P_a + \Delta P_{лж}, \quad (2)$$

где P_a вычисляется по значениям систолического ($P_{ас}$) и диастолического ($P_{ад}$) артериального давления:

$$P_a = P_{ад} + (P_{ас} - P_{ад})/3, \quad (3)$$

а $P_{лж}$ определяется методом доплер-эхографии.

Объемная скорость сердечного выброса или кровотока (q) определяется на основе ударного объема ($V_{уд}$) крови левого желудочка и частоты сердечных сокращений (F):

$$q = V_{уд} \cdot F, \quad (4)$$

где ударный объем крови определяется из конечно-диастолического ($V_{кд}$) и конечно-систолического ($V_{кс}$) объемов (по эхокардиографии):

$$V_{уд} = V_{кд} - V_{кс}. \quad (5)$$

Равенства (1–5) являются общепринятыми клиническими формулами, характеризующими зависимость функциональных величин внутрисердечной гемодинамики от выходных характеристик сердца. Основными входными функциональными величинами сердца являются градиенты давления левого ($\Delta P_{лж}$) и правого ($\Delta P_{пж}$) предсердий (также определяемые на основе доплер-эхографии). Описание зависимости скорости кровотока от входных величин сердца, как принято для моделей непрерывного

потока крови, основано на гетерометрической характеристике сердца или законе Франка-Старлинга [2, 4-7]. Для левого желудочка этот закон имеет следующий вид:

$$q = K_{л} P_{лв},$$

где $K_{л}$ — насосный коэффициент левого желудочка, $P_{лв}$ — давление в легочных венах.

Однако данное описание недостаточно точно характеризует насосную функцию сердца, так как процесс наполнения левого желудочка (при диастоле) определяется непосредственно разницей давлений между левым предсердием и остаточным давлением в левом желудочке, т.е. градиентом левопредсердного давления ($\Delta P_{лп}$). Следовательно, насосную функцию левого желудочка следует выразить, основываясь на законе Пуазейля:

$$q = K_{л} \Delta P_{лп}. \quad (6)$$

Аналогично насосная функция правого желудочка будет выражаться:

$$q = K_{п} \Delta P_{пп},$$

где $K_{п}$ — насосный коэффициент правого желудочка. $P_{пп}$ — градиент правопредсердного давления.

В клинической практике существенное значение имеют обратные величины насосных коэффициентов — коэффициенты функциональной недостаточности левого и правого желудочков сердца [2, 3, 5]:

$$L = K_{л}^{-1} \text{ и } \Pi = K_{п}^{-1}, \quad (7)$$

где L и Π — соответственно коэффициенты функциональной недостаточности левого (L) и правого (Π) желудочков сердца. Из равенств (6) и (7) следует, что данные коэффициенты будут определяться следующим образом:

$$L = \frac{\Delta P_{лп}}{q}, \quad (8) \quad \Pi = \frac{\Delta P_{пп}}{q}. \quad (9)$$

Сократимость сердца в модели характеризуется согласно закону Франка-Старлинга (гомеометрическая зависимость) [5,6] и имеет следующий вид:

$$V_{уд} = K V_{кл}, \quad (10)$$

где K — сократимость сердца (коэффициент Старлинга).

Зависимость давление — объем для левого желудочка в модели определяется согласно уравнению Франка следующим равенством:

$$P_{лж} = E_{лж} (V_{кл} - V_{кс}) = E_{лж} V_{уд}, \quad (11)$$

где $E_{лж}$ — интегральная оценка жесткости левого желудочка (в среднем за систолу) или систолическая жесткость.

Уравнение динамики для левого желудочка принято [1,4,6] выразить равенством:

$$\frac{dV_{лж}}{dt} = q_{вх}(t) - q_{вых}(t), \quad (12)$$

где $q_{вх}$ — входной поток, $q_{вых}$ — кровоток на выходе из сердца.

Условия квазистатического режима (установившиеся процессы) в модели характеризуются равенством входного и выходного потоков и постоянством функциональных величин гемодинамики:

$$q, \Delta P_{\text{лп}}, \Delta P_{\text{пп}}, P_a, V_{\text{ул}}, F = \text{const.} \quad (13)$$

Система уравнений (1–13) представляет собой математическую модель сердца. Модель отражает влияние основных функциональных величин гемодинамики ($q, \Delta P_{\text{лп}}, \Delta P_{\text{пп}}, P_a, F$) на сердце. Преимущество модели заключается в том, что все функциональные величины гемодинамики подвергаются клиническому контролю неинвазивными методами.

Метод использования математической модели в клинической практике

Математическая модель сердца в клинической практике может быть использована для решения задачи идентификации. Этот метод заключается в том, что путем измерения функциональных величин гемодинамики ($q, \Delta P_{\text{лп}}, \Delta P_{\text{пп}}, P_{\text{ас}}, P_{\text{ад}}, V_{\text{кл}}, V_{\text{кс}}, F$) можно определить параметры математической модели – коэффициенты, входящие в уравнения ($K_{\text{л}}, K_{\text{п}}, L, \Pi, K, E_{\text{лж}}$), и мощность сердца ($N_{\text{лж}}$). Учитывая размерности параметров и функциональных величин, принятых в клинике, определение вычисляемых величин, следующих из равенств (1 – 12), удобно представить в виде таблицы (табл.1).

Таблица 1

Основные формулы идентификации

Вычисляемая величина	Формула вычисления	Размерность
q – кровоток или минутный объем крови	$q = (V_{\text{кл}} - V_{\text{кс}})F$	мл/мин
$K_{\text{л}}$ – насосный коэф. левого желудочка	$K_{\text{л}} = q / (60 \Delta P_{\text{лп}})$	мл/мм рт. ст. · с
$K_{\text{п}}$ – насосный коэф. правого желудочка	$K_{\text{п}} = q / (60 \Delta P_{\text{пп}})$	мл/мм рт. ст. · с
L – коэффициент функциональной недостаточности левого желудочка	$L = 60 \Delta P_{\text{лп}} / q$	мм рт. ст. · с/мл
Π – коэффициент функциональной недостаточности правого желудочка	$\Pi = 60 \Delta P_{\text{пп}} / q$	мм рт. ст. · с/мл
K – сократимость левого желудочка	$K = (V_{\text{кл}} - V_{\text{кс}}) / V_{\text{кл}}$	–
$E_{\text{лж}}$ – систолическая жесткость левого желудочка	$E_{\text{лж}} = P_{\text{лж}} / (V_{\text{кл}} - V_{\text{кс}})$	мм рт. ст./мл
$P_{\text{лж}}$ – систолическое давление левого желудочка	$P_{\text{лж}} = P_a + P_{\text{лж}}$	мм рт. ст.
P_a – среднее артериальное давление	$P_a = P_{\text{ск}} + (P_{\text{ас}} - P_{\text{ск}}) / 3$	мм рт. ст.
$N_{\text{лж}}$ – мощность левого желудочка	$N_{\text{лж}} = 0,22 \cdot 10^{-5} P_{\text{лж}} q$	Вт

Система количественных оценок измеряемых и вычисляемых величин полно и непротиворечиво характеризует как локальные свойства, так и функциональное состояние сердца в целом.

Для человека в норме и состоянии покоя система количественных оценок характеризуется следующими значениями (табл.2).

Таблица 2

Изменяемые величины							Вычисляемые величины										
P_{ac}	$P_{ад}$	$\Delta P_{лп}$	$\Delta P_{пп}$	$\Delta P_{лж}$	$V_{кд}$	$V_{кс}$	F	P_a	$P_{лж}$	q	K_d	$K_{п}$	K	Л	П	$E_{лж}$	N
120	80	2	1	5	140	70	70	93	98	4900	40	80	0,5	0,025	0,25	1,3	1

В процессе наблюдений за больными вычисления производятся с помощью компьютерной техники. При этом врач вводит в компьютер значения однозначно измеряемых величин и получает в требуемом виде значения вычисляемых параметров, вкуче определяющих состояние сердца наблюдаемых пациентов в целом.

Анализ различных клинических ситуаций и выводы основаны на сравнении отдельных параметров индивидуальных характеристик у наблюдаемых больных. Данный клинико-математический подход дает возможность проведения индивидуальной диагностики и лечения.

Поступила 21.05.96

ՄԲՏԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈՂԵԼԸ, ԿՈՂՄԵՈՐՈՇՎԱԾ ԿԼԻՆԻԿԱՅՈՒՄ ՈՉ ԻՆՎԱԶԻՎ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ԿԻՐԱՈՍԱՆ ՎՐԱ

Ա.Ս.Արրահամյան

Առաջարկված սրտի մաթեմատիկական մոդելը հիմնված է հենոդինամիկայի ամենատեղի ցուցանիշների չափման վրա: Այդ մեծություններն են սրտի դիաստոլիկ և սիստոլիկ ծավալները, պոլսը, արյան ծավալային արագությունը, ճախ և աջ նախասրտերի ճնշման գրադիենտները, ճախ փորոքի ճնշման գրադիենտը, ինչպես նաև զարկերակային ճնշման սիստոլիկ և դիաստոլիկ արժեքները: Մոդելը իր հերթին հնարավորություն է տալիս հաշվել սրտի հզորությունը, աջ և ճախ փորոքների ֆունկցիոնալ անբավարարության գործակիցները, ճախ փորոքի կծկողականությունը և նրա սիստոլիկ էլաստիկությունը: Բոլոր նշված մեծությունները միմյանց հետ կապված են միարժեքորեն համաձայն մաթեմատիկական մոդելի հավասարումների: Մաթեմատիկական մոդելի կիրառումը կլինիկայում հնարավորություն է տալիս գնահատել ինչպես սրտի լոկալ հատկությունները, այնպես էլ նրա ամբողջական ֆունկցիոնալ վիճակը:

Առաջարկված մաթեմատիկական մոդելի առավելությունը կայանում է նրանում, որ կիրառումը հիմնված է հիվանդի ոչ ինվազիվ մեթոդներով չափումների վրա՝ համակարգչային դոպլեր-արձագանքասրտագրության կիրառմամբ: Դա իր հերթին հիմք է հանդիսանում հետազոտվող հիվանդների մոտ անցկացնել անհատական ախտորոշում և բուժում: Հաշվարկների օպերատիվությունը ապահովվում է ժամանակակից համակարգչային տեխնիկայի միջոցով:

HEART MATHEMATICAL MODEL ORIENTED ON APPLICATION OF NON-INVASIVE METHODS IN CLINIC

A.S.Abrahamian

The suggested mathematical model of the heart is based on measurements of the major hemodynamic indices, which are the systolic and diastolic volumes of the heart, the pulse, the volume velocity of the blood, the pressure gradient of the left and right auricles, the gradient of the pressure of the left ventricle as well as the systolic values of the pulse pressure. This mode in its turn allows to calculate the heart strength, the pumping coefficients of the right and left ventricles, the coefficients of functional insufficiency of the right and left ventricles, the contractability of left ventricle and the systolic flexibility. All the mentioned quantities are connected with single-valued way according to the equations of the mathematical model. The application of mathematical model in clinic allows to estimate both the local properties of the heart and its functional condition on the whole. The advantage of the mathematical model suggested is that its application is based on non-invasive methods of measurement with application of Doppler echocardiography. This in its turn provides a basis for individual approach to diagnosing and treatment of patients. The operational efficiency of the calculations is ensured by the modern computer techniques.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамян А.С.* В кн.: Вопросы кибернетики (регуляция и саморегуляция вегетативных функций). М., 1977, с. 128.
2. *Абрамян А.С.* Системная оценка функционального состояния сердечно-сосудистой системы (метод. реком). Ереван, 1989.
3. *Бураковский В.И., Лицук В.А., Стороженко И.Н., Мироненко В.И.* В кн.: Применение математических моделей в клинике сердечно-сосудистой хирургии. М., 1980, с. 93.
4. *Лицук В.А.* Общие свойства замкнутой сердечно-сосудистой системы. Киев, 1971.
5. *Лицук В.А.* Математическая теория кровообращения. М., 1981.
6. *Мироненко В.И., Мосткова Е.В.* В кн.: Применение математических моделей в клинике сердечно-сосудистой хирургии. М., 1980, с. 30.
7. *Defares J.I., Osborn I.I., Hirochi H.H.* Acta Physiol., 1963, 12, 3, p. 189.
8. *Rushmer R.F.* Circulation, 1964, 29 p. 268.
9. *Samoff S.I., Gilmore J.P., Brocman S.H., Mitchel J.H.* Circ. Res., 1960, 8, p. 1123.
10. *Varegut V.F.* Kardiologia, 1965, 47, p. 96.