

ФИЗИКА

УДК 621.315

Д.Б. Айрапетян^{1,2}, К. Г. Двоян¹, академик Э.М. Казарян¹, А.А. Чанчапанян¹

Электронные состояния в цилиндрической квантовой точке с тонким
серповидным сечением с модифицированным потенциалом
Пешля–Теллера

(Представлено 14/X 2008)

Ключевые слова: модифицированный потенциал Пешля–Теллера, цилиндрическая квантовая точка, серповидное сечение

Введение. Развитие новейших технологий роста, таких как метод Странски-Крастанова, молекулярно-лучевая эпитаксия и др., сделали возможным выращивание высококачественных квантовых точек (КТ) различных форм и размеров [1-5]. В последние годы появилось много теоретических и экспериментальных работ, где рассмотрены эллипсоидальные, пирамидальные, цилиндрические и линзообразные КТ [6-8]. В результате размерного квантования физические свойства носителей заряда (НЗ) в таких структурах сильно зависят от внешней формы объекта. В ряде работ было показано, что даже малое изменение внешней геометрической формы КТ сильно влияет на спектр НЗ в таких структурах [9,10].

В настоящее время интенсивно исследуются полупроводниковые наноструктуры, схожие со структурами типа $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$. Во время роста КТ в результате диффузии формирующийся ограничивающий потенциал в большинстве случаев с большой точностью аппроксимируется параболическим потенциалом. Однако эффективный параболический потенциал может возникнуть в КТ также в силу особенности ее внешней формы [11]. Исследование цилиндрических КТ с тонким серповидным сечением дает возможность моделирования более реалистичных структур. Обычно во время роста КТ вследствие неизбежного явления диффузии формируется слой между материалом цилиндрической КТ и полупроводниковой матрицей.

Этот новый слой значительно влияет на распределение квантовых уровней в цилиндрической КТ.



Рис. 1. а -- Цилиндрическая КТ с тонким серповидным сечением; б – сечение цилиндрической КТ.

В настоящей работе рассмотрены электронные состояния в цилиндрической КТ с тонким серповидным сечением, ограничивающий потенциал которого для нижних уровней математически аппроксимирован одномерным потенциалом с переменной шириной. Работа выполнена в рамках государственной целевой программы РА "Полупроводниковая наноэлектроника" и гранта ANSEF PS-nano #1301.

Теория. Рассмотрим непроницаемую цилиндрическую КТ с тонким серповидным сечением (см. рис.1,а). Потенциальная энергия электрона внутри цилиндрической КТ запишется в виде

$$U = \begin{cases} 0; & x^2 + (y + y_1)^2 \geq R_1^2 \cup x^2 + (y + y_2)^2 \leq R_2^2, z \in [-c, c], \\ \infty & \text{в других областях} \end{cases} \quad (1)$$

где $R_1 = \frac{R_0^2 + L_1^2}{2L_1}$, $R_2 = \frac{R_0^2 + L_2^2}{2L_2}$ – радиусы двух окружностей сечения соответственно, $2c$ – высота цилиндра, L_1, L_2 – высоты сегментов сечения соответственно, R_0 – точка пересечения окружностей с осью OX (см. рис.1,б).

Из вида формы сечения цилиндрической КТ следует, что движение частицы в направлении OY происходит быстрее, чем в направлении OX , что в свою очередь позволяет применить адиабатическое приближение. Гамильтониан системы в этом случае запишется в виде

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \right] + U(X, Y, Z). \quad (2)$$

В безразмерных величинах его можно представить в виде суммы операторов "быстрой" \hat{H}_1 , "медленной" \hat{H}_2 , подсистем и оператора \hat{H}_3 по направлению OZ :

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{H}_3 + U(x, y, z), \quad (3)$$

где

$$\hat{H}_1 = -\frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad \hat{H}_2 = -\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad \hat{H}_3 = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (4)$$

и введены следующие обозначения: $x = \frac{X}{a_B}$, $y = \frac{Y}{a_B}$, $z = \frac{Z}{a_D}$, $\hat{H} = \frac{\hat{H}}{E_R}$, $E_R = \frac{\hbar^2}{2\mu a_B^2}$ – эффективная энергия ридберга, $a_B = \frac{\kappa \hbar^2}{\mu e^2}$ – боровский радиус электрона, μ – эффективная масса электрона, κ – диэлектрическая проницаемость среды. Волновую функцию ищем в виде произведения

$$\Psi(x, y, z) = \varphi(x) f(y, x) \chi(z). \quad (5)$$

Как результат симметрии цилиндрической КТ здесь имеет место частичное разделение переменных. Разделяя переменные, для направления OZ получаем уравнение

$$\hat{H}_3 \chi(z) = \varepsilon_z \chi(z), \quad (6)$$

решение которого задается в виде $\chi(z) = \sqrt{\frac{1}{c}} \sin\left(\frac{\pi n z}{2c} + \frac{\pi n}{2}\right)$, а для энергии имеем

$$\varepsilon_z = \frac{\pi^2 \mu n_z^2}{4c^2}, \quad n_z = 1, 2, \dots, \quad (7)$$

где n_z – квантовое число. При фиксированном значении координаты x "медленной" подсистемы движение частицы локализовано в одномерной потенциальной яме с эффективной переменной шириной $h(x)$:

$$h(x) = h_2(x) - h_1(x), \quad (8)$$

$$h_1(x) = \sqrt{\frac{(R_0^2 + L_1^2)^2}{4L_1^2} - x^2} + L_1 - \frac{R_0^2 + L_1^2}{2L_1}, \quad h_2(x) = \sqrt{\frac{(R_0^2 + L_2^2)^2}{4L_2^2} - x^2} + L_2 - \frac{R_0^2 + L_2^2}{2L_2}, \quad (9)$$

где $L = L_2 - L_1$ максимальное значение высоты сегмента серповидного сечения. Уравнение Шредингера "быстрой" подсистемы в безразмерных величинах запишется в форме

$$f(y; x)'' + f(y; x) \varepsilon_1(x) = 0. \quad (10)$$

После несложных преобразований получим следующие выражения для волновой функции и энергии электрона, соответственно:

$$f(y; x) = \sqrt{\frac{2}{h_2(x) - h_1(x)}} \cos\left(\frac{\pi n h_1(x)}{h_2(x) - h_2(x)}\right) \sin \frac{\pi n}{h_2(x) - h_1(x)} y - \sqrt{\frac{2}{h_2(x) - h_1(x)}} \sin\left(\frac{\pi n h_1(x)}{h_2(x) - h_2(x)}\right) \cos \frac{\pi n}{h_2(x) - h_1(x)} y, \quad (11)$$

$$\varepsilon_1(x) = \frac{\pi^2 n^2}{h^2(x)}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (12)$$

где n — квантовое число "быстрой" подсистемы. Здесь получен следующий интересный результат: амплитуды волновых функций электрона имеют осцилляционную зависимость от геометрических параметров сечения КТ. Это означает, что плотность вероятности локализации носителя заряда проявляет осцилляционное поведение в периферийных областях тонкого серповидного сечения. Следует отметить, что при граничном переходе $h_1(x) \rightarrow 0$ ($L_1 \rightarrow 0$) сечение цилиндрической КТ из серповидного превращается в обыкновенный тонкий сегмент окружности, для которого волновая функция (11) принимает известный вид [6] $f(y; x) = \sqrt{\frac{2}{h_2(x)}} \sin \frac{\pi n}{h_2(x)} y$. При формальном переходе $h_1(x) = -h_2(x)$ ($L_1 = -L_2$) в выражении (11) сечение превращается в двойной сегмент окружности, а для волновой функции получаем выражение [14]

$$f(y; x) = \sqrt{\frac{1}{h_2(x)}} \sin \left(\frac{\pi n}{2h_2(x)} y + \frac{\pi n}{2} \right) \quad (13)$$

В этих двух случаях осцилляционная зависимость амплитуд волновых функций электрона от геометрических параметров сечения КТ отсутствует. Иначе говоря, осцилляционная зависимость возникает в результате нарушения симметрии сечения цилиндрической КТ. При восстановлении же симметрии, как и следовало ожидать, осцилляционная зависимость исчезает.

Параболическая аппроксимация. Как следует из адиабатического приближения, потенциальная энергия "медленной" подсистемы формируется под влиянием размерного квантования (РК) стенок одномерной потенциальной ямы с эффективной переменной шириной $h(x)$. Иными словами, потенциал формируется под влиянием серповидной геометрии сечения КТ. Считая, что для нижних уровней спектра частица в основном локализована в промежутке $|x| \ll R_0$ (в геометрическом центре серповидного сечения), для энергии "быстрой" подсистемы приближенно получим

$$\epsilon_1(x) = V_{P_{or}}(x) \approx \alpha_n + \beta_n^2 x^2, \quad (14)$$

где

$$\alpha_n = \frac{\pi^2 n^2}{L^2}, \quad \beta_n^2 = \frac{\pi^2 n^2 (R_1 - R_2)}{R_1 R_2 L^3}. \quad (15)$$

Выражение (14) является неким эффективным потенциалом, входящим в уравнение Шредингера "медленной" подсистемы

$$\varphi''(x) + (\epsilon - \alpha_n - \beta_n^2 x^2) \varphi(x) = 0. \quad (16)$$

Решая уравнение (16), окончательно для волновой функции и энергии электрона получим:

$$\varphi(x) = e^{-\frac{\beta_n x^2}{2}} H_N(\sqrt{\beta_n} x), \quad (17)$$

$$\varepsilon = \alpha_n + 2\beta_n \left(N + \frac{1}{2} \right), \quad N = 0, 1, 2, \dots, \quad (18)$$

где $H_N(\sqrt{\beta_n}x)$ — полиномы Эрмита, N — осцилляторное квантовое число.

Аппроксимация модифицированным потенциалом Пешля–Теллера. Как было отмечено выше, адиабатическое приближение применимо только для нижних уровней энергетического спектра. Формируемый параболический потенциал на основе разложения энергии "быстрой" подсистемы в ряд Тейлора приводит к образованию эквидистантных семейств энергетического спектра. Следует отметить, что каждый уровень "быстрой" подсистемы обладает собственным эквидистантным семейством уровней, где величины межуровневых расстояний каждого семейства зависят от квантового числа "быстрой" подсистемы. В действительности, однако, эквидистантность спектра реализуется только для нижних двух-трех семейств энергетических уровней. Очевидно, что с ростом квантового числа "быстрой" подсистемы эквидистантность уровней нарушается. Для более успешной и реалистичной аппроксимации формируемого одномерного эффективного потенциала нами предложено использование модифицированного потенциала Пешля – Теллера (см. рис. 2) [12]. В безразмерных величинах потенциал запишется в виде

$$\varepsilon_1(x) = V_{PT}(x) = \frac{\pi^2 n^2}{L^2} - \frac{\lambda(\lambda - 1)}{\gamma^2 (ch(x/\gamma))^2} + \frac{\lambda(\lambda - 1)}{\gamma^2}, \quad (19)$$

где λ и γ параметры, зависящие от квантового числа n "быстрой" подсистемы, которые, соответственно, описывают глубину и ширину образующейся квантовой ямы. Выбор модифицированного потенциала Пешля – Теллера обусловлен тем, что при малых значениях координаты x ряд Тейлора выражения (19) становится параболическим и согласуется с выражением (14). С другой стороны, с ростом координаты x будет увеличиваться разность ходов параболического потенциала и модифицированного потенциала Пешля – Теллера. Это обстоятельство позволит учитывать нарушение эквидистантности семейств энергетических уровней "медленной" подсистемы.

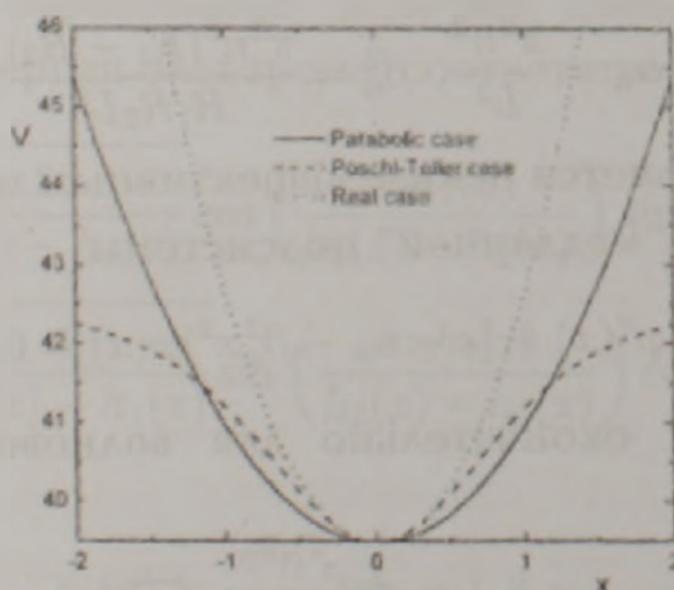


Рис. 2. Зависимость одномерных эффективных потенциалов от координаты x .

Далее, решая уравнение Шредингера "медленной" подсистемы с модифицированным потенциалом Пешля – Теллера

$$\varphi''(x) + \left(\varepsilon - \frac{\pi^2 n^2}{(L_2 - L_1)^2} - \frac{\lambda(\lambda - 1)}{\gamma^2} + \frac{\lambda(\lambda - 1)}{\gamma^2 (ch(x/\gamma))^2} \right) \varphi(x) = 0 \quad (20)$$

и вводя обозначение

$$k^2 = -\varepsilon + \frac{\pi^2 n^2}{L^2} + \frac{\lambda(\lambda - 1)}{\gamma^2}, \quad (21)$$

получим уравнение [12]

$$\varphi'' + \left(-k^2 + \frac{\lambda(\lambda - 1)}{\gamma^2 (ch(x/\gamma))^2} \right) \varphi = 0. \quad (22)$$

После некоторых несложных преобразований для волновых функций и энергетического спектра частицы получим [13]

$$\varphi(x) = C (1 - th^2(x/\gamma))^{\frac{1}{2}} \cdot {}_2F_1 \left(k - s, k + s + 1, k + 1; \frac{1 - th(x/y)}{2} \right), \quad (23)$$

$$\varepsilon = \frac{\pi^2 n^2}{L^2} + \frac{\lambda(\lambda - 1)}{\gamma^2} - \frac{1}{4\gamma^2} [-(1 + 2n) + \sqrt{1 + 4\lambda(\lambda - 1)}]^2, \quad (24)$$

где введено обозначение $s = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{1 + 4\lambda(\lambda - 1)})$, C – нормировочная постоянная, ${}_2F_1(a, b, c; x)$ – гипергеометрическая функция. Переходя на размерные величины, окончательно для энергии частицы запишем

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2\mu L^2} + \frac{\hbar^2 \lambda(\lambda - 1)}{2\mu \bar{\gamma}^2} - \frac{\hbar^2}{2\mu \bar{\gamma}^2} \left[-(1 + 2n) + \sqrt{1 + \frac{8\mu \bar{\gamma}^2 V_0}{\hbar^2}} \right]^2, \quad (25)$$

где введены обозначения $\bar{\gamma} = \gamma a b$ и $V_0 = \frac{\hbar^2 \lambda(\lambda - 1)}{8\mu \bar{\gamma}^2}$. Следует отметить, что при малых значениях координаты x потенциал (18) преобразуется к виду

$$V_{PT}(x) \approx \frac{\pi^2 n^2}{L^2} + \frac{\lambda(\lambda - 1)x^2}{\gamma^4}. \quad (26)$$

Дальнейшее решение уравнения Шредингера "медленной" подсистемы с потенциалом (26) аналогично вышеизложенному случаю параболического потенциала. В этом случае эквидистантный энергетический спектр НЗ получается в виде

$$\varepsilon = \alpha_n + \frac{2\sqrt{\lambda(\lambda - 1)}}{\gamma^2} \left(N + \frac{1}{2} \right), \quad N = 0, 1, 2, \dots, \quad (27)$$

который превосходно согласуется с результатом (18). Отметим также, что для нижних уровней спектр частицы получается эквидистантным, если в формуле

(25) совершить предельный переход $V_0 \rightarrow \infty$, который соответствует модели бесконечно глубокой потенциальной ямы (см. рис. 5).

Обсуждение результатов. Как видно из полученных результатов (см. формулы (18) и (27)), энергетический спектр НЗ в цилиндрической КТ с тонким серповидным сечением является эквидистантным, а зависимость энергии частицы от геометрических параметров КТ носит корневой характер. Точнее, каждый уровень "быстрой" подсистемы обладает собственным эквидистантным семейством уровней, где величины межуровневых расстояний каждого семейства зависят от квантового числа "быстрой" подсистемы.

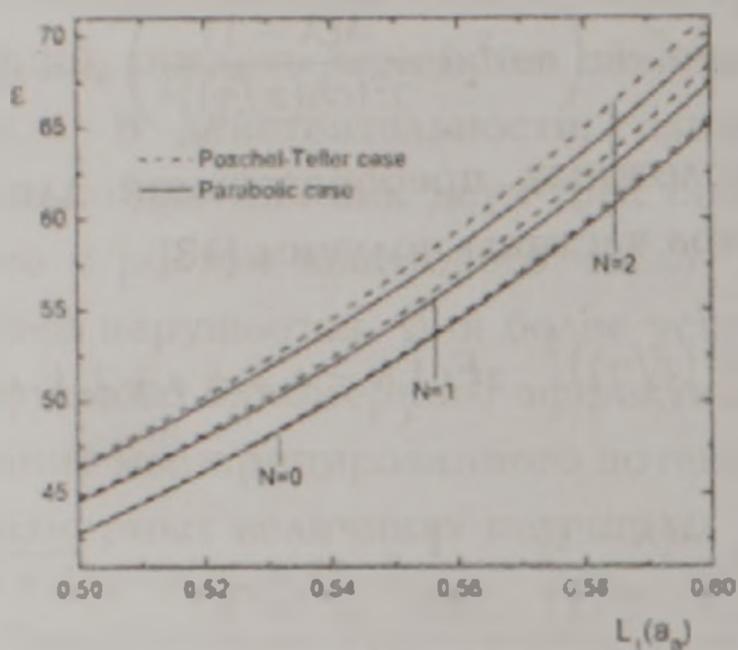


Рис. 3. Зависимость первого эквидистантного семейства энергии НЗ в цилиндрической КТ с тонким серповидным сечением от высоты сегмента L_1 для случаев реализации параболического потенциала и модифицированного потенциала Пешля – Теллера.

Отметим, что спектр НЗ получается эквидистантным и в случае перехода $h_1(x) \rightarrow 0$ [6]. Однако в случае, когда $h_1(x) \neq 0$, получается редкая осцилляционная зависимость амплитуды волновых функций эффективного одномерного движения от геометрических параметров серповидного сечения (см. формулу (11)). Как было отмечено выше, эта зависимость является следствием нарушения симметрии сегмента сечения цилиндрической КТ, которая в свою очередь приводит к осцилляционному поведению плотности вероятности локализации НЗ в периферийных областях тонкого серповидного сечения. Следует отметить также, что аппроксимация эффективной одномерной энергии модифицированным потенциалом Пешля – Теллера позволяет учитывать нарушение эквидистантности при более высоких значениях энергии. Как видно из рис.2, при малых значениях координаты x формируемый одномерный эффективный потенциал отлично аппроксимируется модифицированным потенциалом Пешля – Теллера. С увеличением x разность ходов реального и аппроксимируемых потенциалов становится наглядной как в

случае модифицированного потенциала Пешля – Теллера, так и в случае параболического потенциала.

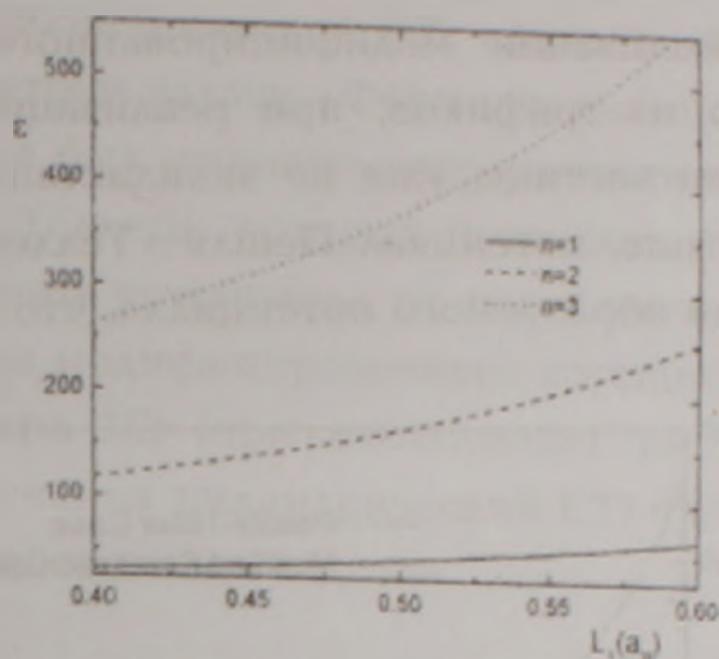


Рис. 4. Зависимость первых трех уровней энергии НЗ в цилиндрической КТ с тонким серповидным сечением от высоты сегмента L_1 в случае реализации модифицированного потенциала Пешля – Теллера.

На рис.3 приведены зависимости энергетических уровней первого эквидистантного семейства спектра НЗ в цилиндрической квантовой точке с серповидным сечением от высоты L_1 малого сегмента сечения для двух случаев аппроксимации одномерного потенциала. Иначе говоря, сравнены результаты, полученные в формулах (18) и (27). Как видно из рисунка, в обоих случаях энергетические уровни НЗ эквидистантны, потому что при малых значениях координаты x разложение модифицированного потенциала Пешля – Теллера является квадратическим и почти совпадает с параболическим потенциалом. Однако эквидистантные межуровневые расстояния этих двух случаев отличаются. Так, при значениях геометрических параметров КТ $L_1 = 0.5a_B$, $L_2 = 1a_B$ и $R_0 = 7a_B$ в чисто параболическом случае для межуровневых расстояний первого семейства имеем $\Delta E \sim 1.24E_R$, тогда как во втором случае получается $\Delta E \sim 1.76E_R$. Увеличение L_1 приводит к уменьшению ширины серповидного сечения цилиндрической квантовой точки, что в свою очередь приводит к росту энергии НЗ из-за увеличения вклада РК. Однако в случае применения разложения модифицированного потенциала Пешля – Теллера энергетические уровни располагаются выше, чем в случае применения чисто параболического потенциала, и с увеличением L_1 их разность увеличивается. Это объясняется вкладом РК в энергию частицы. Как видно из рис.2, аппроксимированный модифицированный потенциал Пешля – Теллера в зависимости от координаты x растет быстрее параболического потенциала. Это означает, что действие РК стенок КТ на частицу в первом случае проявляется сильнее, чем во втором случае, что и приводит к вышеупомянутому поведению.

На рис.4. приведены зависимости первых трех уровней энергии частицы в цилиндрической КТ с серповидным сечением от высоты L_1 малого сегмента сечения в случае реализации модифицированного потенциала Пешля – Теллера. Как видно из графиков, при реализации этой аппроксимации энергетические уровни частицы уже не эквидистантны (см. формулу (24)). Как было отмечено выше, потенциал Пешля – Теллера позволяет учитывать непараболичность хода образуемого потенциала, что наглядно проиллюстрировано на рисунке.

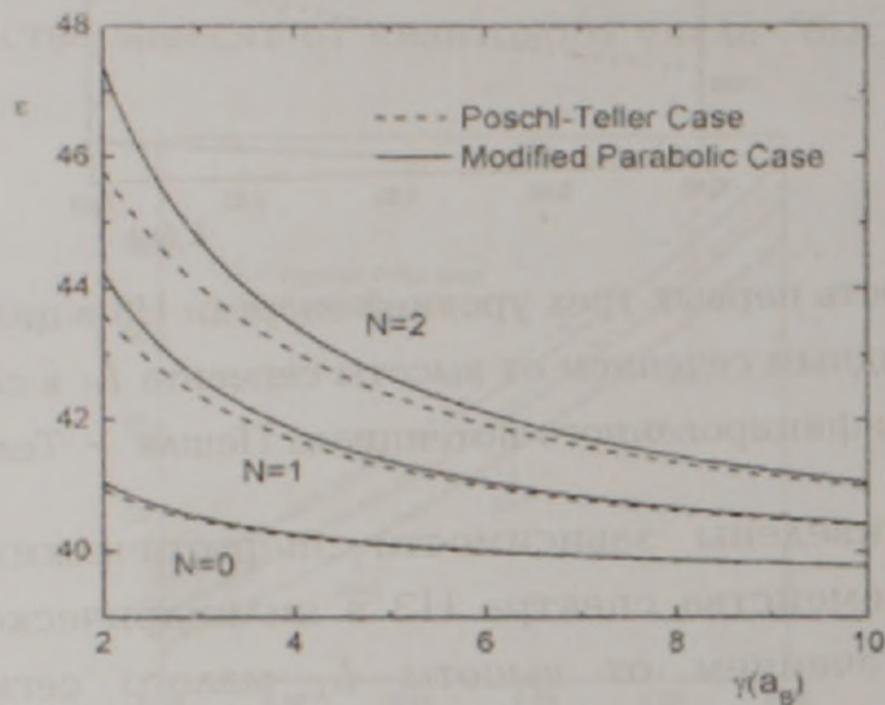


Рис. 5. Зависимость первого эквидистантного семейства энергии $N=3$ в цилиндрической КТ с тонким серповидным сечением от параметра глубины ямы γ для случаев реализации модифицированного параболического потенциала и модифицированного потенциала Пешля – Теллера.

Наконец на рис.5 приведены зависимости первого эквидистантного семейства энергии $N=3$ в цилиндрической КТ с тонким серповидным сечением от параметра глубины ямы γ для случаев реализации модифицированного параболического потенциала и модифицированного потенциала Пешля – Теллера. Как было отмечено выше, для нижних уровней спектр частицы получается эквидистантным, если в формуле (25) совершить предельный переход $V_0 \rightarrow \infty$, который соответствует модели бесконечно глубокой потенциальной ямы (см. рис. 5). Как видно из рисунка, с увеличением параметра γ разность энергий, соответствующих двум случаям, стремится к нулю и кривые сливаются. Иными словами, при достаточной глубине потенциальной ямы формула энергии (24) переходит в формулу (27) и спектр $N=3$ становится эквидистантным.

Заключение. В настоящей работе мы теоретически выявили, что энергетический спектр частицы в цилиндрической КТ с серповидным сечением является эквидистантным для нижних уровней спектра, а зависимость энергии частицы от геометрических параметров КТ носит корневой характер

Нами была выявлена редкая (осцилляционная) зависимость амплитуд волновых функций эффективного одномерного движения от геометрических параметров сечения цилиндрической КТ, которая объясняется нарушением геометрической симметрии задачи. Формируемый потенциал эффективного одномерного движения был успешно аппроксимирован модифицированным потенциалом Пешля – Теллера, который позволяет учитывать разность хода формируемого реального потенциала от параболического. Влияние разложенного в ряд Тейлора модифицированного потенциала Пешля – Теллера на нижние уровни спектра НЗ (при локализации частицы в геометрическом центре поперечного сечения цилиндрической КТ) сравнен со случаем реализации чисто параболического потенциала.

¹ Российско-Армянский (Славянский) университет

² Государственный инженерный университет Армении

Д.Б. Айрапетян, К. Г. Двоян, академик Э.М. Казарян, А.А. Чанчапаян

Электронные состояния в цилиндрической квантовой точке с тонким серповидным сечением с модифицированным потенциалом Пешля–Теллера

В рамках адиабатического приближения исследованы электронные состояния в цилиндрической квантовой точке (КТ) с тонким серповидным сечением. Получены аналитические выражения для волновых функций и энергетического спектра электрона. Выявлена осцилляционная зависимость амплитуд волновых функций одномерной "быстрой" подсистемы от геометрических параметров цилиндрической КТ с тонким серповидным сечением. Для "медленной" подсистемы рассмотрены случаи как параболического эффективного потенциала, так и эффективного модифицированного потенциала Пешля – Теллера. Показано, что для нижних уровней спектр электрона в обоих случаях является эквидистантным, а зависимость энергии частицы от геометрических параметров КТ носит корневой характер.

Դ. Բ. Նայրապետյան, Կ. Գ. Դվոյան, ակադեմիկոս Է. Մ. Դազարյան,

Ա. Ա. Ճանճապայան

Էլեկտրոնային վիճակները Պեշլե-Տելլերի ձևափոխված պոտենցիալով բարակ սանգաղաձև հաբույթով գլանային բվանտային կետում

Ադիաբատական մոտավորության սահմաններում հեքազոտվել են էլեկտրոնային վիճակները մանգաղաձև հաբույթով գլանային բվանտային կետում: Ստացվել են անալիտիկ

արտախաչություններ ալիքային ֆունկցիաների եւ էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրի համար Ի հայտ է բերվել միաչափ «արագ» ենթահամակարգի ալիքային ֆունկցիաների ամպլիտուդի օսցիլյացիոն կախվածությունը բարակ մանգաղաձեւ հալույթով գլանային թվանրային կետի երկրաչափական պարամետրերից: «Դանդաղ» ենթահամակարգի համար դիտարկվել են ինչպես արդյունաբար պարաբոլական պոպոնեցիալի, այնպես էլ արդյունաբար Պեշլ-Տելլերի ձեւափոխված պոպոնեցիալի դեպքերը: Ցույց է փրվել, որ ցածր մակարդակների համար էլեկտրոնի սպեկտրը հավասարաչափ է. իսկ մասնակի էներգիայի կախվածությունը թվանրային կետի երկրաչափական պարամետրերից ունի արմաբային բնույթ:

D.B. Hayrapetyan, K.G. Dvovyan, academician E.M. Kazaryan, A.A. Tshantshapanyan

Electronic States in a Cylindrical Quantum Dot with Thin Falciform Cross-Section with the Modified Pöschl-Teller Effective Potential

Within the framework of adiabatic approximation the energy levels in a cylindrical quantum dot with thin falciform cross-section are studied. Analytical expressions for the wave functions and the particle energy spectrum are obtained. The one dimensional "fast" subsystem wave function phase dependence on the cylindrical quantum dot thin falciform cross-section geometry is revealed. For "slow" subsystem both parabolic and modified Pöschl-Teller effective potentials cases are considered. It is shown that for the lower energy levels the electron spectrum is equidistant for both cases and the dependence on quantum dot's geometric parameters has root character.

Литература

1. *Казарян Э.М., Петросян С.Г.* Физические основы полупроводниковой наноэлектроники. Ереван. Изд. РАУ. 2005.
2. *Petroff P.M., Medeiros-Riberio G.* - Mater. Electronic states in a quantum lens Res. Bull. 1996. V. 21. P. 50-56.
3. *Zangwill A.* Physics at surfaces. Cambridge University Press, Cambridge. 1988
4. *Wojs A., Hawrylak P., Fafard S., Jacak L.* - Phys. Rev. B. 2001. V. 54. P. 5604.
5. *Li S.-S., Xia J.-B.* - Nanoscale Res Lett. 2006. P. 1:167-171.
6. *Chanchapanyan A.* - Proceedings of the Fifth International Conference "Semiconductor Micro- and Nanoelectronics". Aghveran, Armenia, September 16-18. 2005. P. 189-192.
7. *Dvovyan K.* - Proc. of Semicond. Micro- and Nanoelectronics the Fifth national conference Aghveran, Armenia, September 16-18. 2005. P. 169-172.
8. *Trallero-Herrero C., Trallero-Giner C., Ulloa E., Perez-Alvarez R.* - Phys. Rev. E. 2001. V. 64. P. 056237-1-7.

9. *Dvoyan K.G., Kazaryan E.M., Petrosyan L.S.* - Physica E. 2005. V. 28, P. 333-338
10. *Lew Yan Voon L.C., Willatzen M.* - Jour. of Phys.: Condens. Matter, 2002. V. 14. P. 13667-13671.
11. *Maksym P.A., Chakraborty T.* - Phys. Rev. Lett. 1990. V. 65. P. 108-111.
12. *Flügge S. Practical Quantum Mechanics. Springer-Verlag. 1971.*
13. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Т. 3. М. Наука. 1974.*
14. *Галицкий В.М., Карнаков Б.М., Коган В.И. Задачи по квантовой механике. М. Наука. 1981.*