ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Հատոր
Том 113 2013 № 3
Volume

МЕХАНИКА

УДК 539.3

К. А. Жамакочян

Применение метода степенных рядов для построения математической модели микрополярных упругих тонких балок

(Представлено чл.-кор. НАН РА С.О. Саркисяном 5 /IV 2013)

Ключевые слова: *степенные ряды, метод, построение, модель, микрополярный, балка.*

Введение. Решение проблемы сведения трехмерных уравнений теории упругости к двумерным уравнениям теории пластин и оболочек осуществляется тремя основными методами: (а) методом гипотез [1-3]; (в) методом разложений по толщине в степенные ряды [4]; (с) асимптотическим методом [5-8]. Проблема о сведении трехмерных уравнений микрополярной теории упругости к двумерным уравнениям теории пластин и оболочек на основе метода гипотез впервые поставлена в монографии [9]. В [10-13] построено асимптотическое решение трехмерной краевой задачи микрополярной теории упругости в тонких областях, а в [14-16] на основе качественных сторон асимптотического решения сформулированы адекватные гипотезы и построены прикладные теории динамики микрополярных упругих тонких балок, пластин и оболочек.

В данной работе развивается метод разложений по толщине в степенные ряды для построения модели прикладной-одномерной динамической модели микрополярных упругих балок и проведено сравнение с аналогичной моделью балок, построенной в [18], на основе метода гипотез, имеющего асимптотическое подтверждение.

1. Постановка задачи. Рассмотрим параллелепипед постоянной высоты $2h$, длины a и постоянной толщины $2h_1$. Координатную плоскость x_1x_3 разместим в срединой плоскости параллелепипеда, которая разделит толщину $2h_1$ на две равные части. Ось x_3 направим по высоте параллелепипеда, ось x_1 – по длине параллелепипеда так, чтобы она делила высоту $2h$ пополам. Будем считать, что в параллелепипеде по направлению оси x_2 (по направлению толщины $2h_1$) осуществляется обобщенное плоское напряженное состояние и задача определения напряженно-деформированного состояния сводится к краевой задаче в срединной плоскости параллелепипеда $x_1 x_3$, т. е. к изучению задачи в прямоугольнике $(0 \le x_1 \le a, \quad -h \le x_3 \le h)$. Для дальнейшего рассмотрения примем, что $2h_1 = 1$. Будем исходить из основных уравнений динамической задачи обобщенного плоского напряженного состояния микрополярной теории упругости с независимыми полями перемещений и вращений [17]:

уравнения движения

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} = \rho \frac{\partial^2 V_1}{\partial t^2}, \qquad \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} = \rho \frac{\partial^2 V_3}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial \mu_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \mu_{32}}{\partial x_3} - (\sigma_{13} - \sigma_{31}) = J \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial t^2}; \tag{1.1}$$

физические соотношения упругости

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1-\nu^2}(\gamma_{11} + \nu\gamma_{33}), \quad \sigma_{33} = \frac{E}{1-\nu^2}(\gamma_{33} + \nu\gamma_{11}),$$

$$\sigma_{13} = (\mu+\alpha)\gamma_{13} + (\mu-\alpha)\gamma_{31}, \quad \sigma_{31} = (\mu-\alpha)\gamma_{13} + (\mu+\alpha)\gamma_{31}, \tag{1.2}$$

$$\mu_{12} = B\chi_{12}, \quad \mu_{32} = B\chi_{32};$$

геометрические соотношения

$$\gamma_{11} = \frac{\partial V_1}{\partial x_1}, \quad \gamma_{33} = \frac{\partial V_3}{\partial x_3}, \quad \gamma_{13} = \frac{\partial V_3}{\partial x_1} + \omega_2,$$

$$\gamma_{31} = \frac{\partial V_1}{\partial x_3} - \omega_2, \quad \chi_{12} = \frac{\partial \omega_2}{\partial x_1}, \quad \chi_{32} = \frac{\partial \omega_2}{\partial x_3}. \tag{1.3}$$

Здесь σ_{11}, σ_{33}, σ_{31}, σ_{13} – силовые напряжения; μ_{12}, μ_{32} – моментные напряжения; γ_{11}, γ_{33}, γ_{13}, γ_{31} – деформации; χ_{12}, χ_{32} – изгибы кручения; V_1, V_3 – перемещения, ω_2 – независимый поворот точек прямоугольника вокруг оси x_2; E, ν, α, B – упругие постоянные микрополярного тела.

На лицевых линиях прямоугольника $x_3 = \pm h$ считаются заданными силовые и моментные граничные условия (далее будем рассматривать задачу изгиба)

$$\sigma_{31} = p_1, \quad \sigma_{33} = \pm p_3, \quad \mu_{32} = \pm m_2, \text{ при } x_3 = \pm h \tag{1.4}$$

Граничные условия на кромках прямоугольника $(x_1 = 0, x_1 = a)$, в зависимости от способа приложения внешней нагрузки или закрепления ее точек, записываются в силовых и моментных напряжениях, либо в перемещениях и поворотах, либо в смешанном виде.

Будем считать, что $2h \ll a$ (т.е. рассматриваемый прямоугольник тонкий).

2. Метод степенных рядов. Если выражения (1.3) подставим в формулы (1.2), то получим, что силовые и моментные напряжения будут выражаться через перемещения V_1, V_3 и поворот ω_2. Для построения одномерной модели применяем метод приведения [4]. Аппроксимируем V_1, V_3 и ω_2 степенными рядами относительно x_3:

$$V_1=\sum_{n=0}^{\infty}V_{1,n}x_3^n,\quad V_3=\sum_{n=0}^{\infty}V_{3,n}x_3^n,\quad \omega_2=\sum_{n=0}^{\infty}\omega_{2,n}x_3^n. \tag{2.1}$$

Подставляя ряды (2.1) в основные уравнения и граничные условия (приведенные выше) плоской задачи микрополярной теории упругости, имеющие место в тонком прямоугольнике, получаем рекуррентные соотношения и условия, связывающие коэффициенты частичных сумм (полиномов) (2.1) любой степени, причем число соотношений равно числу неизвестных коэффициентов.

На самом деле, на основании формул (1.2), (1.3), с учетом (2.1), для силовых напряжений σ_{33}, σ_{31} и моментного напряжения μ_{32} получим

$$\sigma_{33}=\frac{E}{1-\nu^2}\sum_{n=0}^{\infty}\left[(n+1)V_{3,n+1}+\nu\frac{\partial V_{1,n}}{\partial x_1}\right]x_3^n, \tag{2.2}$$

$$\sigma_{31}=\sum_{n=0}^{\infty}\left[(\mu-\alpha)\frac{\partial V_{3,n}}{\partial x_1}+(\mu+\alpha)(n+1)V_{1,n+1}-2\alpha\omega_{2,n}\right]x_3^n, \tag{2.3}$$

$$\mu_{32}=\sum_{n=0}^{\infty}B(n+1)\omega_{2,n+1}x_3^n. \tag{2.4}$$

Используя формулы (2.2)-(2.4) и имея в виду граничные условия (1.4) на лицевых линиях прямоугольника $x_3=\pm h$, после некоторых преобразований приходим к следующим шести равенствам:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left[(\mu-\alpha)\frac{\partial V_{3,2k}}{\partial x_1}+(\mu+\alpha)(2k+1)V_{1,2k+1}-2\alpha\omega_{2,2k}\right]h^{2k}=\frac{p_1^+-p_1^-}{2}, \tag{2.5}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left[(\mu-\alpha)\frac{\partial V_{3,2k+1}}{\partial x_1}+(\mu+\alpha)(2k+2)V_{1,2k+2}-2\alpha\omega_{2,2k+1}\right]h^{2k+1}=\frac{p_1^++p_1^-}{2}, \tag{2.6}$$

$$\frac{E}{1-\nu^2}\sum_{k=0}^{\infty}\left[(2k+1)V_{3,2k+1}+\nu\frac{\partial V_{1,2k}}{\partial x_1}\right]h^{2k}=\frac{p_3^+-p_3^-}{2}, \tag{2.7}$$

$$\frac{E}{1-\nu^2}\sum_{k=0}^{\infty}\left[(2k+2)V_{3,2k+2}+\nu\frac{\partial V_{1,2k+1}}{\partial x_1}\right]h^{2k+1}=\frac{p_3^++p_3^-}{2}, \tag{2.8}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left[B(2k+1)\omega_{2,2k+1}\right]h^{2k}=\frac{m_2^+-m_2^-}{2}, \tag{2.9}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left[B(2k+2)\omega_{2,2k+1}\right]h^{2k+1}=\frac{m_2^++m_2^-}{2}. \tag{2.10}$$

Далее, после подстановки (1.3) в формулы обобщенного закона Гука (1.2), силовые напряжения σ_{11}, σ_{13} и моментное напряжение $\mu_{1,2}$ будут выражаться через перемещения V_1, V_3 и свободный поворот ω_2. Имея в виду разложения (2.1), и подставляя полученные таким образом формулы для σ_{11}, σ_{13} и $\mu_{1,2}$ в уравнения движения (1.1), приходим к следующей системе дифференциальных уравнений относительно коэффициентов разложения (2.1):

$$\frac{E}{1-\nu^2}\left[\frac{\partial^2 V_{1,n}}{\partial x_1^2}+\nu(n+1)\frac{\partial V_{3,n+1}}{\partial x_1}\right]+(\mu-\alpha)(n+1)\frac{\partial V_{3,n+1}}{\partial x_1}+$$
$$+(\mu+\alpha)(n+2)(n+1)V_{1,n+2}-2\alpha(n+1)\omega_{2,n+1}=\rho\frac{\partial^2 V_{1,n}}{\partial t^2}, \tag{2.11}$$

$$\frac{E}{1-\nu^2}\left[(n+2)(n+1)V_{3,n+2}+\nu(n+1)\frac{\partial V_{1,n+1}}{\partial x_1}\right]+(\mu+\alpha)\frac{\partial^2 V_{3,n}}{\partial x_1^2}+$$
$$+(\mu-\alpha)(n+1)\frac{\partial V_{1,n+1}}{\partial x_1}+2\alpha\frac{\partial^2\omega_{2,n}}{\partial x_1^2}=\rho\frac{\partial^2 V_{3,n}}{\partial t^2}, \tag{2.12}$$

$$B\frac{\partial^2\omega_{2,n}}{\partial x_1^2}+B(n+2)(n+1)\omega_{2,2n+2}-2\alpha\left[\frac{\partial V_{3,n}}{\partial x_1}-(n+1)V_{1,n+1}+2\omega_{2,n}\right]=J\frac{\partial^2\omega_{2,n}}{\partial t^2}. \tag{2.13}$$

Отметим, что уравнения (2.11)-(2.13) и условия (2.5)-(2.10) распадаются на две части: симметричную относительно x_3 (соответствующую продольным колебаниям) и обратно-симметричную (соответствующую поперечным колебаниям).

Поперечные колебания микрополярного тонкого прямоугольника (балки), на основании перечисленных выше уравнений и условий в исходном приближении метода степенных рядов описывается следующей системой уравнений:

$$(\mu-\alpha)\frac{\partial V_{3,0}}{\partial x_1}+(\mu+\alpha)V_{1,1}-2\alpha\omega_{2,0}+$$
$$+\left[(\mu-\alpha)\frac{\partial V_{3,2}}{\partial x_1}+3(\mu+\alpha)V_{1,3}-2\alpha\omega_{2,2}\right]h^2=\frac{p_1^+-p_1^-}{2},$$
$$\frac{E}{1-\nu^2}\left[2V_{3,2}+\nu\frac{\partial V_{1,1}}{\partial x_1}\right]h=\frac{p_3^++p_3^-}{2},$$
$$2B\omega_{2,2}h=\frac{m_2^++m_2^-}{2}, \tag{2.14}$$
$$\frac{E}{1-\nu^2}\left[\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial x_1^2}+2\nu\frac{\partial V_{3,2}}{\partial x_1}\right]+2(\mu-\alpha)\frac{\partial V_{3,2}}{\partial x_1}+6(\mu+\alpha)V_{1,3}-4\alpha\omega_{2,2}=\rho\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial t^2},$$
$$\frac{E}{1-\nu^2}\left[2V_{3,2}+\nu\frac{\partial V_{1,1}}{\partial x_1}\right]+(\mu+\alpha)\frac{\partial^2 V_{3,0}}{\partial x_1^2}+(\mu-\alpha)\frac{\partial V_{1,1}}{\partial x_1}+2\alpha\frac{\partial^2\omega_{2,0}}{\partial x_1^2}=\rho\frac{\partial^2 V_{3,0}}{\partial t^2},$$
$$B\frac{\partial^2\omega_{2,0}}{\partial x_1^2}+2B\omega_{2,2}-2\alpha\left[\frac{\partial V_{3,0}}{\partial x_1}-V_{11}+2\omega_{2,0}\right]=J\frac{\partial\ \omega_{2,0}}{\partial t^2}.$$

Подставляя $V_{3,2}$ и $\omega_{2,2}$ из второго и третьего уравнения (2.14) в пятое и шестое уравнения, получим

$$(\mu+\alpha)\frac{\partial^2 V_{3,0}}{\partial x_1^2}+(\mu-\alpha)\frac{\partial V_{1,1}}{\partial x_1}+2\alpha\frac{\partial^2\omega_{2,0}}{\partial x_1^2}=\rho\frac{\partial^2 V_{3,0}}{\partial t^2}-\frac{p_3^++p_3^-}{2h}, \tag{2.15}$$

$$B\frac{\partial^2\omega_{2,0}}{\partial x_1^2}+2\alpha V_{1,1}-2\alpha\frac{\partial V_{3,0}}{\partial x_1}-4\alpha\omega_{2,0}=J\frac{\partial^2\omega_{2,0}}{\partial t^2}-\frac{m_2^++m_2^-}{2h}. \tag{2.16}$$

Подставив (2.1) в (1.2), для σ_{11} получим

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1-\nu^2}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\nu(n+1)V_{3,n+1} + \frac{\partial V_{1,n}}{\partial x_1}\right]x_3^n. \tag{2.17}$$

откуда для случае изгиба в исходном приближении будем иметь

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1-\nu^2}\left[2\nu V_{3,2} + \frac{\partial V_{1,1}}{\partial x_1}\right]x_3. \tag{2.18}$$

Для силового напряжения σ_{31} сначала примем

$$\overset{0}{\sigma}_{31} = (\mu-\alpha)\frac{\partial V_{3,0}}{\partial x_1} + (\mu+\alpha)V_{1,1} - 2\alpha\omega_{2,0}. \tag{2.19}$$

Подставив выражение σ_{11} из (2.18) в первое уравнение равновесия (1.1), проинтегрировав по x_3, получим

$$\tilde{\sigma}_{31} = \frac{x_3^2}{2}\left(\rho\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial t^2} - \frac{E}{1-\nu^2}\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial x_1^2} - 2\frac{E\nu}{1-\nu^2}\frac{\partial V_{3,2}}{\partial x_1}\right) + \bar{\sigma}_{31}(x_1,t), \tag{2.20}$$

где $\bar{\sigma}_{31}(x_1,t)$ – постоянная интегрирования. Для определения этой величины потребуем, чтобы усредненная по высоте прямоугольника величина $\tilde{\sigma}_{31}$ была равна нулю:

$$\int_{-h}^{h}\tilde{\sigma}_{31}dx_3 = 0. \tag{2.21}$$

Подставив выражение (2.20) в (2.21), получим

$$\bar{\sigma}_{31}(x_1,t) = \frac{h^2}{6}\left(\frac{E}{1-\nu^2}\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial x_1^2} + 2\frac{E\nu}{1-\nu^2}\frac{\partial V_{3,2}}{\partial x_1} - \rho\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial t^2}\right). \tag{2.22}$$

Таким образом, подставив (2.22) в (2.20), для $\tilde{\sigma}_{31}$ получим следующее выражение:

$$\tilde{\sigma}_{31} = \left(\frac{x_3^2}{2} - \frac{h^2}{6}\right)\left(\rho\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial t^2} - \frac{E}{1-\nu^2}\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial x_1^2} - 2\frac{E\nu}{1-\nu^2}\frac{\partial V_{3,2}}{\partial x_1}\right). \tag{2.23}$$

Итак, будем иметь

$$\sigma_{31} = \overset{0}{\sigma}_{31} + \tilde{\sigma}_{31}. \tag{2.24}$$

Подставив (2.19) и (2.23) в (2.24), получим окончательную формулу для σ_{31}:

$$\sigma_{31} = (\mu-\alpha)\frac{\partial V_{3,0}}{\partial x_1} + (\mu+\alpha)V_{1,1} - 2\alpha\omega_{2,0} +$$

$$+\left(\frac{x_3^2}{2} - \frac{h^2}{6}\right)\left(\rho\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial t^2} - \frac{E}{1-\nu^2}\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial x_1^2} - 2\frac{E\nu}{1-\nu^2}\frac{\partial V_{3,2}}{\partial x_1}\right), \tag{2.25}$$

где $V_{3,2}$ выражается с помощью $V_{1,1}$ $\left(V_{3,2} = \frac{1-\nu^2}{2E}\frac{p_3^+ + p_3^-}{2h} - \frac{\nu}{2}\frac{\partial V_{1,1}}{\partial x_1}\right)$.

При помощи формул (2.25) удовлетворяя соответствующему граничному условию из (1.4), получим следующее уравнение:

$$(\mu-\alpha)\frac{\partial V_{3,0}}{\partial x_1}+(\mu+\alpha)V_{1,1}-2\alpha\omega_{2,0}-\frac{h^2}{3}E\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial x_1^2}-\nu\frac{h^2}{3}\frac{\partial}{\partial x_1}\frac{p_3^+ + p_3^-}{2h}=$$

$$=\frac{p_1^+ - p_1^-}{2}-\rho\frac{h^2}{3}\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial t^2}. \tag{2.26}$$

Объединив (2.15), (2.16) и (2.26) окончательным образом приходим к следующей системе дифференциальных уравнений относительно $V_{3,0}$, $V_{1,1}$, $\omega_{2,0}$:

$$(\mu-\alpha)\frac{\partial V_{3,0}}{\partial x_1}+(\mu+\alpha)V_{1,1}-2\alpha\omega_{2,0}-\frac{h^2}{3}E\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial x_1^2}-$$

$$\underline{-\nu\frac{h^2}{3}\frac{\partial}{\partial x_1}\frac{p_3^+ + p_3^-}{2h}}=\frac{p_1^+ - p_1^-}{2}-\rho\frac{h^2}{3}\frac{\partial^2 V_{1,1}}{\partial t^2},$$

$$(\mu+\alpha)\frac{\partial^2 V_{3,0}}{\partial x_1^2}+(\mu-\alpha)\frac{\partial V_{1,1}}{\partial x_1}+2\alpha\frac{\partial^2\omega_{2,0}}{\partial x_1^2}=\rho\frac{\partial^2 V_{3,0}}{\partial t^2}-\frac{p_3^+ + p_3^-}{2h}, \tag{2.27}$$

$$B\frac{\partial^2\omega_{2,0}}{\partial x_1^2}+2\alpha V_{1,1}-2\alpha\frac{\partial V_{3,0}}{\partial x_1}-4\alpha\omega_{2,0}=J\frac{\partial^2\omega_{2,0}}{\partial t^2}-\frac{m_2^+ + m_2^-}{2h}.$$

Система уравнений (2.27) представляет собой математическую модель динамики микрополярных упругих тонких балок при изгибной деформации. Это система дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа шестого порядка. К системе (2.27) следует присоединить граничные условия на концах балки $(x_1=0,\ \ x_1=a)$ [18] и начальные условия для $V_{3,0}$, $V_{1,1}$, $\omega_{2,0}$, $\frac{\partial V_{3,0}}{\partial t}$, $\frac{\partial V_{1,1}}{\partial t}$, $\frac{\partial\omega_{2,0}}{\partial t}$.

Теперь сравним полученную модель динамики микрополярной упругой тонкой балки с аналогической моделью [18], построенной на основе метода гипотез, имеющей асимптотическое подтверждение:

уравнения движения

$$\frac{\partial N_{13}}{\partial x_1}=2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}-2\tilde{p}_3,\quad N_{31}-\frac{\partial M_{11}}{\partial x_1}+\frac{2\rho h^3}{3}\frac{\partial^2\psi_1}{\partial t^2}=2h\tilde{p}_1,$$

$$\frac{\partial L_{12}}{\partial x_1}+N_{31}-N_{13}=2Jh\frac{\partial^2\Omega_2}{\partial t^2}-2\tilde{m}_2; \tag{2.28}$$

соотношения упругости

$$N_{13}=2h[(\mu+\alpha)\Gamma_{13}+(\mu-\alpha)\Gamma_{31}],\quad N_{31}=2h[(\mu+\alpha)\Gamma_{31}+(\mu-\alpha)\Gamma_{13}],$$

$$M_{11}=\frac{2Eh^3}{3}K_{11},\quad L_{12}=2Bhk_{12}; \tag{2.29}$$

геометрические соотношения

$$\Gamma_{13}=\frac{\partial w}{\partial x_1}+\Omega_2,\quad \Gamma_{31}=\psi_1-\Omega_2,$$

$$K_{11}=\frac{\partial\psi_1}{\partial x_1},\quad k_{12}=\frac{\partial\Omega_2}{\partial x_1}. \tag{2.30}$$

Если (2.30) подставить в соотношения упругости (2.29) и последние в уравнения движения (2.28), получим основные уравнения в перемещениях и поворотах модели микрополярных упругих балок работы [18]. Сравнивая уравнения этой системы с полученными уравнениями (2.27) на основе метода степенных рядов $(V_{3,0} = w,\ V_{1,1} = \psi_1,\ \omega_{2,0} = \Omega_2)$, легко убедиться, что разница только в подчеркнутом члене в (2.27). Но эта величина результат того, что в физическом уравнении для γ_{ii} $(i = 1,2)$ было удержано силовое напряжение σ_{33}, которым, как известно, в теории балок принято пренебрегать. Таким образом, модель динамики микрополярных упругих тонких балок, которая построена в [18] на основе метода гипотез, являющаяся асимптотически точной моделью [12], теперь обосновывается также методом степенного разложения.

Гюмрийский государственный педагогический
институт им. М. Налбандяна

К. А. Жамакочян

Применение метода степенных рядов для построения математической модели микрополярных упругих тонких балок

Рассматриваются уравнения граничных и начальных условий динамики плоского напряженного состояния микрополярной теории упругости с независимыми полями перемещений и вращений в тонком прямоугольнике. Принимая метод разложений по толщине прямоугольника в степенные ряды, на основе исходного приближения построена прикладная-одномерная модель динамического изгиба микрополярных упругих тонких балок. Показывается, что построенная модель полностью совпадает с аналогичной моделью микрополярных балок построенной на основе асимптотически обоснованного метода гипотез.

Ք. Ա. Ժամակոչյան

Աստիճանային շարքերի մեթոդի կիրառումը միկրոպոլյար առաձգական բարակ հեծանների մաթեմատիկական մոդելի կառուցման համար

Դիտարկվում են տեղափոխությունների և պտույտների անկախ դաշտերով միկրոպոլյար առաձգականության տեսության հարթ լարվածային վիճակի դինամիկայի հավասարումները, եզրային և նախնական պայմանները բարակ ուղղանկյուն տիրույթում: Կիրառելով ըստ ուղղանկյան հաստության աստիճանային շարքերի վերլուծման մեթոդը՝ կառուցվում է միկրոպոլյար առաձգական բարակ հեծանների ծռման դեֆորմացիայի դինամիկայի կիրառական-միաչափ մաթեմատիկական մոդելը: Ցույց է տրըվում, որ կառուցված մոդելը լիովին համընկնում է միկրոպոլյար հեծանների անալոգ մոդելի հետ, որը կառուցված է ասիմպտոտիկ հիմնավորմամբ վարկածների մեթոդի հիման վրա:

K. A. Zhamakochyan

Application of the Method of Power Series for the Construction of the Mathematical Model of Micropolar Elastic Thin Bars

Equations of boundary and initial conditions of the dynamics of plane stress state of the micropolar theory of elasticity with independent fields of displacements and rotations are considered in a thin rectangle. Using the method of expansion to power series along the thickness of rectangle and based on the initial approximation, an applied one dimensional model of dynamic bending of micropolar elastic thin bars is constructed. It is shown that the constructed model coincides with the analogical model of micropolar bars, constructed on the basis of the asymptotically justified hypotheses method.

Литература

1. *Амбарцумян С. А.* Теория анизотропных пластин. М. Наука. 1967. 266 с.
2. *Reissner E.* – J. Math. and Phys. 1944. V. 23. P.184-191.
3. *Тимошенко С.П.* Колебания в инженерном деле. М. Наука.1967. 444 с.
4. *Селезов І. Т.* – Прикладна механіка. 1960. Т. 6. Вып. 5. С. 319-327.
5. *Ворович И. И.* – В сб.: Материалы I Всесоюзн. школы по теории и численным методам расчета оболочек и пластин. Изд-во Тбилисск. ун-та, 1975. С. 51-149.
6. *Гольденвейзер А. Л., Каплунов Ю. Д., Нольде Е. В.* – Изв. АН СССР. Механика твёрдого тела. 1990. № 6. С. 124-138.
7. *Агаловян Л. А.* Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. М. Наука. 1997. 414 с.
8. *Саркисян С. О.* Общая двумерная теория магнитоупругости тонких оболочек. Ереван. Изд-во АН Армении.1992. 260 с.
9. *Амбарцумян С. А.* Микрополярная теория оболочек и пластин. Ереван. Изд-во НАН Армении. 1999. 214с.
10. *Саркисян С. О.* – Прикладная математика и механика. 2008. Т. 72. Вып.1. С.129-147.
11. *Саркисян С. О.* –Прикладная математика и механика. 2012. Т. 76. Вып. 2. С. 325-343.
12. *Саркисян С. О.* – Изв. высш. учеб. заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. 2012. № 5. С. 31-37.
13. *Саркисян С. О.* – Учен. зап. Гюмрийского гос. пед. ин-та. 2013. Серия А. № 1.
14. *Саркисян С. О.* – Докл. РАН. 2011. Т. 436. № 2. С. 195-198.
15. *Саркисян С.О., Саркисян А. А.* – Акустический журн. 2011. Т. 57. № 4. С. 461-469.
16. *Саркисян С. О., Саркисян А. А.* – Акустический журн. 2013. Т. 59. № 2. С. 170-181.
17. *Новацкий В.* Теория упругости. М. Мир. 1975. 862 с.
18. *Саркисян А. А.* – ДНАН Армении. 2011. Т. 11. N 4. С. 342-351.