УДК 517.53

А. М. Джрбашян, В. А. Джрбашян

Проекционная теорема для пространств A_{ω}^p в полуплоскости

(Представлено академиком Н.У. Аракеляном 23/VIII 2006)

Ключевые слова: *весовые пространства, регулярные функции*

В статье установлено, что формула канонического представления весовых банаховых пространств A_{ω}^p голоморфных в полуплоскости функций определяет ограниченный проектор из Лебегова пространства L_{ω}^p в A_{ω}^p при некоторых ограничениях на вес. На основе этого с точностью до изоморфизма описано сопряженное пространство $(A_{\omega}^p)^*$.

1. Общие весовые пространства $A_{\omega, \gamma}^p$ ($1 \leq p < +\infty$, $-\infty < \gamma < 1$) голоморфных в верхней полуплоскости $G^+ = \{z : \text{Im } z > 0\}$ функций были введены в работе [1]. Отметим, что пространства $A_{\omega, \gamma}^p$ существенно отличаются от весовых пространств в полуплоскости, рассмотренных М.М. и А.Э. Джрбашянами [2], хотя совпадают с ними в некоторых простых случаях. В частности, функции пространств $A_{\omega, \gamma}^p$ могут иметь любой рост вблизи конечных точек вещественной оси. В этом смысле они более подобны своим круговым аналогам, исследованным в [4]. Для определения пространств $A_{\omega, \gamma}^p$ сперва введем множество допустимых мер.

Определение 1. Пусть Ω_{α} ($-1 \leq \alpha < +\infty$) - множество тех функций $\omega(t)$, которые заданы на $[0, +\infty)$ и подчинены условиям

- (i) $\omega(t) \nearrow$ (не убывает) в $(0, +\infty)$, $\omega(0) = \omega(+0)$ и существует последовательность $\delta_k \downarrow 0$ такая, что $\omega(\delta_k) \downarrow$ (строго убывает);
- (ii) $\omega(t) \asymp t^{1+\alpha}$ при некотором $\Delta_0 \geq 0$ и любом $\Delta_0 \leq t < +\infty$

(обозначение $f(t) \asymp g(t)$ применяется в том смысле, что $m_1 f(t) \leq g(t) \leq m_2 f(t)$ при некоторых постоянных $m_{1,2} > 0$).

Пространства же $A_{\omega, \gamma}^p$ ($1 \leq p < +\infty$, $-\infty < \gamma < 1$) введены в [1] как множества тех голоморфных в G^+ функций $f(z)$, которые подчинены следующим ограничениям на рост: при достаточно малом $\rho > 0$

$$\liminf_{R \rightarrow +\infty} \frac{1}{R} \int_{\beta}^{\pi-\beta} |f(\operatorname{Re}^{i\vartheta})|^p \left(\sin \frac{\pi(\vartheta - \beta)}{\pi - 2\beta} \right)^{\pi/\kappa - 1} d\vartheta = 0, \quad (1)$$

$$\|f\|_{p, \omega, \gamma}^p \equiv \iint_{G^+} |f(z)|^p \frac{d\mu_{\omega}(z)}{(1 + |z|)^{\gamma}} < +\infty, \quad (2)$$

где $\beta = \arcsin[(\rho)/R] = [(\pi)/2] - \kappa$ и $d\mu_{\omega}(x + iy) = dx d\omega(2y)$ и, кроме того,

- 1°. $\omega(t)$ удовлетворяет условию (i) определения 1 и такова, что $\omega(t) = \omega(\Delta)$ ($\Delta < t < +\infty$) при некотором $\Delta > 0$, или, альтернативно,
 2°. $\omega(t) \in \Omega_{\alpha}$ при некоторых $\alpha \geq -1$ и $\gamma < 1$.

В [1] доказано, что $A_{\omega, \gamma}^p$ ($1 \leq p < +\infty$, $-\infty < \gamma < 1$) - банаховы пространства и, в частности, установлено каноническое представление

$$f(z) = \frac{1}{\pi} \iint_{G^+} f(w) C_{\omega}(z - \bar{w}) d\mu_{\omega}(w), \quad z \in G^+, \quad f(z) \in A_{\omega, \gamma}^p, \quad (3)$$

где интеграл равномерно сходится внутри G^+ , а ядро имеет вид

$$C_{\omega}(z) = \int_0^{+\infty} e^{itz} \frac{dt}{I_{\omega}(t)}, \quad I_{\omega}(t) = \int_0^{+\infty} e^{-tx} d\omega(x)$$

и является голоморфной в G функцией при $\omega(t) \in \Omega_{\alpha}$ ($\alpha \geq -1$).

2. В данной статье, с применением точных оценок ядер $C_{\omega}(z)$, установленных в [5], доказаны следующие две теоремы о проекторе из $L_{\omega, 0}^p$ в $A_{\omega, 0}^p$ и сопряженном пространстве $A_{\omega, 0}^p$ ($p \neq 2$).

Теорема 1. Пусть $1 < q < +\infty$, $q \neq 2$, и пусть функции $\omega_1 \in \Omega_{\kappa_1}$ и $\omega_2 \in \Omega_{\kappa_2}$ ($\kappa_{1,2} > -1$)

непрерывно дифференцируемы в $[0, +\infty)$ и удовлетворяют следующим условиям (A) и (B):

(A) $t^{-1}\omega_2'(t) \nearrow$ или, альтернативно, $t^{-1}\omega_2'(t) \searrow$, но $t^{-\delta}\omega_2'(t) \nearrow$ при некотором $\delta \in (0, 1)$.

Кроме того,

$$t^{-\alpha_{1,2}}\omega_2'(t) \searrow \text{ и } t^{-\beta_{1,2}}\omega_2'(t) \nearrow (0, +\infty) \quad (4)$$

при некоторых $\alpha_{1,2} > 0$ и $\beta_{1,2} > 0$ таких, что

$$\alpha_1 < 1 + \beta_1 + \beta_2, \quad 1 + \alpha_1 < q(1 + \beta_2) \quad \text{и} \quad q(\alpha_2 - \beta_2) < 2 + \beta_1. \quad (5)$$

(B) $t^{-1}\omega_2'(t) \searrow$ и $t^{-\delta}\omega_2'(t) \nearrow$ при некотором $\delta \in (0, 1)$. Кроме того, $\omega_2'(t) \searrow$ и (4) справедливо при некоторых $\alpha_{1,2} \in (-1, 0)$ и $\beta_{1,2} \in (-1, 0)$, удовлетворяющих (5).

Тогда оператор

$$P_{\omega_2} f(z) = \frac{1}{2\pi} \iint_{G^+} f(\bar{w}) C_{\omega_2}(z - \bar{w}) d\mu_{\omega_2}(w) \quad (6)$$

является ограниченным проектором, переводящим $L^q_{\omega_1,0}$ в $A^q_{\omega_1,0}$.

Доказательство будет проведено путем проверки справедливости известных тестовых условий Шура для функции $g(t) = t^{-\lambda}$ и ядра

$$K(z, \zeta) = \frac{\omega_2'(2\eta)}{\omega_1'(2\eta)} \left| C_{\omega_2}(z - \bar{\zeta}) \right|, \quad z \in G^+, \quad \zeta = \xi + i\eta \in G^+,$$

т.е. будет установлено, что при некоторых λ верны оценки

$$I_1(z) \equiv \frac{1}{2\pi} \iint_{\xi=\xi+i\eta \in G^+} K(z, \zeta) [g(\eta)]^p d\mu_{\omega_1}(\zeta) \leq a [g(y)]^p, \quad z = x + iy \in G^+, \quad (7)$$

$$I_2(\zeta) \equiv \frac{1}{2\pi} \iint_{z=x+iy \in G^+} K(z, \zeta) [g(y)]^q d\mu_{\omega_1}(z) \leq b [g(\eta)]^q, \quad \zeta = \xi + i\eta \in G^+, \quad (8)$$

где $1/p = 1 - 1/q$ и $a, b > 0$ - положительные постоянные. Этим будет доказано, что оператор

$$SF(z) = \frac{1}{2\pi} \iint_{G^+} K(z, \zeta) F(\zeta) d\mu_{\omega_1}(\zeta), \quad z \in G^+, \quad (9)$$

ограничен в $L^q_{\omega_1,0}$ и $\|S\| \leq a^{1/q} b^{1/p}$ (см., напр., [3], с. 35).

Как нетрудно заметить, при выполнении условия **(A)** для ядра $C_{\omega_2}(z)$ верна оценка (1.7) из [5].

Тем самым

$$\begin{aligned} I_1(z) &\leq \frac{M}{2\pi} \int_0^{+\infty} \eta^{-\lambda p} \frac{\omega_2'(2\eta)}{\omega_1'(2\eta)} \frac{d\omega_1(2\eta)}{\omega_2'(y+\eta)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\xi}{|z - \bar{\zeta}|^2} \\ &= \frac{M}{2} \int_0^{+\infty} \frac{\eta^{-\lambda p}}{y+\eta} \frac{\omega_2'(2\eta)}{\omega_1'(2\eta)} \frac{d\omega_1(2\eta)}{\omega_2'(y+\eta)} = M \int_0^{+\infty} \frac{\omega_2'(2\eta)}{\omega_2'(y+\eta)} \frac{\eta^{-\lambda p}}{y+\eta} d\eta. \end{aligned}$$

Далее, поскольку $\omega_2'(x) x^{-\beta_2} \nearrow$ и $2\eta < y + \eta$, то

$$\int_0^y \frac{\omega_2'(2\eta)}{\omega_2'(y+\eta)} \frac{\eta^{-\lambda p}}{y+\eta} d\eta = \int_0^y \frac{\omega_2'(2\eta) \eta^{-\lambda p} d\eta}{\omega_2'(y+\eta) (y+\eta)^{-\beta_2} (y+\eta)^{1+\beta_2}}$$

$$< 2^{\beta_2} \int_0^y \frac{\eta^{\beta_2 - \lambda p} d\eta}{(y + \eta)^{1 + \beta_2}} = 2^{\beta_2} y^{-\lambda p} \int_0^1 \frac{t^{\beta_2 - \lambda p} dt}{(1 + t)^{1 + \beta_2}} \equiv C_1 [g(y)]^p, \quad \lambda < \frac{1 + \beta_2}{p}.$$

С другой стороны,

$$\int_y^{+\infty} \frac{\omega_2'(2\eta)}{\omega_2'(y + \eta)} \frac{\eta^{-\lambda p}}{y + \eta} d\eta = 2^{\alpha_2} \int_y^{+\infty} \frac{\omega_2'(2\eta)(2\eta)^{-\alpha_2} \eta^{\alpha_2 - \lambda p} d\eta}{\omega_2'(y + \eta)(y + \eta)}$$

$$< 2^{\alpha_2} \int_y^{+\infty} \frac{\eta^{\alpha_2 - \lambda p} d\eta}{(y + \eta)^{1 + \alpha_2}} = 2^{\alpha_2} y^{-\lambda p} \int_1^{+\infty} \frac{t^{\alpha_2 - \lambda p} dt}{(1 + t)^{1 + \alpha_2}} \equiv C_2 [g(y)]^p, \quad \lambda > 0,$$

ввиду того, что $\omega_2'(x)x^{-\alpha_2} \searrow$. Таким образом, (7) верно при некотором $\lambda \in (0, (1 + \beta_2)/p)$. Для проверки условия (8) заметим, что ввиду отмеченной оценки ядра $C_{\omega_2}(z)$

$$I_2(\zeta) \leq \frac{M}{\pi} \frac{\omega_2'(2\eta)}{\omega_1'(2\eta)} \int_0^{+\infty} y^{-\lambda q} \frac{\omega_1'(2y)}{\omega_2'(y + \eta)} dy \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{|z - \zeta|^2}$$

$$\leq M \frac{\omega_2'(2\eta)}{\omega_1'(2\eta)} \int_0^{+\infty} \frac{\omega_1'(2y)y^{-\lambda q} dy}{\omega_2'(y + \eta)(y + \eta)}.$$

Поэтому, рассуждая как выше, получим

$$\frac{\omega_2'(2\eta)}{\omega_1'(2\eta)} \int_0^{\eta} \frac{\omega_1'(2y)y^{-\lambda q} dy}{\omega_2'(y + \eta)(y + \eta)} = 2^{\beta_1} \frac{\omega_2'(2\eta)}{\omega_1'(2\eta)} \int_0^{\eta} \frac{\omega_1'(2y)(2y)^{-\beta_1} y^{\beta_1 - \lambda q} dy}{\omega_2'(y + \eta)(y + \eta)^{-\alpha_1} (y + \eta)^{1 + \alpha_1}}$$

$$\leq 2^{\alpha_1} \eta^{\alpha_1 - \beta_1} \int_0^{\eta} \frac{y^{\beta_1 - \lambda q} dy}{(y + \eta)^{1 + \alpha_1}} = C_3 [g(\eta)]^q, \quad \lambda < \frac{1 + \beta_1}{q},$$

$$\frac{\omega_2'(2\eta)}{\omega_1'(2\eta)} \int_{\eta}^{+\infty} \frac{\omega_1'(2y)y^{-\lambda q} dy}{\omega_2'(y + \eta)(y + \eta)} = \frac{\omega_2'(2\eta)}{\omega_1'(2\eta)} \int_{\eta}^{+\infty} \frac{\omega_1'(2y)(2y)^{-\alpha_1} (2y)^{\alpha_1 - \lambda q} dy}{\omega_2'(y + \eta)(y + \eta)^{-\beta_2} (y + \eta)^{1 + \beta_2}}$$

$$\leq 2^{\beta_2} \eta^{\beta_2 - \alpha_1} \int_{\eta}^{+\infty} \frac{y^{\alpha_1 - \lambda q} dy}{(y + \eta)^{1 + \beta_2}} = C_4 [g(\eta)]^q, \quad \lambda > \frac{\alpha_1 - \beta_2}{q}.$$

Итак, (7) справедливо при $\lambda \in ((\alpha_1 - \beta_2)/q, (1 + \beta_1)/q)$ ($\neq \emptyset$, так как $\alpha_1 < 1 + \beta_1 + \beta_2$), и обе оценки (7) и (8) верны при

$$\lambda \in \left(0, \frac{1 + \beta_2}{p} \right) \cap \left(\frac{\alpha_1 - \beta_2}{q}, \frac{1 + \beta_1}{q} \right) = \left(\frac{\alpha_1 - \beta_2}{q}, \frac{1 + \beta_2}{p} \right)$$

($\neq \emptyset$, так как $(\alpha_1 - \beta_2)/q < (1 + \beta_2)/p$, $1 + \alpha_1 < q(1 + \beta_2)$). Тем самым оператор (9) ограничен в

$L^q_{\omega_1,0}$ и таковым является также P_{ω_2} , так как при любом $F \in L^q_{\omega_1,0}$

$$\begin{aligned} |P_{\omega_2} F(z)| &\leq \frac{1}{2\pi} \iint_{G^+} |F(\zeta)| \left| C_{\omega_2}(z - \bar{\zeta}) \right| d\mu_{\omega_1}(\zeta) \\ &\leq \frac{1}{2\pi} \iint_{G^+} K(z, \zeta) |F(\zeta)| d\mu_{\omega_1}(\zeta) = S|F(z)|, \quad z \in G^+. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что $\|P_{\omega_2} F\|_{q, \omega_1, 0} \leq \|S|F|\|_{q, \omega_1, 0} \leq \|S\| \|F\|_{q, \omega_1, 0} < +\infty$ и тем самым $P_{\omega_2} F \in L^q_{\omega_1, 0}$ при

любом $F \in L^q_{\omega_1, 0}$.

Для доказательства включения $P_{\omega_2} F \in A^q_{\omega_1}$ воспользуемся оценкой ядра C_{ω_2} , неравенством Гельдера и докажем, что выполнено условие (1). Как можно проверить, при $\text{Im } z = y \geq y_0 > 0$ и некоторых постоянных $M_{1,2,3}$

$$\begin{aligned} &\iint_{G^+} |F(\zeta)| |C_{\omega_2}(z - \bar{\zeta})| d\mu_{\omega_2}(\zeta) \leq M \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \int_0^{+\infty} \frac{\omega'_2(2\eta) |F(\zeta)| d\omega_1(2\eta)}{\omega'_1(2\eta) \omega'_2(y + \eta) |z - \bar{\zeta}|^2} \\ &\leq M_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \int_0^{+\infty} |F(\zeta)|^q d\omega_1(2\eta) \right\}^{1/q} \left\{ \int_0^{+\infty} \frac{[\omega'_2(2\eta)]^p d\eta}{[\omega'_1(2\eta)]^{p-1} [\omega'_2(y + \eta)]^p |z - \bar{\zeta}|^{2p}} \right\}^{1/p} d\xi \\ &\leq M_2 \|F\|_{q, \omega_1, 0} \left\{ \left(\int_0^1 + \int_1^{+\infty} \right) \frac{[\omega_2'(2\eta)]^p d\eta}{[\omega_1'(2\eta)]^{p-1} [\omega_2'(y + \eta)]^p (1 + \eta)^{2p-1}} \right\}^{1/p} \\ &\leq \left[\frac{\omega_2'(2)}{\omega_2'(y_0)} \right]^q \frac{M_2 \|F\|_{q, \omega_1, 0}}{[\omega_1'(2)]^{p-1}} \left\{ \int_0^1 \frac{\eta^{p\beta_2 - (p-1)\alpha_1} d\eta}{(1 + \eta)^{2p-1}} + y_0^{\beta_2} \int_1^{+\infty} \frac{\eta^{p\alpha_2 - (p-1)\beta_1} d\eta}{(1 + \eta)^{2p-1} (y_0 + \eta)^{p\beta_2}} \right\} \end{aligned}$$

$$\leq M_3 \|F\|_{q, \omega_1, 0} \left\{ \int_0^1 \eta^{p\beta_2 - (p-1)\alpha_1} d\eta + \int_1^{+\infty} \eta^{p(\alpha_2 - \beta_2) - (p-1)\beta_1 - 2p+1} d\eta \right\} < +\infty.$$

На основе этой оценки нетрудно доказать голоморфность функции $P_{\omega_2} F(z)$ в G^+ . Для доказательства же того, что $P_{\omega_2} F(z)$ удовлетворяет условию (1), достаточно заметить, что

$$\begin{aligned} \left| P_{\omega_2} F(\operatorname{Re}^{i\vartheta}) \right| &\leq \frac{M}{2\pi} \iint_{G^+} \frac{\omega'_2(2\eta) |F(\zeta)| d\mu_{\omega_1}(\zeta)}{\omega'_1(2\eta) \omega'_2(y+\eta) |\operatorname{Re}^{i\vartheta} - \bar{\zeta}|^2} \\ &\leq \frac{M}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \int_0^{+\infty} |F(\zeta)|^q d\mu_{\omega_1}(\zeta) \right\}^{1/q} \\ &\quad \times \left\{ \int_0^{+\infty} \left[\frac{\omega'_2(2\eta)}{\omega'_2(y+\eta)} \right]^p \frac{d\eta}{[\omega'_1(2\eta)]^{p-1} [(x-\xi)^2 + (y+\eta)^2]^p} \right\}^{1/p} d\xi \\ &\leq M_4 \|F\|_{q, \omega_1, 0} \left\{ \int_0^1 \eta^{p\beta_2 - (p-1)\alpha_1} d\eta + \int_1^{+\infty} \eta^{p(\alpha_2 - \beta_2) - (p-1)\beta_1 - 2p+1} d\eta \right\}^{1/p} < +\infty \end{aligned}$$

при $\operatorname{Re}^{i\vartheta} = x + iy$ ($y \geq \rho > 0$) и некоторой постоянной M_4 .

Остается доказать, что все вышеприведенные утверждения верны также при условии (B). Для этого заметим, что

$$C_{\omega_2}(z) = i \int_y^{+\infty} C_{\omega_2}'(x+it) dt, \quad z = x + iy \in G^+,$$

где правый интеграл абсолютно сходится ввиду оценки ядра $C_{\omega_2}'(z)$, установленной в теореме 1.2 [5]. Используя эту оценку и условие $t^{-\beta_2} \omega_2'(t) \nearrow$ ($-1 < \beta_2 < 0$), получим

$$\begin{aligned} |C_{\omega_2}(z)| &\leq M \int_y^{+\infty} \frac{dt}{|x+it|^2 \omega_2'(t)t} \leq \frac{My^{\beta_2}}{\omega_2'(y)} \int_y^{+\infty} \frac{dt}{(x^2+t^2)t^{1+\beta_2}} \\ &= M \frac{y^{\beta_2}}{\omega_2'(y)} \frac{1}{|x|^{2+\beta_2}} \int_{y/|x|}^{+\infty} \frac{dt}{(1+t^2)t^{1+\beta_2}}. \end{aligned}$$

Если $y/|x| \geq 1$, то

$$\int_{y/|x|}^{+\infty} \frac{dt}{(1+t^2)t^{1+\beta_2}} \leq \int_{y/|x|}^{+\infty} \frac{dt}{t^{3+\beta_2}} = \frac{1}{2+\beta_2} \left(\frac{|x|}{y} \right)^{2+\beta_2}.$$

Кроме того, если $y/|x| < 1$, то

$$\int_{y/|x|}^{+\infty} \frac{dt}{(1+t^2)t^{1+\beta_2}} \leq \left(\int_{y/|x|}^1 + \int_1^{+\infty} \right) \frac{dt}{(1+t^2)t^{1+\beta_2}}$$

$$\leq \int_{y/|x|}^1 \frac{dt}{t^{1+\beta_2}} + M_1 = \frac{1}{|\beta_2|} \left[\left(\frac{|x|}{y} \right)^{\beta_2} - 1 \right] + M_1 \leq M_2 \left(\frac{|x|}{y} \right)^{2+\beta_2}.$$

Следовательно, $|C_{\omega_2}(z)| \leq M_5[|z|^2\omega_2'(y)]^{-1}$ ($z = x + iy \in G^+$) при некоторой постоянной M_5 , и доказательство завершается повторением рассуждения, примененного в случае выполнения (А).

Замечание 1. Условия теоремы 1 не исключают совпадения $\omega_1(t) = \omega_2(t)$ ($0 < t < +\infty$). Если $\omega \equiv \omega_{1,2}$ (и $\kappa = \kappa_1 = \kappa_2$), то в силу представления (3) теорема 1 (с заменой q на p) утверждает, что

формулой (3) определяется ограниченный проектор $L_{\omega,0}^p \rightarrow A_{\omega,0}^p$, если только $(1+\kappa)(p-1) < 1$.

Теорема 2. Пусть $1 < p < +\infty$, $p \neq 2$ и пусть функция $\omega \in \Omega_{\kappa}$ ($-1 < \kappa < +\infty$, $(1+\kappa)(p-1) > 1$) удовлетворяет условиям теоремы 1 при $\omega_1 \equiv \omega_2 \equiv \omega$. Тогда множество ограниченных линейных функционалов, действующих в $A_{\omega,0}^p$, полностью описывается формулой

$$\Phi(f) = \frac{1}{2\pi} \iint_{G^+} f(z) \overline{g(z)} d\mu_{\omega}(z), \quad g \in A_{\omega,0}^q \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ - & - = 1 \\ p & q \end{pmatrix} \quad (10)$$

и $(A_{\omega,0}^p)^* = A_{\omega,0}^q$ в смысле изоморфизма пространств.

Доказательство. Очевидно, что для любой функции $g \in A_{\omega,0}^q$ (и даже любого $g \in L_{\omega,0}^q$) формулой (10) определяется ограниченный линейный функционал на $A_{\omega,0}^p$ и $\|\Phi\| \leq \|g\|_{q,\omega,0}$. Для доказательства обратного утверждения воспользуемся теоремой Хана - Банаха и расширим заданный на $A_{\omega,0}^p$ ограниченный линейный функционал Φ на все пространство $L_{\omega,0}^p$ без изменения нормы. Применив то же обозначение Φ для расширенного функционала, найдем функцию $\varphi(z) \in L_{\omega,0}^q$ такую, что

$$\Phi(f) = \frac{1}{2\pi} \iint_{G^+} f(z) \overline{\varphi(z)} d\mu_{\omega}(z), \quad f \in A_{\omega,0}^p,$$

и $\|\Phi\| = \|\varphi\|_{q,\omega,0}$. Далее, заметим, что подставив сюда представление (3) функции $f(z)$, можно поменять порядок интегрирования в силу теоремы Фубини, поскольку по теореме 1

$$\|P_\omega|\varphi|\|_{q,\omega,0} \leq M_{p,\omega}\|\varphi\|_{q,\omega,0} < +\infty,$$

где постоянная $M_{p,\omega}$ зависит лишь от p и ω . Таким образом, мы приходим к формуле (10), где

$$g(z) = \frac{1}{2\pi} \iint_{G^+} \varphi(\zeta) C_\omega(z - \bar{\zeta}) d\mu_\omega(\zeta), \quad z \in G^+,$$

$$\|g\|_{q,\omega,0} \leq M_{p,\omega}\|\varphi\|_{q,\omega,0} = M_{p,\omega}\|\Phi\|.$$

Замечание 2. Очевидно, что $A_{\omega,0}^p = A_{\tilde{\omega},0}^p$ при любых непрерывно-дифференцируемых функциях ω и $\tilde{\omega}$ таких, что $\omega'(x) \asymp \tilde{\omega}'(x)$ ($0 \leq x < +\infty$). К тому же нетрудно проверить, что условия теоремы 2 удовлетворены для $\omega(x) = \int_0^x t^\alpha \log^\lambda(1 + [a/t]) dt$ ($0 \leq x < +\infty$), где $\alpha > -1$, $\lambda \geq 0$ и $a > 0$ - любые числа. Тем самым утверждение теоремы 2 верно для всех функций $\omega \in \Omega_\alpha$ ($-1 < \alpha < +\infty$) таких, что $\omega'(x) \asymp x^\alpha \log^\lambda(1 + [a/x])$ ($0 \leq x < +\infty$) при $\alpha > -1$, $\lambda \geq 0$ и $a > 0$.

Институт математики НАН РА

armenjerbashian@yahoo.com

Ереванский государственный университет

vahagnjerbashian@yahoo.co.uk

Литература

1. *Jerbashian A. M.* - In: Operator Theory: Advances and Applications. Birkhauser Verlag, Basel, 2005. V. 158. P. 141-158.
2. *Djrbashian M. M., Djrbashian A. E.* - ДАН СССР. 1985. Т. 285. N 3. С. 547-550.
3. *Djrbashian A. E., Shamoian F. A.* Teubner-Texte zur Math. B. 105. Leipzig. 1988. 220 p.
4. *Jerbashian A. M.* - Complex Variables. 2005. V. 50. N 3. P. 155-183.
5. *Jerbashian A. M.* - Archives of Inequalities and Applications. 2003. N 1. P. 399-412.

Ա. Մ. Ջրբաշյան, Վ. Ա. Ջրբաշյան

Պրոեկցիոն թեորեմ կիսահարթության A_ω^p տարածությունների համար

Հոդվածում ապացուցված է, որ կշռի որոշ սահմանափակումների դեպքում կիսահարթության մեջ հոլոմորֆ ֆունկցիաների Բանախյան կշռային A_ω^p տարածությունների կանոնական ներկայացման բանաձևով տրված է սահմանափակ պրոեկտոր L_ω^p Լեբեգյան տարածությունից A_ω^p : Սրա հիման վրա իզոմորֆիզմի ճշտությամբ նկարագրված է $(A_\omega^p)^*$ համալուծ տարածությունը:

A.M.Jerbashian, V.A.Jerbashian

Projection Theorem for Spaces A_ω^p in the Half-Plane

It is proved that under some weight requirements the canonical representation formula of the weighted Banach spaces A_ω^p of functions holomorphic in the half-plane defines a bounded projection of the Lebesgue space L_ω^p to A_ω^p . This is used for complete description of the conjugate spaces $(A_\omega^p)^*$, up to isomorphisms.