ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Հատոր Том Volume 115 2015 № 3

ТЕОРИЯ МАГНИТОУПРУГОСТИ

УДК 531.8

Академик Г. Е. Багдасарян, Э. А. Даноян

Устойчивость магнитострикционных прямоугольных пластин в продольном магнитном поле

(Представлено 29/V 2015)

Ключевые слова: *магнитное поле, магнитострикция, пластинка, устойчивость.*

1. Постановка задачи устойчивсти. Пусть упругая диэлектрическая магнитострикционная пластинка находится во внешнем стационарном магнитном поле, которое в отсутствии ферромагнитного тела характеризуется вектором напряженности $\boldsymbol{H}_0$ и вектором магнитной индукции $\boldsymbol{B}_0 = \mu_0 \boldsymbol{H}_0$ ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \dfrac{H}{A^2}$ – магнитная постоянная). Окружающая тело среда в отношении электромагнитных свойств принимается в приближении вакуума.

В работах [1, 2] с использованием основных положений нелинейной теории магнитоупругости ферромагнитных тел [3–5] и теории малых возмущений путем линеаризации получены следующие линейные уравнения и граничные условия, описывающие поведение малых возмущений в указанной магнитоактивной деформируемой среде:

для внутренней области

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left(s_{ik} + s_{im}^{non} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \right) + \mu_0 M_i^{non} \frac{\partial h_k}{\partial x_i} + \mu_0 m_i \frac{\partial H_i^{non}}{\partial x_i} = \rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2},$$

$$rot\boldsymbol{h} = 0, \; div\boldsymbol{b} = 0, \; \boldsymbol{b} = \mu_0 \left(\boldsymbol{h} + \boldsymbol{m} \right),$$

$$s_{ij} = c_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \mu_0 e_{ijk} m_k,$$

$$h_i = g_{ijk} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + A_{ik} m_k, \tag{1}$$

где s_{ik} – возмущенния компонент тензора магнитоуругих напряжений; s_{ik}^{non} – компоненты тензора напряжений невозмущенного состояния; u_k – компоненты возмущения вектора упругих перемещений; h_k, m_k и b_k –

компоненты векторов $\boldsymbol{h},\boldsymbol{m}$ и $\boldsymbol{b}$, представляющие возмущения соответственно напряженности $\boldsymbol{H}^{non}$, намагниченности $\boldsymbol{M}^{non}$ и магнитной индукции $\boldsymbol{B}^{non}$ невозмущенного магнитного поля; x_i – декартовые координаты;

для внешней области

$$rot\boldsymbol{h}^{(e)}=0, div\boldsymbol{b}^{(e)}=0, \boldsymbol{b}^{(e)}=\mu_0\boldsymbol{h}^{(e)}, \tag{2}$$

индекс «е» здесь и в дальнейшем означает принадлежность к внешней среде;

условия на поверхности S_0 недеформируемого тела

$$\left[s_{ik}+s_{km}^{non}\frac{\partial u_i}{\partial x_m}\right]n_k^0=\left[t_{ki}^{(e)}-t_{ki}\right]n_k^0+\left[T_{km}^{non(e)}-T_{km}^{non}\right]\frac{\partial u_i}{\partial x_m}n_k^0,$$

$$\left[b_k-b_k^e\right]n_k^0=\left[B_m^{non}-B_m^{non(e)}\right]\frac{\partial u_i}{\partial x_m}n_k^0,$$

$$\varepsilon_{ijk}\left\{\left[h_n-h_n^{(e)}\right]n_k^0-\left[H_n^{non}-H_n^{non(e)}\right]\frac{\partial u_i}{\partial x_m}n_k^0\right\}=0, \tag{3}$$

где T_{km}^{non} и $T_{km}^{non(e)}$ – тензоры напряжений Максвелла невозмущенного состояния соответственно для тела и окружающей среды, n_k^0 – компоненты вектора внешней нормали $\boldsymbol{n}_0$ к поверхности S_0, ε_{ijk} – символ Леви-Чивита,

$$t_{ki}=b_iH_k^{non}+h_kB_i^{non}-\mu_0\delta_{ki}\boldsymbol{H}^{non}\boldsymbol{h},$$

$$t_{ki}^{(e)}=\mu_0\left[h_k^{(e)}H_i^{non(e)}-h_k^{(e)}H_i^{non(e)}-\delta_{ki}\boldsymbol{H}^{non(e)}\boldsymbol{h}^{(e)}\right]. \tag{4}$$

В уравнениях (1) использованы следующие обозначения:

$$c_{ijkl}=C_{ijkl}+\mu_0A_{pq}M_r^{non}M_j^{non}\left(\delta_{ik}\delta_{pl}\delta_{rq}+\delta_{kl}\delta_{iq}\delta_{ir}+\delta_{lp}\delta_{ip}\delta_{kr}\right)+$$
$$+\frac{\mu_0}{2}B_{pqrs}\left(\delta_{ip}\delta_{jq}\delta_{kl}+\delta_{ip}\delta_{jk}\delta_{pl}+\delta_{ik}\delta_{jp}\delta_{pl}\right)M_r^{non}M_s^{non}+$$
$$+\mu_0B_{pqrs}\left(\delta_{pk}\delta_{ql}\delta_{is}M_j^{non}+\delta_{ip}\delta_{jq}\delta_{is}M_k^{non}\right)M_r^{non},$$

$$e_{ijk}=B_{ijkl}M_l^{non}+A_{mi}\left(\delta_{kj}M_m^{non}+\delta_{mk}M_j^{non}\right),$$

$$g_{ijk}=B_{jkpi}M_p^{non}+A_{rs}\left(\delta_{is}\delta_{jk}M_r^{non}+\delta_{rk}\delta_{is}M_j^{non}+\delta_{ij}\delta_{sk}M_r^{non}\right), \tag{5}$$

где c_{ijkl}, A_{kl}^{-1} и B_{jkpi} – соответственно тензоры упругих постоянных, магнитных восприимчивостей и магнитострикционных коэффициентов.

Для магнитоупругих сред, которые в размагниченном состоянии изотропны по отношению как магнитных, так и упругих свойств, справедливы равенства

$$C_{ijkl}=\lambda\delta_{ij}\delta_{kl}+\mu\left(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}\right),\ A_{kl}=\chi^{-1}\delta_{kl},$$

$$B_{ijkl}=e_2\delta_{ij}\delta_{kl}+\frac{1}{2}\left(e_1-e_2\right)\left(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}\right), \tag{6}$$

где λ и μ – постоянные Ляме, χ – магнитная восприимчивость, $\mu_r = \chi + 1$ – относительная магнитная проницаемость, e_1, e_2 – магнитострикционные постоянные среды.

К уравнениям (2) необходимо присоединить условия затухания возмущений магнитных величин на бесконечности.

В коэффициенты линеаризованных уравнений и соотношений (1)–(5) входят неизвестные компоненты s_{ij}^{non} тензора напряжений невозмущенного состояния. Они являются решениями следующей статической задачи теории упругости:

уравнение равновесия

$$\frac{\partial s_{ik}^{non}}{\partial x_k} + \mu_0 M_n^{non} \frac{H_k^{non}}{\partial x_n} = 0, \tag{7}$$

$$s_{ij}^{non} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl}^{non} + \mu_0 A_{ik} M_k^{non} + \frac{1}{2}\mu_0 B_{ijkl} M_k^{non} M_l^{non}; \tag{8}$$

условия на поверхности S_0 недеформируемого тела

$$s_{ik}^{non} N_k^0 = \left[T_{ki}^{non(e)} - T_{ki}^{non}\right] n_k^0$$
$$T_{ki}^{non} = N_i^{non} B_k^{non} - \frac{1}{2}\mu_0 \delta_{ik}\left[H^{non}\right]^2, \tag{9}$$
$$T_{ki}^{non(e)} = \mu_0 H_i^{non(e)} H_k^{non(e)} - \frac{1}{2}\mu_0 \delta_{ik}\left[H^{non(e)}\right]^2.$$

Согласно принятому предположению входящие в (7)-(9) характеристики невозмущенного магнитного поля определяются из следующей задачи магнитостатики для недеформируемого тела:

уравнение магнитостатики для внутренней области

$$rot\boldsymbol{H}^{non} = 0,\ div\boldsymbol{B}^{non} = 0,$$
$$\boldsymbol{B}^{non} = \mu_0\left(\boldsymbol{H}^{non} + \boldsymbol{M}^{non}\right),\ H_k^{non} = A_{kl} M_l^{non}, \tag{10}$$

уравнение для внешней области

$$rot\boldsymbol{H}^{non(e)} = 0,\ div\boldsymbol{H}^{non} = 0,$$
$$\boldsymbol{M}^{non(e)} = 0,\ \boldsymbol{B}^{non(e)} = \mu_0 \boldsymbol{H}^{non(e)}; \tag{11}$$

условия сопряжения на поверхности S_0

$$\left(\boldsymbol{B}^{non} - \boldsymbol{B}^{non(e)}\right) n_0 = 0,\ \left(\boldsymbol{H}^{non} - \boldsymbol{H}^{non(e)}\right) \times n_0 = 0, \tag{12}$$

условия на бесконечности

$$\boldsymbol{H}^{non(e)} \to \boldsymbol{H}^{(e)} \text{ при } x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \to \infty. \tag{13}$$

Учитывая, что для основных магнитострикционных материалов $\chi \sim 30$, $e_1 \sim 40$ и $B_s \sim 0.3$ Тл, (B_s – индукция насыщения) [6] принимаем, что при $B_0 < B_s$ имеет место следующее ограничение:

$$\left(\chi e_1^2 B_0^2 / \mu_0 \mu\right) \ll 1. \tag{14}$$

С учетом (14) из (5), когда вектор $\boldsymbol{M}^{non}$ параллелен одному из осей координатной системы, для тензоров обобщенных упругих постоянных, магнитных восприимчивостей и магнитострикционных коэффициентов получаются следующие упрощенные представления:

$$c_{ijkl} = C_{ijkl},\ g_{ijkl} = B_{jkpi} M_p^{non},\ e_{ijk} = B_{ijkl} M_l^{non}, \tag{15}$$

где C_{ijkl} и B_{ijkl} определяются согласно формулам (6).

2. Двумерные уравнения магнитоупругой устойчивости тонкой пластинки. Пусть упругая изотропная прямоугольная магнитострикционная пластинка постоянной толщины $2h$ в прямоугольной системе координат (x_1, x_2, x_3) расположена так, что ее срединная плоскость совпадает с координатной плоскостью x_1, x_2. В дальнейшем для простоты и наглядности ограничимся рассмотрением случая, когда пластинка находится в продольном магнитном поле $\boldsymbol{B}(B_0, 0, 0)$, а ее торцы неподвижны в своей плоскости.

Для применения процедуры получения двумерных уравнений магнитоупругой устойчивости тонких пластин необходимо знать характеристики (напряженность, магнитная индукция и намагниченность) магнитных полей невозмущенного и возмущенного состояний. Их определяем, решая трехмерные задачи математической физики, сформулированные в предыдущем параграфе. Решение указанных краевых задач в случае пластин конечных размеров связано с серьезными математическими трудностями. Численные решения этих задач для пластинки-полосы приведены в работе [7]. Анализ полученных в этой работе решений показывает, что характеристики магнитных полей (невозмущенного и возмущенного) для пластинки конечных размеров вне некоторого достаточно узкого пограничного слоя практически совпадают с соответствующими характеристиками для бесконечной полосы. На этом основании при определении характеристик невозмущенного магнитного поля пластинку будем считать бесконечной. Тогда приближенное решение задачи (10)-(13) представляется в виде

$$B_i^{non(e)} = 0,\ B_i^{non} = 0,\ H_i^{non} = 0, M_i^{non},\ i = (2,3),$$

$$B_1^{non(e)} = B_0,\ B_1^{non} = \mu_r B_0,\ H_1^{non} = \frac{B_0}{\mu_0},\ M_1^{non} = \chi H_1^{non}. \tag{16}$$

Из уравнения равновесия (7), поверхностных условий (9) при $x_3 = \pm h$ и условий неподвижности торцов пластинки с использованием (16) определяем компоненту $s_{33}^{non} = \mathrm{const}$ тензора напряженности в пластинке. Эту же компоненту определяем используя обобщенный закон Гука (8). Приравниванием найденных выражений для s_{33}^{non} определяется компонента ε_{33} тензора деформации, значение которой далее используется при определении компонент s_{11}^{non} и s_{22}^{non} тензора напряженности. На этой основе, используя (16) и условия неподвижности краев пластинки в своей плоскости, из (7)-(9) для ненулевых компонент тензора напряжений невозмущенного состояния получаются следующие выражения:

$$s_{11}^{non}=\frac{\chi^2 B_0^2}{2\mu_0}\left(e_1-\frac{v}{1-v}e_2\right),\ s_{22}^{non}=\frac{\chi^2 B_0^2}{2\mu_0}\left(\frac{1-2v}{1-v}\right)e_2,\ s_{33}^{non}=0. \qquad (17)$$

Для приведения трехмерных уравнений магнитоупругой устойчивости (1) к двумерным принимается гипотеза недеформируемых нормалей, согласно которой имеем

$$u_1=u-x_3\frac{\partial w}{\partial x_1},\ u_2=v-x_3\frac{\partial w}{\partial x_2},\ u_3=w\left(x_1,x_2,t\right), \qquad (18)$$

где $u=\left(x_1,x_2,t\right)$, $v=\left(x_1,x_2,t\right)$, $w=\left(x_1,x_2,t\right)$ – возмущения перемещений точек срединной поверхности пластинки.

Подставляя соотношения (16)-(18) в систему (1) и усредняя полученные при этом уравнения по толщине пластинки, с учетом поверхностных условий (3) приходим к следующим двумерным уравнениям магнитоупругой устойчивости рассматриваемой пластинки относительно u,v,w:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}+\frac{1-v}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}+\frac{1+v}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x_1\partial x_2}+\frac{1-v^2}{2Eh}\chi\alpha_1 B_0\int_{-h}^{h}\frac{\partial h_1}{\partial x_1}dx_3=\frac{1-v^2}{E}\rho_0\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2}+\frac{1-v}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2}+\frac{1+v}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x_1\partial x_2}+\frac{1-v^2}{2Eh}\chi\alpha_2 B_0\int_{-h}^{h}\frac{\partial h_1}{\partial x_2}dx_3=\frac{1-v^2}{E}\rho_0\frac{\partial^2 v}{\partial t^2},$$

$$D\Delta^2 w+2\rho_0 h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}-P_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}-P_{22}\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}-\chi B_0\alpha_1\int_{-h}^{h}x_3\frac{\partial^2 h_1}{\partial x_1^2}dx_3-$$

$$-\chi B_0\alpha_2\int_{-h}^{h}x_3\frac{\partial^2 h_1}{\partial x_2^2}dx_3-\chi B_0\left(h_1^+-h_1^-\right)=0. \qquad (19)$$

Здесь

$$D=\frac{2Eh^3}{3\left(1-v^2\right)},\ \Delta=\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2},\ \alpha_1=1+\chi\left(e_1-\frac{v}{1-v}e_2\right),$$

$$\alpha_2=1+\chi e_2\frac{1-2v}{1-v},\ P_{11}=\frac{\chi B_0^2 h}{\mu_0}\left(-2+\chi\left(e_1-\frac{v}{1-v}e_2\right)\right),$$

$$P_{22}=\frac{\chi B_0^2}{\mu_0}h\left(\alpha_2-1\right),\ h_1^{\pm}=h_1\left(x_1,x_2,\pm h,t\right).$$

При получении уравнений (19) учтено принятое ограничение (14).

3. Приведение трехмерной задачи магнитоупругой устойчивости тонкой пластинки к двумерной. Для замыкания системы (19) следует определить компоненты h_i возмущенного магнитного поля в пластинке. Введем потенциальные функции φ и $\varphi^{(e)}$

$$\boldsymbol{h}=grad\,\varphi,\boldsymbol{h}^{(e)}=grad\,\varphi^{(e)}.$$

Тогда определение векторов $\boldsymbol{h}$ и $\boldsymbol{h}^{(e)}$ согласно (1)-(3) сводится к решению следующей трехмерной задачи относительно $\varphi\left(x_1,x_2,x_3,t\right)$:

$$\Delta_3\varphi=\frac{\chi B_0}{\mu_0\mu_r}\left[\left(\alpha_1-1\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}-x_3\frac{\partial^3 w}{\partial x_1^3}\right)+\left(\alpha_2-1\right)\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x_1\partial x_2}-x_3\frac{\partial^3 w}{\partial x_1\partial x_2^2}\right)+\right.$$

$$+\alpha_3\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1\partial x_2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2}-2x_3\frac{\partial^3 w}{\partial x_1\partial x_2^2}\right)\Bigg],\ \alpha_3=\frac{\chi(e_1-e_2)}{2},$$ (во внутренней области);

$$\Delta_3\varphi^{(e)}\varphi=0, \qquad \text{(во внешней области)} \qquad (20)$$

при условиях

$$\varphi=\varphi^{(e)},\ \frac{1}{\mu_r}\frac{\partial\varphi^{(e)}}{\partial x_3}=\frac{\partial\varphi}{\partial x_3}-\frac{\chi B_0}{\mu_0\mu_r}\frac{\partial w}{\partial x_1} \qquad (21)$$

на поверхностях $x_3=\pm h$ и условиях затухания возмущений на бесконечности. В соотношении (20) Δ_3 – трехмерный оператор Лапласа. Таким образом, рассматриваемая задача устойчивости, несмотря на двумерность нений относительно u,v,w, осталась трехмерной.

Решение сформулированной выше трехмерной задачи для конечной пластинки строится следующим образом [1]. Сначала решается задача для бесконечной пластинки, представляя искомые функции в виде

$$(u,v,w)=(u_0,v_0,w_0)\exp\left[i(\omega t-k_1x_1-k_2x_2)\right],$$

$$\left(\varphi,\varphi^{(e)}\right)=\left(\varphi_0(x_3),\varphi^{(e)}(x_3)\right)\exp\left[i(\omega t-k_1x_1-k_2x_2)\right], \qquad (22)$$

а затем неизвестные волновые числа k_1 и k_2 определяются с использованием асимптотического метода интегрирования [1] и условий закрепления краев пластинки.

Подставляя (22) в (20)-(21), для потенциала φ индуцированного в пластинке магнитного поля получаем следующее выражение (с точностью $kh\ll 1$):

$$\varphi=\frac{\chi B_0}{\mu_0\mu_r k^2}\left(\frac{chkx_3}{1+\mu_r kh}-1\right)\Bigg\{(\alpha_1-1)\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}+(\alpha_2-1)\frac{\partial^2 v}{\partial x_1\partial x_2}+$$

$$+\alpha_3\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1\partial x_2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2}\right)\Bigg\}+\frac{\chi B_0}{\mu_0\mu_r k}shkx_3\frac{\partial w}{\partial x_1}, \quad \left(k^2=k_1^2+k_2^2\right). \qquad (23)$$

Используя найденные выражения для компонент h_i, получим систему уравнений устойчивости пластинки относительно u,v,w. При этом уравнения продольных (относительно u,v) и поперечных (относительно w) колебаний разделяются. В дальнейшем будем рассматривать прямоугольные пластинки, полагая $kh\ll 1$. В силу этого предположения уравнения устойчивости упрощаются и уравнение (19) относительно w принимает вид

$$D\Delta^2 w-T_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}-T_{22}\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}+2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0, \qquad (24)$$

где

$$T_{11}=-\frac{2\chi B_0^2}{\mu_0\mu_r}h+\frac{\chi B_0^2}{\mu_0}(\alpha_1-1)h,\quad T_{22}=\frac{\chi B_0^2}{\mu_0}h(\alpha_2-1). \qquad (25)$$

Из (25) видно, что вследствие условия $kh\ll 1$ уравнение рассматриваемой задачи не содержит волновые числа k_1 и k_2. В общем случае они определяются методом асимптотического интегрирования, как в [1], и получаются трасцендентные уравнения относительно k_1 и k_2. В частности для шарнирно опертых краев

$$k_1 = \frac{m\pi}{\alpha_1}, \; k_2 = \frac{m\pi}{\alpha_2}. \qquad (26)$$

При решении конкретных задач к уравнению (24) следует присоединить обычные условия закрепления краев пластинки. Таким образом, трехмерная задача магнитоупругой устойчивости тонкой пластинки сведена к двумерной.

4. Возможность потери устойчивости под действием магнитного поля. Рассмотрим устойчивость шарнирно опертой по всему контуру прямоугольной пластинки под действием внешнего заданного магнитного поля. Решение уравнения (24), удовлетворяющее условиям шарнирного опирания, согласно (26) представим в виде

$$w = w_0 e^{i\omega t} \sin \lambda_m x_1 \sin \mu_n x_2, \; \lambda_m = \frac{m\pi}{\alpha_1}, \; \mu_n = \frac{n\pi}{\alpha_2}. \qquad (27)$$

Подставляя (27) в (24), получим следующие формулы для определения частот ω_{mn} магнитоупругих колебаний:

$$\left(\frac{\omega_{mn}}{\omega_{mn}^0}\right)^2 = 1 - \frac{\chi B_0^2}{2\mu_0} \frac{\left(1-\nu^2\right)}{Eh^2 k_{mn}^4} \left[\left(1-\alpha_1+\frac{2}{\mu_r}\right)\lambda_m^2 + \left(1-\alpha_2\right)\mu_n^2\right], \qquad (28)$$

где ω_{mn}^0 – частоты собственных колебаний пластинки при отсутствии магнитного поля

$$\left(\omega_{mn}^0\right)^2 = \frac{Dk_{mn}^4}{2\rho h}, \; k_{mn}^2 = \lambda_m^2 + \mu_n^2. \qquad (29)$$

Из соотношения (28) видно, что потеря статической устойчивости пластинки невозможна, если выражение в квадратной скобке отрицательное. Следовательно, в этом случае невозмущенное состояние пластинки устойчиво и присутствие магнитного поля увеличивает частоты магнитоупругих колебаний. Если же выражение в квадратной скобке положительное, то существуют такие значения $B_0\left(m,n\right)$ магнитной индукции заданного магнитного поля, при которых $\omega_{mn} = 0$ (условия потери статической устойчивости). На этом основании для определения критического значения B_{kp} магнитной индукции, при котором пластинка теряет устойчивость, получим формулу

$$\frac{B_{kp}^2}{\mu_0 E} = \min_{m,n} \frac{2h^2 k_{mn}^4}{3\chi\left(1-\nu^2\right)} \left[\left(1-\alpha_1+\frac{2}{\mu_r}\right)\lambda_m^2 + \left(1-\alpha_2\right)\mu_n^2\right]^{-1}. \qquad (30)$$

Из (30) в случае пластинки-полосы $\left(\mu_n = 0\right)$ для определения критического значения B_{kp} магнитной индукции, при котором пластинка-полоса, для которой магнитострикционная константа теряет устойчивость, получается следующая формула:

$$\frac{B_{kp}^2}{\mu_0 E} = \frac{2h^2\lambda_1^2}{3\chi\left(1-\nu^2\right)\left(\frac{2}{\mu_r} - \chi\left(e_1 - \frac{\nu}{1-\nu}e_2\right)\right)}. \tag{31}$$

С использованием формулы (31) произведены вычисления величины B_{kp} в случае пластинки-полосы из материала железо-никелевый феррит (50/50 Fe-Ni), для которого $\mu_r = 35$, $e_1 = -23.5$, $e_2 = 11.75$, $E = 2 \cdot 10^{11}$ н/м^2, $\nu = 0.28$. Для расчета принято $\lambda_1 h = 0.11 \cdot 10^{-2}$. В результате получим $B_{kp} = 0.77 \cdot 10^{-2} B_{kp}^0$, где $B_{kp}^0 = 0.34$ тл – критическое значение магнитной индукции при условии пренебрежения магнитострикционным эффектом.

С использованием формулы (28) произведены вычисления величины $\frac{\omega_{mn}}{\omega_{mn}^0}$ в случае пластинки-полосы из материала никель НП2Т, для которого $\mu_r = 35$, $e_1 = 42$, $e_1 = -21$, $E = 2.1 \cdot 10^{11}$ н/м^2, $B_0 = 0.2$ тл, $\lambda_1 h = 0.02$, $\nu = 0.25$. В результате получим $\omega_{mn} = 5.58\omega_{mn}^0$. В данном случае невозмущенное состояние пластинки устойчиво и присутствие магнитного поля существенно увеличивает частоты магнитоупругих колебаний.

Исследование выполнено при финансовой поддержке ГКН МОН РА в рамках научного проекта №SCS 13-2C243.

Ереванский государственный университет

Академик Г. Е. Багдасарян, Э. А. Даноян

Устойчивость магнитострикционных прямоугольных пластин в продольном магнитном поле

На основе линеаризованных уравнений и соотношений магнитоупругости диэлектрических магнитострикционных тел исследовано поведение малых возмущений в прямоугольных пластинках при наличии постоянного продольного магнитного поля. С использованием гипотезы Кирхгоффа и асимптотического метода интегрирования трехмерная задача магнитоупругой устойчивости сведена к двумерной. На этом основании сформулирована и решена соответствующая задача устойчивости и показано, что существует область изменения геометрических параметров пластинки и значений магнитострикционных характеристик ее материала, при которой невозмущенное состояние пластинки устойчиво при любом значении индукции внешнего магнитного поля и присутствие указанного поля может привести к существенному увеличению частоты магнитоупругих колебаний. Установлено также, что вне этой области магнитострикционный эффект может иметь дестабилизирующее влияние.

Ակադեմիկոս Գ. Ե. Բաղդասարյան, Է. Հ. Դանոյան

Մագնիսաստրիկցիոն ուղղանկյուն սալերի կայունությունը երկայնական մագնիսական դաշտում

Դիէլեկտրիկ մագնիսաստրիկցիոն մարմինների մագնիսառաձգականության գծայնացված հավասարումների և առնչությունների հիման վրա հետազոտվել է ուղղանկյուն սալերում փոքր գրգռումների վարքը հաստատուն երկայնական մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում: Կիրխհոֆի հիպոթեզի և ասիմպտոտիկ ինտեգրման մեթոդի օգտագործման միջոցով մագնիսառաձգական կայունության եռաչափ խնդիրը հանգեցվել է երկչափի: Դրա հիման վրա ձևակերպվել և լուծվել է համապատասխան կայունության խնդիր և ցույց է տրվել, որ գոյություն ունի սալի երկրաչափական պարամետրերի և նրա նյութի մագնիսաստրիկցիոն բնութագրիչների արժեքների փոփոխման տիրույթ, որի դեպքում սալի չգրգռված վիճակը կայուն է արտաքին մագնիսական դաշտի ինդուկցիայի ցանկացած արժեքի դեպքում, և նշված դաշտի առկայությունը կարող է հանգեցնել մագնիսառաձգական տատանումների հաճախության զգալի մեծացմանը: Ցույց է տրված, որ այդ տիրույթից դուրս մագնիսաստրիկցիոն էֆեկտը կարող է ունենալ ապակայունացնող ազդեցություն:

Academician G. Y. Baghdasaryan, E. H. Danoyan

Stability of Magnetostrictive Rectangular Plates in Longitudinal Magnetic Field

On the basis of linearized equations and relations of magnetoelasticity of dielectric magnetostrictive bodies the behavior of small perturbations in rectangular plates in presence of longitudinal magnetic field is investigated. The three-dimensional problem of magnetoelastic stability is reduced to the two-dimensional using the Kirchhoff hypotheses and asymptotical integration method. On this basis the corresponding problem of stability is addressed and solved. It is also shown, that the certain area of the change of geometrical parameters of the plate and values of magnetostrictive characteristics of plate material exists, at which the unperturbed state of the plate is stable for any values of external magnetic field induction, and the presence of the noted magnetic field yields to the essential increase of the frequency of magnetoelastic vibrations. It is also established, that out of the noted area the magnetostrictive effect can have a destabilizing effect.

Литература

1. *Багдасарян Г. Е.* Колебания и устойчивость магнитоупругих систем. Ереван. Изд. ЕГУ. 1999. 440 с.
2. *Багдасарян Г. Е.* - Мат. методы и физ.-мех. поля. 1998. Т. 41. N 3. С. 70 -75.
3. *Pao Y.-H., Yen C.-S.* Int. J. Eng. Sci. 1973. V. 11. № 4. P. 415-436.
4. *Maugin G. A.* Continuum mechanics of electromagnetic solids. North – Holand-Amsterdam-New-York-Oxford-Tokyo. 1988. 560 p.
5. *Brown W. F.* Magnetoelastic Interactions. N. Y. Spinger-Veriag. 1966. 155 p.
6. *Багдасарян Г. Е., Даноян З. Н., Даноян Э. А.* - ДНАН Армении. 2010. Т. 110. № 4. С. 367-375.
7. *Bagdasarian G. E., Philiposian G. T.* In: Proc. North American Conf. on Smart Structures and Materials(SPIE). USA. 1997. V. 3039. P. 715-725.