ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Հատոր Том Volume 118 2018 № 3

МЕХАНИКА

УДК 591.7; 519.715

В. Р. Барсегян

Управляемость поэтапно меняющихся линейных нестационарных динамических систем

(Представлено академиком Л. А. Агаловяном 11/V 2018)

Ключевые слова: *поэтапно меняющиеся линейные системы, нестационарные системы, переходная матрица, вполне управляемость.*

Введение. Исследование многих прикладных задач процессов управления сводится к исследованию динамических систем с переменной структурой, в частности, поэтапно меняющихся систем. Поэтапно меняющаяся система может быть получена также при кусочно-линейной аппроксимации сложной нелинейной системы дифференциальных уравнений. Поэтому решение различных задач управления для нелинейной системы может быть аппроксимировано решениями аналогичных задач для поэтапно меняющейся системы. Кроме того для проектирования и исследования современных автоматизированных технологических процессов разными авторами предложены, в частности, математические модели более сложных динамических систем управления фиксированной структуры с выделенной переменной структурой и возможностью мгновенного изменения в них значения параметров и мгновенной смены поведения.

Как в обычных задачах управления нестационарных систем [1-5], так и в задачах управления поэтапно меняющихся динамических систем принципиальным является вопрос управляемости. В работах [6-12] исследованы вопросы управляемости и наблюдаемости линейых систем переменной структуры и получены условия для таких стационарных систем. В работе [13] исследовано решение задачи оптимального управления линейных гибридных систем (в дискретном времени) с квадратичным критерием качества. Работы [14, 15] посвящены качественному анализу, вопросам управляемости и наблюдаемости кусочно-линейных и импульсных систем. И несмотря на возрастающий интерес к многоэтапным динамическим системам и успехи в развитии теории ощущается недостаток конструктивных методов и практических инструментов для исследования их управляемости. В частности, необходимо иметь критерии управляемости для многоэтапных нестационарных динамических систем, сравнимых по завершенности с известными критериями.

В настоящей работе сформулированы основные свойства переходной матрицы для поэтапно меняющихся систем. Получено необходимое и достаточное условие вполне управляемости поэтапно меняющихся линейных нестационарных динамических систем, которое выражено положительной определенностью интегральной матрицы управляемости.

1. Постановка задачи. Рассмотрим управляемый процесс, динамика которого описывается поэтапно меняющимися линейными нестационарными дифференциальными уравнениями

$$\dot{x} = \begin{cases} A_1(t)x + B_1(t)u, \text{ при } t \in [t_0, t_1] \\ A_2(t)x + B_2(t)u, \text{ при } t \in [t_1, t_2] \\ \vdots \\ A_m(t)x + B_m(t)u, \text{ при } t \in [t_{m-1}, T] \end{cases}, \qquad (1.1)$$

где $x(t) \in R^n$ – фазовый вектор системы, $A_k(t)$, $B_k(t)(k = 1,\dots,m)$ – матрицы параметров системы (модели объекта), $u(t)$ – управляющее воздействие соответственно с размерностями $A_k(t) - (n \times n)$, $B_k(t) - (r \times 1)$, $u(t) - (r \times 1)$. В общем случае будем предполагать, что элементы матриц-функций $A_k(t)$, $B_k(t)$ и вектор-столбца $u(t)$ являются измеримыми ограниченными функциями.

Пусть заданы начальное $x(t_0) = x_0$ и конечное $x(T) = x_T$ состояния системы (1.1).

Предполагается, что в заданные промежуточные моменты времени $0 \le t_0 < t_1 < \dots t_{m-1} < t_m = T$ конец движения предыдущего этапа является началом следующего этапа, т.е. в моменты времени t_k имеем условия связи

$$x(t_k - 0) = x(t_k + 0) = x(t_k) \ (k = 1,\dots,m-1). \qquad (1.2)$$

Определение 1. *Поэтапно меняющаяся система (1.1), для которой конец движения предыдущего этапа является началом следующего этапа, называется вполне управляемой на отрезке времени* $[t_0, T]$, *если для любых начальных* $x(t_0) = x_0$ *и конечных* $x(T) = x_T$ *состояний можно найти управление* $u(t)$, $t \in [t_0, T]$ *такое, что решение* $x(t)$ *начиная из состояния* $x(t_0)$ *в момент времени* $t = T$ *удовлетворяет условию* $x(T) = x_T$.

Вполне управляемая поэтапно меняющаяся система (1.1) обладает тем свойством, что с помощью соответствующего допустимого управления ее можно перевести из любого заданного начального состояния, проходя через все этапы, в заданное конечное состояние.

Принципиальным для любой задачи управления является вопрос о ее разрешимости, который сводится к анализу управляемости системы [1-6].

Задача заключается в том, чтобы найти условия, при которых объект, описываемый поэтапно меняющейся системой (1.1), будет вполне управляемым.

2. О движении поэтапно меняющейся управляемой линейной системы. Следующая теорема [6] определяет представление решения системы (1. 1) с условиями (1.2).

Теорема 1. *Для любых начальных значений* $x(t_0)=x_0$ *и допустимых управлений* $u(t)$ *существует решение* $x(t)$ *системы (1.1), удовлетворяющее условиям (1.2), и для* $t\in[t_{k-1},t_k]$ *представляется в виде*

$$x(t)=V(t,t_0)x(t_0)+\sum_{j=1}^{k-1}V(t,t_j)\int_{t_{j-1}}^{t_j}H[t_j,\tau]u(\tau)d\tau+\int_{t_{k-1}}^{t}H_k[t,\tau]u(\tau)d\tau, \quad (2.1)$$

где

$$V(t,t_j)=X_k[t,t_{k-1}]V(t_{k-1},t_j),\ V(t_k,t_j)=\prod_{i=0}^{k-j-1}X_{k-i}[t_{k-i},t_{k-i-1}],$$
$$(k=1,\dots,m;\ j=0,\dots,k-1), \quad (2.2)$$

$H_k[t,\tau]=X_k[t,\tau]B(\tau)$, *а через* $X_k[t,\tau]$ *обозначена нормированная фундаментальная матрица решений однородной части* k*-го уравнения системы (1.1).*

Отметим, что согласно введенному обозначению при $j=k-1$ $V(t_k,t_{k-1})=X_k[t_k,t_{k-1}]$. Принимая, что при $j=k$ $V(t_k,t_k)=E$, формулу (2.1) при $t=t_m=T$ можно записать следующим образом:

$$x(T)=T(T,t_0)+\sum_{j=1}^{m}V(T,t_j)\int_{t_{j-1}}^{t_j}H_j[t_j,t]u(t)dt. \quad (2.3)$$

Введенная в (2.2) матрица позволяет компактно (в виде (2.1)) представить фазовое состояние $x(t)$ поэтапно меняющейся системы (1.1), выходящей из начального состояния $x(t_0)$, для произвольного момента времени t из любого промежутка времени $[t_{k-1},t_k)$.

Матрица (2.2) является переходной матрицей для поэтапно меняющихся систем и играет важную роль в управлении поэтапно меняющихся линейных систем. Основные свойства этой матрицы сформулируем в виде следующей теоремы.

Теорема 2. *Матрица* V*, определенная в (2.2) при любом* t_0*, обладает следующими свойствами:*

1) $V(t_k,t_k)=E$ *при любом* $k=0,1,\dots,m$*;*

2) композиционное свойство: $V(t,t_0)=V(t,t_s)(t_s,t_0)$ *при любом* $t,t_s,s=1,\dots,m-1$*;*

3) $\det V(t,t_0)\neq 0$ *при любом* $t\in[t_{k-1},t_k)$, $k=1,\dots,m$*;*

4) $V^{-1}(t,t_0)=V(t_0,t)$ *при любом* $t\in[t_{k-1},t_k)$, $k=1,\dots,m$

5) матрица $V(t,t_j)$ *удовлетворяет уравнению* $V(t,t_j)=A_k(t)V(t,t_j)$ *при любом* $t\in[t_{k-1},t_k]$ *и* $j=0,\dots,k-1,\ k=1,\dots,m$*;*

6) матрица $V^T\left(t,t_j\right)$ *удовлетворяет уравнению* $V^T\left(t,t_j\right)=V^T\left(t,t_j\right)$ $A_k^T\left(t\right)$ *при любом* $t\in\left[t_{k-1},t_k\right)$ *и;*

7) матрица $V^{-1}\left(t,t_j\right)$ *удовлетворяет уравнению* $\dot V\left(t,t_j\right)=-V^{-1}\left(t,t_j\right)A_k\left(t\right)$ *при любом* $t\in\left[t_{k-1},t_k\right)$ *и* $j=0,\ldots,k-1,\ k=1,\ldots,m$.

Здесь и далее верхний индекс T означает операцию транспонирования.

Отметим, что справедливость этих свойств следует из определения матрицы V или непосредственной их проверки с использованием некоторых свойств из алгебры матриц, поэтому доказательство теоремы не приводится.

Управляющее воздействие, решающее задачу управления поэтапно меняющейся системы (1.1) с заданными начальными $x\left(t_0\right)=x_0$ и конечными $x\left(T\right)=x_T$ условиями, представляется в следующем виде [6]:

$$u\left(t\right)=\left(\sum_{j=1}^{m}V\left(T,t_j\right)\bar H_j\left(t_j,t\right)\right)^T Q^{-1}\left(x\left(T\right)-V\left(T,t_0\right)x\left(t_0\right)\right)+v\left(t\right),\qquad(2.4)$$

где введены обозначения:

$$\bar H_1\left[t_1,t\right]=\begin{cases}\bar H_1\left[t_1,t\right],\text{при } t_0\le t<t_1\\ 0,\qquad \text{при } t_1\le t\le T\end{cases},$$

$$\bar H_1\left[t_1,t\right]=\begin{cases}0,\ \text{при } t_0\le t\le t_{k-1}\\ H_1\left[t_k,t\right],\text{при } t_{k-1}\le t<t_k\quad k=2,\ldots,m-1\\ 0,\qquad \text{при } t_k\le t\le T\end{cases}\qquad(2.5)$$

$$\bar H_m\left[t_m,t\right]=\begin{cases}0,\ \text{при } t_0\le t\le t_{m-1}\\ H_m\left[t_m,t\right],\text{при } t_{m-1}\le t\le T\end{cases}.$$

$$Q\left(t_0,\ldots,T\right)=\int_{t_0}^{T}\left(\sum_{j=1}^{m}V\left(T,t_j\right)\bar H_j\left[t_j,t\right]\right)\left(\sum_{j=1}^{m}V\left(T,t_j\right)\bar H_j\left[t_j,t\right]\right)^T dt,$$

а $v\left(t\right)$ – некоторая вектор-функция такая, что

$$\int_{t_0}^{T}\left(\sum_{j=1}^{m}V\left(T,t_j\right)\bar H_j\left[t_j,t\right]\right)v\left(t\right)dt=0.\qquad(2.6)$$

Учитывая обозначения (2.5), при $v\left(t\right)=0$ управляющее воздействие $u\left(t\right)$ согласно (2.4) представится в виде:

$$u\left(t\right)=\begin{cases}\left(V\left(T,t_1\right)H_1\left[t_1,t\right]\right)^T Q^{-1}\left(x\left(T\right)-V\left(T,t_0\right)x\left(t_0\right)\right),\ \text{при } t\in\left[t_0,t_1\right)\\ \left(V\left(T,t_2\right)H_2\left[t_2,t\right]\right)^T Q^{-1}\left(x\left(T\right)-V\left(T,t_0\right)x\left(t_0\right)\right),\ \text{при } t\in\left[t_1,t_2\right)\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \left(H_m\left[t_m,t\right]\right)^T Q^{-1}\left(x\left(T\right)-V\left(T,t_0\right)x\left(t_0\right)\right),\ \text{при } t\in\left[t_{m-1},T\right]\end{cases}\qquad(2.7)$$

3. Условия вполне управляемости поэтапно меняющейся нестационарной системы. При помощи введенных в (2.5) функций соотношение (2.3) запишется следующим образом:

$$\int_{t_0}^{T}\sum_{j=1}^{m} V\left(T,t_j\right)\bar{H}_j\left[t_j,t\right]u\left(t\right)dt = X\left(T\right)-V\left(T,t_0\right)x\left(t_0\right)=\eta . \tag{3.1}$$

Таким образом, получаем, что система (1.1) вполне управляема тогда и только тогда, когда для любого вектора $\eta = x\left(T\right)-V\left(T,t_0\right)x\left(t_0\right)$ из R^n можно указать управление $u=u\left(t,\eta\right)$, удовлетворяющее условию (3.1).

Пусть $h_i\left(T,t\right)-i$-й столбец матрицы $\left(\sum_{j=1}^{m}V\left(T,t_j\right)\bar{H}_j\left[t_j,\tau\right]\right)^T$; $\eta_i - i$-я компонента вектора C. Тогда соотношение (3.1) можно записать в виде

$$\int_{t_0}^{T} h_1^T\left(T,t\right)u\left(t\right)dt=\eta_i \quad \left(i=1,\ldots,n\right).$$

Условие вполне управляемости системы (1.1) можно сформулировать в виде следующего утверждения [6].

Для того чтобы система (1.1) была вполне управляемой на отрезке времени $\left[t_0,T\right]$, необходимо и достаточно, чтобы вектор-функции $h_i\left(T,t\right),\ldots h_n\left(T,t\right)$ были линейно независимыми на этом отрезке.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 3. *Поэтапно меняющаяся система (1.1) вполне управляема на отрезке времени $\left[t_0,T\right]$ тогда и только тогда, когда интегральная матрица*

$$Q\left(t_0,\ldots,T\right)=\int_{t_0}^{T}\left(\sum_{j=1}^{m}V\left(T,t_j\right)\bar{H}_j\left[t_j,t\right]\right)\left(\sum_{j=1}^{m}V\left(T,t_j\right)\bar{H}_j\left[t_j,t\right]\right)^T dt \tag{3.2}$$

положительно определенна.

Доказательство. Пусть матрица $Q\left(t_0,\ldots,T\right)$ положительно определенна. Покажем, что система (1.1) вполне управляема. По определению матрица (3.2) является симметричной, следовательно, она является неособой матрицей, т.е. $\det Q\left(t_0,\ldots,T\right)\neq 0$. Таким образом, обратная матрица $Q^{-1}\left(t_0,\ldots,T\right)$ существует. Выберем управляющее воздействие в следующем виде:

$$u\left(t\right)=\left(V\left(t,t_j\right)H_j\left[t_j,t\right]\right)^T Q^{-1}\left(x\left(T\right)-V\left(T,t_0\right)\right)\ t\in\left[t_{j-1},t_j\right). \tag{3.3}$$

Подставляя (3.3) в выражение (2.1), будем иметь

$$x\left(t\right)=V\left(t,t_0\right)x\left(t_0\right)+\sum_{j=1}^{m-1}V\left(t,t_j\right)\int_{t_{j-1}}^{t_j}H_j\left[t_j,\tau\right]\left[\left(V\left(t,t_j\right)H_j\left[t_j,t\right]\right)^T\right.$$

$$\left.Q^{-1}\left(x\left(T\right)-V\left(T,t_0\right)x\left(t_0\right)\right)\right]d\tau+\int_{t_{m-1}}^{t}H_m\left[t,\tau\right]\left[\left(H_m\left[t_m,t\right]\right)^T Q^{-1}\left(x\left(T\right)-V\left(T,t_0\right)x\left(t_0\right)\right)\right]d\tau$$

или

$$x(t)=V(t,t_0)x(t_0)+\left[\sum_{j=1}^{m-1}V(t,t_j)\int_{t_{j-1}}^{t_j}\left(H_j\left[t_j,\tau\right]\right)\left(V(T,t_j)H_j\left[t_j,t\right]\right)^T d\tau+\right.$$

$$\left.+\int_{t_{m-1}}^{t}H_m[t,\tau]\left(H_m[t_m,t]\right)^T d\tau\right]\times Q^{-1}\left(x(T)-V(T,t_0)x(t_0)\right). \qquad (3.4)$$

В момент времени $t=T=t_m$ из формулы (3.4) получим

$$x(T)=V(T,t_0)x(t_0)+\left[\sum_{j=1}^{m-1}V(T,t_j)\int_{t_{j-1}}^{t_j}\left(H_j\left[t_j,\tau\right]\right)\left(V(T,t_j)H_j\left[t_j,t\right]\right)^T d\tau+\right.$$

$$\left.+\int_{t_{m-1}}^{t}V(T,T)H_m[t,\tau]\left(V(T,T)H_m[t_m,t]\right)^T d\tau\right]\times Q^{-1}\left(x(T)-V(T,t_0)x(t_0)\right). \qquad (3.5)$$

Учитывая, что $V(T,T)=E$ (свойство 1 теоремы 2), выражение (3.5) можно представить в виде

$$x(T)=V(T,t_0)x(t_0)+\left[\sum_{j=1}^{m}\int_{t_{j-1}}^{t_j}\left(V(T,t_j)H_j\left[t_j,\tau\right]\right)\left(V(T,t_j)H_j\left[t_j,\tau\right]\right)^T d\tau\right]\times$$

$$\times Q^{-1}\left(x(T)-V(T,t_0)x(t_0)\right). \qquad (3.6)$$

Выражение (3.6) с учетом обозначения (2.5) запишем в следующем виде:

$$x(T)=V(T,t_0)x(t_0)+\left[\int_{t_0}^{t}\left(\sum_{j=1}^{m}V(T,t_j)H_j\left[t_j,\tau\right]\right)\left(\sum_{j=1}^{m}V(T,t_j)\bar{H}_j\left[t_j,\tau\right]\right)^T d\tau\right]\times$$

$$\times Q^{-1}\left(x(T)-V(T,t_0)x(t_0)\right), \qquad (3.7)$$

здесь также учтено, что

$$\int_{t_0}^{T}\left(V(T,t_j)\bar{H}_j\left[t_j,\tau\right]\right)\left(V(T,t_j)\bar{H}_j\left[t_j,\tau\right]\right)^T d\tau=0 \qquad i\neq j.$$

Согласно (3.2) из формулы (3.7) получим

$$x(T)=V(T,t_0)x(t_0)+Q\times Q^{-1}\left(x(T)-V(T,t_0)x(t_0)\right)=x(T).$$

Таким образом, с помощью управления (3.3) движение системы (1.1) из любого заданного начального состояния $x(t_0)$ переведено в любое заданное конечное состояние $x(T)$. Отметим, что управление вида (3.3) не является единственным. Действительно, управление вида (2.4) с условием (2.6) также переводит движение системы (1.1) из любого начального состояния $x(t_0)$ в любое заданное конечное состояние $x(T)$.

Покажем теперь, что если поэтапно меняющаяся система (1.1) вполне управляема, то матрица (3.2) будет положительно определенной.

Введем обозначение

$$R(t)=\sum_{j=1}^{m}V(T,t_j)\bar{H}_j\left[t_j,\tau\right]. \qquad (3.8)$$

Размерность матрицы $R(t)$ равна $(n\times r)$.

Рассмотрим квадратичную форму

$$< \xi, Q(t_0,\ldots,T) >= \int_{t_0}^{T} < \xi, R(t) R^T(t)\xi > dt \,, \qquad (3.9)$$

где $\xi -$ n - мерный вектор.

Так как для любой матрицы $R(t)$ размерностью $(n\times r)$ имеет место [5]

$$< \xi, R(t)R^T(t)\xi >=< R^T(t)\xi, R^T(t)\xi >,$$

для квадратничной формы (3.9) будем иметь

$$< \xi, Q(t_0,\ldots,T)\xi >= \int_{t_0}^{T} < R^T(t)\xi, R^T(t)\xi > dt \ge 0 \,. \qquad (3.10)$$

Теперь покажем, что $Q(t_0,\ldots,T)$ – неособая матрица. Для этого предположим обратное. Пусть $Q(t_0,\ldots,T)$ – особая матрица. В этом случае существует такой n -мерный вектор $b \neq 0$, что $< b, Q(t_0,\ldots,T)b >= 0$.

Обозначим $\sigma(t) = R^T b$, тогда будем иметь

$$\int_{t_0}^{T} < \sigma(t), \sigma(t) > dt = \int_{t_0}^{T} < R^T(t)b, R^T(t)b > dt = \int_{t_0}^{T} < b, R(t)R^T(t)b > dt =$$

$$=< b, \int_{t_0}^{T} R(t)R^T(t)dtb >=< b, Q(t_0,\ldots,T)b >= 0$$

Из этого следует, что $\sigma(t)=0$ на отрезке $[t_0,T]$. Так как система (1.1) вполне управляема, существует управление $u(t)$, которое переводит движение системы (1.1) из любого заданного состояния $x(t_0)$ в конечное состояние $x(T)$, при этом $x(T)-V(T,t_0)x(t_0)\neq 0$. Для этого управления будем иметь

$$\int_{t_0}^{T} < \sigma(t), u(t) > dt = \int_{t_0}^{T} < R^T(t), u(t) > dt = \int_{t_0}^{T} < \left(\sum_{j=1}^{m} V(T,t_j)\bar{H}_j\left[t_j,\tau\right] \right)^T b, u(t) > dt =$$

$$= \int_{t_0}^{T} < b, \left(\sum_{j=1}^{m} V(T,t_j)\bar{H}_j\left[t_j,\tau\right] \right) u(t) > dt =< b, \left(\sum_{j=1}^{m} V(T,t_j)\bar{H}_j\left[t_j,\tau\right] \right) u(t)dt >.$$

С учетом (3.1) получим

$$\int_{t_0}^{T} < \sigma(t), u(t) > dt =< b, x(T) - V(T,t_0)x(t_0) > . \qquad (3.11)$$

Так как $\sigma(t)=0$ на отрезке $[t_0,T]$,

$$\int_{t_0}^{T} < \sigma(t), u(t) > dt = 0 \,,$$

а если принимать, что $b = x(T)-V(T,t_0)x(t_0)\neq 0$, то из (3.11) получим $< a,b >= 0$. Это противоречит предположению, что $b\neq 0$. Полученное противоречие доказывает, что матрица $Q(t_0,\ldots,T)$ является неособой матрицей, т.е. матрица $Q(t_0,\ldots,T)$ положительно определенна. Теорема 3 доказана.

Отметим, что из теоремы 3 можно получить известное условие вполне управляемости линейных нестационарных систем [1, 4, 5], движение которых происходит на одном интервале времени. Действительно, если вместо системы (1.1) рассматривать систему

$$\tilde{x} = A(t)x + B(t)u\,, \qquad\qquad t \in [t_0, T]\,,$$

где $x(t) \in R^n$ – фазовый вектор системы, размерности матрицы $A(t)$, $B(t)$ вектора $u(t)$ соответственно равны $(n\times n)$, $(n\times r)$ и $(r\times 1)$, то эта система вполне управляема на отрезке времени $[t_0, T]$ тогда и только тогда, когда интегральная матрица

$$Q(t_0,T) = \int_{t_0}^{T} \big(X[T,t]B(t)\big)\big(X[T,t]B(t)\big)^T dt$$

положительно определенна.

Заключение. В теории управления поэтапно меняющихся линейных нестационарных динамических систем важную роль играют понятия переходной матрицы и интегральной матрицы управляемости. Сформулированы основные свойства переходной матрицы для поэтапно меняющихся систем. Получено необходимое и достаточное условие вполне управляемости поэтапно меняющихся линейных нестационарных динамических систем, которое выражено положительной определенностью интегральной матрицы управляемости.

Институт механики НАН РА,
Ереванский государственный университет
e-mail: barseghyan@sci.am

В. Р. Барсегян

Управляемость поэтапно меняющихся линейных нестационарных динамических систем

Исследуется управляемость поэтапно меняющихся линейных нестационарных систем. Сформулированы основные свойства переходной матрицы для таких систем. Получено необходимое и достаточное условие вполне управляемости поэтапно меняющихся линейных нестационарных систем, которое выражено положительно определенной интегральной матрицей управляемости.

Վ. Ռ. Բարսեղյան

Էտապ առ էտապ փոփոխվող գծային ոչ ստացիոնար դինամիկ համակարգի ղեկավարելիությունը

Հետազոտված է էտապ առ էտապ փոփոխվող գծային ոչ ստացիոնար համակարգերի ղեկավարելիությունը: Ձևակերպված են այդպիսի համակարգերի անցումային մատրիցի հիմնական հատկությունները: Ստացված է էտապ առ էտապ փոփոխվող գծային ոչ ստացիոնար համակարգերի լրիվ ղեկավարելիության անհրաժեշտ և բավարար պայմանը, որն արտահայտված է ղեկավարելիության մատրիցի դրական որոշյալությամբ:

V. R. Barseghyan

Controllability of Stage by Stage Changing Linear Nonstationary Dynamic Systems

The controllability of stage by stage changing linear nonstationary systems is investigated in this paper. The main properties of the transition matrix for such systems are formulated. A necessary and sufficient condition for the complete controllability of stage by stage changing linear nonstationary systems is obtained, which is expressed through a positive definiteness of integral matrix of controllability.

Литература

1. *Андреев Ю. Н.* Управление конечномерными линейными объектами. М. Наука. 1976. 424 с.
2. *Калман Р.* В кн.:Тр. I конгреса ИФАК. Т. 2. Изд-во АН СССР. М. 1961. С. 521-547.
3. *Красовский Н. Н.* Теория управления движением. М.: Наука. 1968. 476 с.
4. *Ли Э. Б., Маркус Л.* Основы теории оптимального управления. М.: Наука. 1972. 576 с.
5. *Ройтенберг. Я. Н.* Автоматическое управление. М.: Наука. 1978. 552 с.
6. *Барсегян В. Р.* Управление составных динамических систем и систем с многоточечными промежуточными условиями. М.: Наука. 2016. 230 с.
7. *Barseghyan V.R.* In: International Conference Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference)**.** Moscow. Russia. 2016. P. 33-35.
8. *Barseghyan V. R.* – Yugoslav J. of Operations Resarch. 2012. V. 22. № 1. P. 31-39.
9. *Барсегян В. Р.*– Проблемы управления. 2012. № 4. С. 11-17.
10. *Барсегян В. Р., Барсегян Т. В.* В кн.: Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Тр. VIII междунар. конф. Сентябрь 22-26, 2014. Горис – Степанакерт. С. 83-87.
11. *Барсегян Т.В.* – Изв. НАН РА. Механика. 2015. Т. 68. № 1. С. 81-90.
12. *Забелло Л.Е.* – Автоматика и телемеханика. 1973. № 8. С. 13–19.
13. *Borrelli F., Baotic M., Bemporad A., Morreri M.* – Elsevier, Automatica. 2005. V. 41. P. 1709-1721.
14. *Johansson M.* Piecewise Linear Control Systems. Spriger. 2003. X. 220 p.
15. *Dengguo Xu.* – Advances in Computer, Communication. Control and Automation. LNEE. 2012. V. 121. P. 321-328.