

УДК: 52-64

ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЕ. III

А.Г.НИКОГОСЯН

Поступила 24 декабря 2003

Подход, предложенный в предыдущих частях данной серии, применяется для решения задачи переноса излучения в рассеивающей и поглощающей многокомпонентной атмосфере. Получены линейные рекуррентные соотношения, позволяющие определить не только отражательную и пропускательную способности такой атмосферы, но и выходящие интенсивности в случае, когда атмосфера содержит источники энергии. Рассматривается задача об образовании спектральных линий в одномерной неоднородной атмосфере, которая иллюстрирует возможность обобщения применяемого нами подхода на матричный случай. Показывается, что и в этом случае вопрос сводится к решению задачи с начальными условиями для линейных дифференциальных уравнений. Приводятся результаты численных расчетов.

1. *Введение.* Мы продолжаем начатое в первых двух частях данной серии [1,2] (далее Н1, Н2) рассмотрение стандартных задач теории переноса излучения в неоднородной атмосфере. Напомним, что его цель - показать преимущества предлагаемого нами подхода, благодаря которому все задачи, представляющие астрофизический интерес, удастся свести к задачам с заданными начальными условиями. Тем самым различные характеристики поля находятся одновременно для семейства атмосфер, имеющих различные оптические толщины.

В настоящей работе мы рассмотрим сначала перенос излучения в многокомпонентной атмосфере, причем обсудим обе возможности, когда среда освещается извне и когда источники энергии находятся внутри нее. Далее в разделе 3 показывается, каким образом полученные ранее результаты могут быть обобщены на более сложный (матричный) случай, когда учитывается зависимость поля излучения от частоты. Как и в предыдущих работах, некоторые расчеты выполнены для двух типов атмосфер с взаимно противоположным ходом изменения коэффициента рассеяния с оптической глубиной ($\lambda(\tau) = 1/(1 + ae^{-\tau})$ - первый тип и $\lambda(\tau) = 1/(1 + ae^{\tau})$ - второй тип).

2. *Многокомпонентная атмосфера.* В астрофизике часто приходится иметь дело с излучающими средами, обладающими сложной структурой (см., например [3-7]). Ряд экзотических образований в солнечной хромосфере и короне, такие как, протуберанцы, струи, плумы и т.д., служат лучшими примерами таких сред. В связи с этим

возникает необходимость в развитии соответствующей теории переноса излучения в многокомпонентной атмосфере, т.е. в атмосфере, состоящей из однотипных структурных элементов, отличающихся друг от друга оптическими и геометрическими характеристиками.

Теоретическая интерпретация излучения таких сред сталкивается с рядом принципиальных трудностей. Задача упрощается лишь в предельном случае, когда в атмосфере преобладают процессы "истинного" поглощения. Это осуществляется главным образом для излучения в континууме и некоторых спектральных линиях. Однако образование резонансных и оптически толстых линий в значительной степени подвержено эффектам многократного рассеяния излучения в среде, что значительно усложняет соответствующую теорию. Еще большие трудности возникают, когда учитываются случайные изменения в структуре среды, что характерно для ряда нестационарных явлений. Некоторые аналитические и численные методы расчета поля излучения в многокомпонентной атмосфере были предложены в [8-16] (см. также [17,18]). В недавней серии наших работ [6,19,20] такого рода задача в предположении, что атмосфера состоит из элементов двух типов, рассматривалась в связи с интерпретацией пространственных флуктуаций поверхностной яркости солнечных протуберанцев в различных линиях. Нами принималось, что указанные флуктуации обусловлены изменениями в количестве структурных элементов, оптической толщине и распределении внутренних источников энергии. При этом пренебрегались эффекты, обусловленные изменениями в значении коэффициента рассеяния, между тем как для резонансных линий они могут оказаться существенными.

Здесь мы рассмотрим детерминистическую задачу о свечении многокомпонентной атмосферы, в которой не ставится ограничение на количество типов структурных элементов. Это означает, что при переходе от одного элемента к другому оптические свойства последних могут меняться произвольным образом. Непосредственное использование законов сложения коэффициентов пропускания и отражения

$$q(\tau_1 + \tau_2) = \frac{q(\tau_1)q(\tau_2)}{1 - r(\tau_1)r(\tau_2)}, \quad (1)$$

$$r(\tau_1 + \tau_2) = r(\tau_2) + \frac{r(\tau_1)q^2(\tau_2)}{1 - r(\tau_1)r(\tau_2)} \quad (2)$$

имеет ограниченную сферу применения, в особенности при рассмотрении стохастической задачи, когда параметры компонентов подвергаются случайным изменениям. Трудность обусловлена нелинейностью указанных соотношений, что связано с появлением отраженных потоков в процессе многократного рассеяния. При этом статистические средние величины, характеризующие излучение определенного числа компонентов, изменяются

при добавлении к такой атмосфере нового слоя. Лишь в некоторых предельных случаях, рассмотренных в [6,13,19,20], указанную трудность удастся преодолеть и найти замкнутые аналитические выражения для средних характеристик.

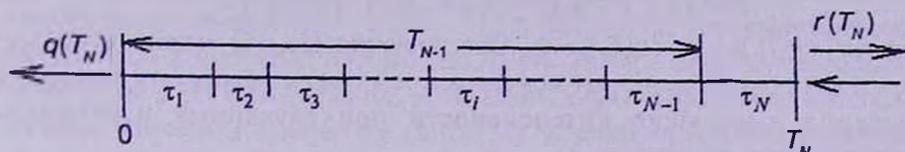


Рис.1. Перенос излучения в рассеивающей многокомпонентной атмосфере. Структурные элементы отличаются друг от друга оптической толщиной и значением коэффициента рассеяния.

Ниже мы убедимся, что подход, развиваемый в данной серии работ, открывает новую возможность для описания переноса излучения в многокомпонентной атмосфере. Мы начнем с задачи о диффузном отражении и пропускании для атмосферы, состоящей из числа N структурных элементов, каждый из которых считается однородным и характеризуется оптической толщиной τ_i ($i = 1, \dots, N$) и значением коэффициента рассеяния λ_i (см. рис.1). Обозначим через T_m суммарную оптическую толщину m элементов, начиная с первого. Учитывая, что $T_N = T_{N-1} + \tau_N$, из уравнения (1) будем иметь

$$P(T_N) = a(\tau_N)P(T_{N-1}) - b(\tau_N)S(T_{N-1}), \quad (3)$$

где $a(\tau_N) = P(\tau_N)$ и $b(\tau_N) = S(\tau_N)$, причем

$$P(\tau_N) = \frac{1}{4k_N} \left[(1 + k_N)^2 e^{k_N \tau_N} - (1 - k_N)^2 e^{-k_N \tau_N} \right], \quad (4)$$

$$S(\tau_N) = \frac{1 - k_N^2}{2k_N} \text{sh}(k_N \tau_N), \quad (5)$$

и $k_N = \sqrt{1 - \lambda_N}$ (ср. Н1, ур. (21)).

Далее, делением соотношения (2) на (1) после ряда несложных преобразований получаем

$$S(T_N) = b(\tau_N)P(T_{N-1}) + c(\tau_N)S(T_{N-1}), \quad (6)$$

где

$$c(\tau_N) = \frac{1 - b^2(\tau_N)}{a(\tau_N)} = \frac{1}{4k_N} \left[(1 + k_N)^2 e^{-k_N \tau_N} - (1 - k_N)^2 e^{k_N \tau_N} \right]. \quad (7)$$

Соотношения (3) и (6) с условиями $P(T_0) = 1$, $S(T_0) = 0$ позволяют определить отражательную и пропускательную способности многокомпонентной атмосферы. Линейность этих соотношений является весьма важной при рассмотрении стохастических задач. Действительно, при заданном законе распределения случайных параметров указанное свойство предоставляет возможность найти средние характеристики многокомпо-

нентной атмосферы при любом количестве структурных элементов. Так, в частности, можно написать

$$\langle P(T_N) \rangle = \langle a(\tau_N) \rangle \langle P(T_{N-1}) \rangle - \langle b(\tau_N) \rangle \langle S(T_{N-1}) \rangle, \quad (8)$$

$$\langle S(T_N) \rangle = \langle b(\tau_N) \rangle \langle P(T_{N-1}) \rangle - \langle c(\tau_N) \rangle \langle S(T_{N-1}) \rangle, \quad (9)$$

причем $\langle P(T_0) \rangle = 1$, $\langle S(T_0) \rangle = 0$. Соотношения (3), (6) можно использовать и для получения вторых моментов и тем самым определить дисперсию значений выходящей интенсивности при случайных изменениях коэффициента рассеяния λ .

До сих пор предполагалось, что среда освещается со стороны границы T_N . Рассуждения, аналогичные проведенным выше, позволяют легко определить выходящие интенсивности, если освещается противоположная граница среды. В этом случае коэффициент отражения со стороны границы 0 задается формулой

$$\bar{r}(T_N) = \bar{r}(T_{N-1}) + \frac{\bar{r}(\tau_N) q^2(T_{N-1})}{1 - r(T_{N-1}) \bar{r}(\tau_N)}, \quad (10)$$

где, как и в предыдущих работах данной серии, чертой обозначаются оптические характеристики среды, если она освещается со стороны границы 0. Делением (10) на (3) в конечном счете находим

$$\bar{S}(T_N) = \frac{1}{P(T_{N-1})} [P(T_N) \bar{S}(T_{N-1}) + b(\tau_N)], \quad (11)$$

где введено обозначение $\bar{S} = \bar{r}/q$. Мы видим, что величину $\bar{S}(T_N)$ можно определить совместно с $P(T_N)$.

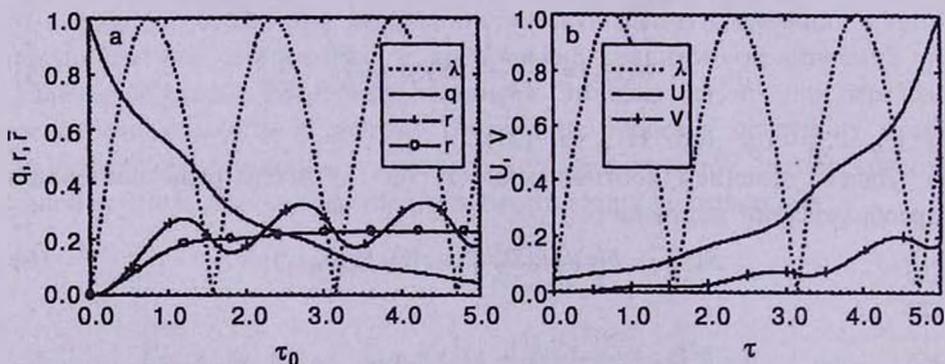


Рис.2. Неоднородная атмосфера при $\lambda(\tau) = \sin 2\tau$. а) Зависимость коэффициентов отражения r , \bar{r} и пропускания q от оптической толщины. б) Поле излучения внутри атмосферы.

Следует отметить, что если положить величины τ_i равными друг другу и достаточно малыми, то соотношения (3), (6) определяют эффективный алгоритм нахождения коэффициентов отражения и пропускания любой неоднородной атмосферы. Такой путь является

особенно плодотворным при решении задач переноса, в которых $\lambda(\tau)$ имеет вид осциллирующей или скачкообразной функции. Пример такого типа изображен на рис.2. На первом рисунке показана зависимость коэффициентов отражения и пропускания от оптической толщины для атмосферы, у которой $\lambda(\tau) = |\sin 2\tau|$. Поле излучения, устанавливающееся внутри такой атмосферы, изображено на рис.2b. При этом использовались полученные в Н1 соотношения, устанавливающие связь между интенсивностями излучения внутри среды (U , V) и коэффициентами отражения и пропускания семейства атмосфер с различными оптическими толщинами (см. Н1, ур. (29))

$$U(\tau, \tau_0) = \frac{q(\tau_0)}{q(\tau)}, \quad V(\tau, \tau_0) = r(\tau) \frac{q(\tau_0)}{q(\tau)}. \quad (12)$$

В заключение заметим, что рекуррентные формулы, аналогичные (3), (6) для выходящих интенсивностей, нетрудно вывести и для атмосферы, содержащей источники энергии.

Пусть имеется многокомпонентная атмосфера, состоящая из числа N структурных элементов, каждый из которых описывается не только оптической толщиной τ_i и значением коэффициента рассеяния λ_i , но и мощностью внутренних источников B_i . Величины λ_i и B_i внутри каждого элемента предполагаются постоянными. Воспользуемся теперь соотношениями (33) и (34) работы Н2, которые в применении к нашей задаче с учетом того, что $T_N = T_{N-1} + \tau_N$, могут быть записаны в виде

$$S_1^*(T_N) = S_1^*(T_{N-1}) + F(\tau_N)[S(T_{N-1}) + P(T_N)], \quad (13)$$

$$S_2^*(T_N) = \frac{P(T_N)}{P(T_{N-1})} S_2^*(T_{N-1}) + b(\tau_N) P(T_{N-1}) S_1^*(T_{N-1}) + a(\tau_N) F(\tau_N), \quad (14)$$

где введены следующие обозначения: $S_1^* = I_1/q$, $S_2^* = I_2/q$; I_1 , I_2 - интенсивности излучения, выходящего соответственно через границы T_N и 0 атмосферы, $F(\tau_N)$ - интенсивность, излучаемая в каждую сторону компонентом толщины τ_N . Последнюю можно определить по формуле (см. [21])

$$F(\tau_N) = \frac{B_N}{1 - k_N^2} \int_0^{\tau_N} p(\tau, \tau_N) d\tau, \quad (15)$$

где

$$p(\tau, \tau_N) = \frac{1 - k_N^2}{4 k_N a(\tau_N)} [(1 + k_N) e^{k_N(\tau_N - \tau)} - (1 - k_N) e^{-k_N(\tau_N - \tau)}] \quad (16)$$

есть вероятность выхода кванта, поглощенного на глубине τ однородного слоя оптической толщины τ_0 . Производя интегрирование в (15), окончательно находим

$$F(\tau_N) = \frac{B_N}{4k_N^2 a(\tau_N)} [(1+k_N)e^{k_N \tau_N} + (1-k_N)e^{-k_N \tau_N} - 2]. \quad (17)$$

Соотношения (13), (14), (17) являются искомыми: они позволяют определить интенсивности излучения, выходящего из многокомпонентной атмосферы, содержащей источники энергии.

3. *Профили спектральных линий.* Подход, развиваемый в данной серии работ, легко может быть обобщен для решения задачи переноса излучения в одномерной атмосфере, когда принимается в расчет частотная зависимость поля излучения. Более того, рассуждения, аналогичные тем, которые будут приведены, могут быть использованы при рассмотрении задач в трехмерном случае.

В данном разделе займемся определением профилей спектральных линий, образуемых в неоднородной атмосфере, в которой многократное рассеяние излучения происходит с перераспределением по частотам. Обозначим через $R(x', x)$ усредненную по направлениям функцию перераспределения по частотам, где x - так называемая безразмерная частота, представляющая собой смещение от центральной частоты линии в единицах доплеровской ширины. При полностью некогерентном рассеянии, как известно, $R(x', x) = A\alpha(x')\alpha(x)$, где A - некоторая постоянная, а $\alpha(x)$ - ненормированный профиль коэффициента поглощения. Мы ограничимся рассмотрением доплеровского перераспределения по частотам, при котором $A = 1/\sqrt{\pi}$, $\alpha(x) = \exp(-x^2)$. Введем обозначения $r(x', x, \tau_0)$ и $q(x', x, \tau_0)$ для вероятностей событий, заключающихся в том, что квант частоты x , падающий на среду оптической толщины τ_0 , отразится от нее в виде кванта с частотой x' . Добавляя к границе τ_0 среды слой бесконечно малой толщины Δ и переходя к пределу при $\Delta \rightarrow 0$, для величин $r(x', x, \tau_0)$ и $q(x', x, \tau_0)$ получаем

$$\begin{aligned} \frac{dq}{d\tau_0} = & -\alpha(x)q(x', x, \tau_0) + \frac{\lambda(\tau_0)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} q(x', x'', \tau_0) R(x'', x) dx'' + \\ & + \frac{\lambda(\tau_0)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} q(x', x'', \tau_0) dx'' \int_{-\infty}^{\infty} R(x'', x'') r(x'', x, \tau_0) dx'', \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{dr}{d\tau_0} = & -[\alpha(x) + \alpha(x')]r(x', x, \tau_0) + \frac{\lambda(\tau_0)}{2} R(x', x) + \\ & + \frac{\lambda(\tau_0)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'', \tau_0) R(x'', x) dx'' + \frac{\lambda(\tau_0)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R(x', x'') r(x'', x, \tau_0) R(x'', x) dx'' + \\ & + \frac{\lambda(\tau_0)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'', \tau_0) dx'' \int_{-\infty}^{\infty} R(x'', x'') r(x'', x, \tau_0) dx''. \end{aligned} \quad (19)$$

В качестве начальных условий имеем $q(x', x, 0) = \delta(x - x')$ (где δ - дельта-функция Дирака) и $r(x', x, 0) = 0$, соответственно. Заметим, что аналогичная процедура в применении к коэффициенту пропускания среды $\bar{q}(x', x, \tau_0)$ при освещении границы 0 дает

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{q}}{d\tau_0} = & -\alpha(x)q(x', x, \tau_0) + \frac{\lambda(\tau_0)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R(x', x'')\bar{q}(x'', x, \tau_0)dx'' + \\ & + \frac{\lambda(\tau_0)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'', \tau_0)dx'' \int_{-\infty}^{\infty} R(x'', x''')\bar{q}(x''', x, \tau_0)dx''', \end{aligned} \quad (20)$$

при условии, что $\bar{q}(x', x, 0) = \delta(x - x')$. Сравнивая уравнения (18) и (20), находим $\bar{q}(x', x, \tau_0) = q(x, x', \tau_0)$, что выражает свойство полярности для коэффициента пропускания. В то же время из (19) следует, что, как и в случае однородной атмосферы, $r(x', x, \tau_0) = r(x, x', \tau_0)$. Аналогичные соотношения для когерентного рассеяния в трехмерной атмосфере были получены в [22].

Обращаясь вновь к уравнениям (18) и (19), заменим в них интегралы по частоте квадратурными суммами Гаусса-Эрмита. Указанные квадратурные формулы являются в некотором смысле наиболее приемлемыми в случае доплеровского перераспределения, обусловленного тепловыми движениями. Выбирая в качестве узлов нули полиномов Эрмита, для дискретных аналогов уравнений (18) и (19) имеем

$$\frac{dq_{ij}}{d\tau_0} = -q_{ik}(\tau_0)\alpha_{kj} + \lambda(\tau_0)D_k q_{ik}(\tau_0)R_{kj} + 2\lambda(\tau_0)D_k D_m q_{ik}(\tau_0)R_{km}r_{mj}(\tau_0), \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{dr_{ij}}{d\tau_0} = & -[\alpha_{ik}r_{kj}(\tau_0) + r_{ik}(\tau_0)\alpha_{kj}] + \frac{1}{2}\lambda(\tau_0)R_{ij} + \lambda(\tau_0)D_k R_{ik}r_{kj}(\tau_0) + \\ & + \lambda(\tau_0)D_k r_{ik}(\tau_0)R_{kj} + 2\lambda(\tau_0)D_k D_m r_{ik}(\tau_0)R_{km}r_{mj}(\tau_0), \end{aligned} \quad (22)$$

где $q_{ij}(\tau_0) = q(x_i, x_j, \tau_0)$, $r_{ij}(\tau_0) = r(x_i, x_j, \tau_0)$, $R_{ij} = R(x_i, x_j)$, $\alpha_{ij} = \alpha_i \delta_{ij}$ (δ_{ij} - единичная матрица), $\alpha_i = \alpha(x_i)$, D_i - веса квадратурной формулы. Как обычно, повторяющийся (немой) индекс означает суммирование по данному индексу. Напомним, что коэффициент пропускания не является симметричной функцией своих аргументов, поэтому следует различить порядок индексов в q_{ij} . В приведенных выше уравнениях он выбран таким образом, что частоте падающего кванта соответствует второй индекс.

Дальнейшие преобразования уравнений (21) и (22) являются матричными аналогами преобразований, проведенных в Н1 при выводе системы линейных дифференциальных уравнений для вспомогательных функций P и S . В результате получаем

$$\frac{dP_{ij}}{d\tau_0} = \alpha_{ik}P_{kj}(\tau_0) - \lambda(\tau_0)D_k R_{ik}[P_{kj}(\tau_0) + S_{kj}(\tau_0)], \quad (23)$$

$$\frac{dS_{ij}}{d\tau_0} = -\alpha_{ik} S_{kj}(\tau_0) + \lambda(\tau_0) D_k R_{ik} [P_{kj}(\tau_0) + S_{kj}(\tau_0)], \quad (24)$$

где $P_{ij}(\tau_0) = q_{ij}^{-1}(\tau_0)$ и $S_{ij}(\tau_0) = 2 D_i r_{ij}(\tau_0) q_{ij}^{-1}(\tau_0)$. Уравнения (23), (24) связаны начальными условиями $P_{ij}(0) = \delta_{ij}$, $S_{ij}(0) = 0$.

Легко обобщаются и соотношения (12):

$$q(x', x, \tau_0) = \int_{-\infty}^{\infty} q(x', x, \tau) U(\tau, x'', x, \tau_0) dx'', \quad (25)$$

$$V(x', x, \tau_0) = \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x, \tau) U(\tau, x'', x, \tau_0) dx''. \quad (26)$$

В векторно-матричной форме требуемые интенсивности определяются из

$$U_{ij}(\tau, \tau_0) = 2 D_k P_{ik}(\tau) q_{kj}(\tau_0), \quad V_{ij}(\tau, \tau_0) = 2 D_k S_{ik}(\tau) q_{kj}(\tau_0). \quad (27)$$

Мы видим, что уравнения (27) сохраняют основные свойства, присущие аналогичным уравнениям в скалярном случае. Разделение переменных в (27) позволяет определить поле излучения внутри среды одним из двух возможных способов. Первый из них заключается в решении уравнений (18), (19) с последующим обращением матрицы q_{ij} одним из стандартных методов для получения P_{ij} . Учитывая то обстоятельство, что доминирующими в q_{ij} являются диагональные элементы, метод Якоби является наиболее подходящим. Другой путь заключается в решении системы линейных уравнений (25), (26) с заданными начальными условиями. В обоих случаях поле излучения внутри атмосферы находится простым перемножением матриц в соответствии с соотношениями (27). Таким образом, как и в скалярном случае, задачу о диффузном отражении и пропускании можно свести к решению задач с начальными условиями для линейных дифференциальных уравнений. При этом требуемые величины находятся сразу для семейства атмосфер с различными оптическими толщинами.

Перейдем теперь к рассмотрению задачи переноса излучения в атмосфере, содержащей источники энергии. Скалярный аналог данной задачи обсуждался в Н2, где для определения выходящих интенсивностей были получены линейные дифференциальные уравнения (см. Н2, ур. (37)). Последние легко обобщаются на наш случай, при котором учитывается частотная зависимость поля излучения

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{d\tau_0} = & -\alpha(x) I_1(x, \tau_0) + \frac{\lambda(\tau_0)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R(x, x') I_1(x', \tau_0) dx' + \\ & + \frac{1}{2} \left[B(x, \tau_0) + \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x', \tau_0) B(x', \tau_0) dx' \right], \end{aligned} \quad (28)$$

$$\frac{dI_2}{d\tau_0} = \frac{\lambda(\tau_0)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} q(x, x', \tau_0) dx' \int_{-\infty}^{\infty} R(x', x'') I_1(x'', \tau_0) dx'' + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} q(x, x', \tau_0) B(x', \tau_0) dx', \quad (29)$$

где I_1, I_2 - интенсивности излучения, выходящие соответственно через границы τ_0 и 0 атмосферы, $B(x, \tau_0)$ - мощность первичных источников энергии.

На рис.3 изображены ненормированные профили спектральных линий, образуемых в атмосферах первого и второго типов при $\tau_0 = 5$ и линейных источниках $B(x, \tau) = \alpha\alpha(x)$. Профили построены для двух значений параметра $a = 1, 5$ и относятся к линиям, наблюдаемым с двух концов

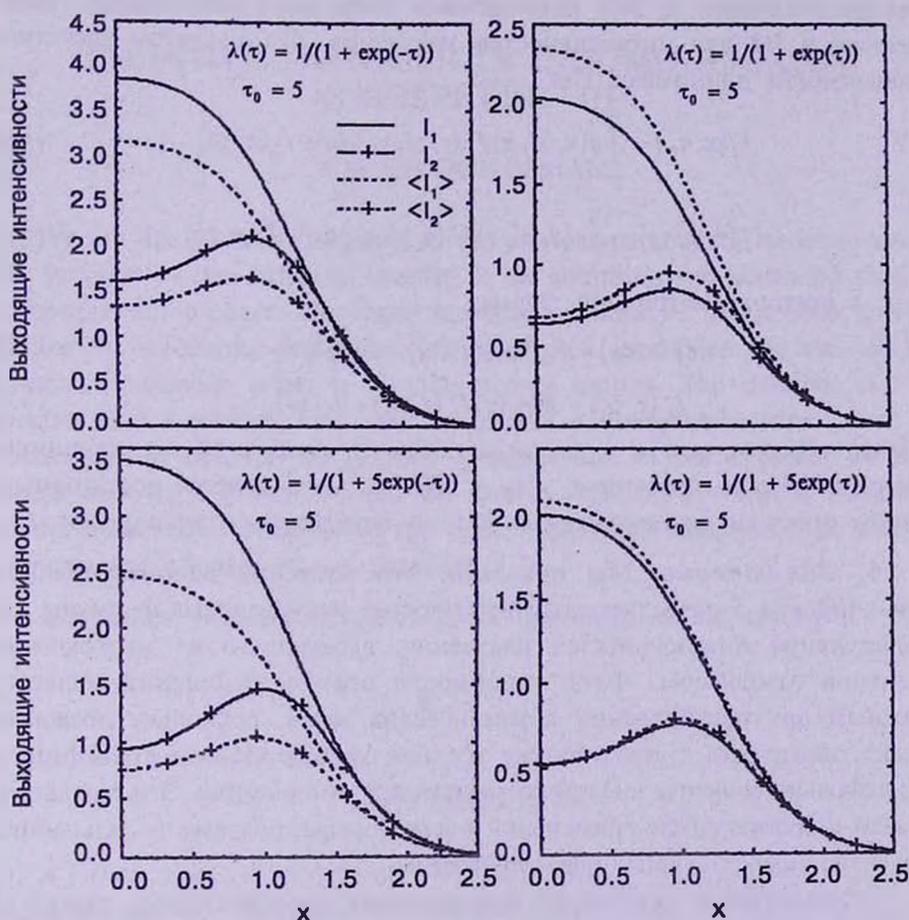


Рис.3. Профили спектральных линий, образуемых в неоднородных атмосферах двух типов при $\tau_0 = 5$ и $a = 1, 5$. Сплошными линиями показаны профили, наблюдаемые со стороны границ τ_0 и 0 (последние снабжены крестиками). Прерывистые линии обозначают профили, вычисленные при усредненном коэффициенте рассеяния.

атмосферы. В качестве иллюстрации рассмотрен случай полного перераспределения по частотам с доплеровским профилем коэффициента поглощения. Для сравнения приводятся также профили линий, образуемых в однородной атмосфере с средним значением коэффициента рассеяния. Мы видим, что независимо от поведения функции $\lambda(\tau)$ двухвершинные профили наблюдаются в том случае, когда менее яркие слои проектируются на более яркие. Как можно было ожидать, различия между реальным профилем и профилем, рассчитанным при усредненном коэффициенте рассеяния, тем значительнее, чем эффективнее роль многократного рассеяния. Заметим, однако, что характер этих различий зависит от изменения с глубиной коэффициента рассеяния.

В заключение вкратце рассмотрим поле излучения в атмосфере с распределенными в ней источниками энергии. Соотношения, полученные в Н2 для интенсивностей излучения I^\pm , с учетом частотной зависимости принимают вид

$$I_2(x, \tau_0) = \int_{-\infty}^{\infty} q(x, x', \tau) I^+(\tau, x', \tau_0) dx' + I_2(x, \tau), \quad (30)$$

$$I^-(\tau, x, \tau_0) = \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x', \tau) I^+(\tau, x', \tau_0) dx' + I_1(x, \tau), \quad (31)$$

или в векторно-матричной форме

$$I_k^+(\tau, \tau_0) = P_{ki}(\tau_0) [I_{2i}(\tau_0) - I_{2i}(\tau)] / D_i, \quad (32)$$

$$I_k^-(\tau, \tau_0) = D_i r_{ki}(\tau) I_i^+(\tau, \tau_0) + I_{1k}(\tau). \quad (33)$$

Таким образом, как и в случае атмосферы, свободной от источников энергии, знание величин r_{ij} , q_{ij} и $P_{ij} = q_{ij}^{-1}$ оказывается достаточным, чтобы простым перемножением матриц определить интенсивности I^\pm .

4. Заключение. Мы показали, что введение вспомогательных функций P и S позволяет получить простые рекуррентные формулы для определения интенсивностей излучения, выходящего из многокомпонентной атмосферы. Факт линейности этих соотношений является важным при рассмотрении стохастических задач, поскольку позволяет легко определить статистические средние характеристики атмосферы с произвольно большим числом составляющих компонентов. Эти результаты имеют широкую сферу применения в астрофизике, поэтому их дальнейшее развитие представляется целесообразным.

Рассмотрение задачи об образовании спектральных линий в неоднородной атмосфере показывает, каким образом полученные до сих пор результаты могут быть обобщены на более реалистические случаи, когда требуется матричное описание поля излучения. Мы увидели, что и в этом случае удастся избежать решения граничной задачи, более

того, удастся обойти трудоемкую процедуру обращения матриц (обычно многомерных) путем решения соответствующей системы линейных дифференциальных уравнений с начальными условиями. Отметим также, что при рассмотрении переноса излучения с частичным перераспределением по частотам вместо дискретизации интервала частот могут быть использованы билинейные разложения наиболее часто встречающихся в астрофизике законов перераспределения (см. [23,24]).

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна,
Армения, e-mail: narthur@bao.sci.am

RADIATIVE TRANSFER IN INHOMOGENEOUS ATMOSPHERE. III

A.G.NIKOGHOSSIAN

We use the approach proposed in the previous parts of this series to solve the problem of the radiation transfer in an absorbing and scattering multi-component atmosphere. The linear recursive relations we derive allow determining the reflectance and transmittance of such atmosphere, as well as the emergent intensities when it contains energy sources. The problem of the spectral lines formation in a one-dimensional inhomogeneous atmosphere is considered to illustrate the possible generalization of our approach to the matrix case. It is shown that, in this case as well, the problem is reducible to the initial-value problem for the linear differential equations. The results of numerical calculations are presented.

Key words: *radiative transfer: methods analytical: methods numerical*

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Г.Никогосян, *Астрофизика*, 47, 123, 2004.
2. А.Г.Никогосян, *Астрофизика*, 47, 289, 2004.
3. J.T.Jefferies, C.Lindsey, *Astrophys. J.*, 335, 372, 1988.
4. M.Elitzur, C.F.Mckee, D.J.Hollenbach, *Astrophys. J.*, 367, 333, 1991.
5. M.Juvela, *Astron. Astrophys.*, 322, 943, 1997.
6. A.G.Nikoghossian, S.Pojoga, Z.Mouradian, *Astron. Astrophys.*, 325, 813, 1997.

7. *S.Richling*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., **344**, 553, 2001.
8. *C.D.Levermore*, *G.C.Pomraning*, *D.L.Sanzo*, *J.Wong*, J. Math. Phys., **27**, 2526, 1986.
9. *G.C.Pomraning*, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, **40**, 479, 1988.
10. *C.Lindsey*, *J.T.Jefferies*, Astrophys. J., **349**, 286, 1990.
11. *Y.Gu*, *C.Lindsey*, *J.T.Jefferies*, *E.H.Avrett*, Astrophys. J., **484**, 960, 1997.
12. *C.Cecchi-Pestellini*, *L.Barletti*, New Astron., **6**, 151, 2001.
13. *А.Г.Никогосян*, Астрофизика, **45**, 273, 2002.
14. *E.Meinkohn*, *S.Richling*, Astron. Astrophys., **392**, 827, 2002.
15. *M.Juvela*, *P.Padoan*, Astron. Astrophys., **397**, 201, 2003.
16. *M.Hegmann*, *W.H.Kegel*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., **342**, 453, 2003.
17. *Д.М.Седрабян*, *А.Ж.Хачатрян*, Астрофизика, **42**, 419, 1999.
18. *D.M.Sedrakian*, *A.Zh.Khachatryan*, Phys. Lett., **A265**, 294, 2000.
19. *A.G.Nikoghossian*, *S.Pojoga*, *Z.Mouradian*, Astron. Astrophys., **342**, 785, 1999.
20. *A.G.Nikoghossian*, *Z.Mouradian*, Astron. Astrophys., **360**, 1095, 2000.
21. *В.В.Соболев*, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.
22. *В.В.Соболев*, Рассеяние света в атмосферах планет, Наука, М., 1972.
23. *D.G.Hummer*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., **125**, 21, 1962.
24. *А.Г.Никогосян*, ДАН СССР, **235**, 786, 1977.