УДК 531.5

Академик Л. А. Агаловян

Об универсальном центральном сильном (слабом) взаимодействии тел и частиц.

(Представлено 1/III 2006)

Ключевые слова: *центральное взаимодействие, тяготение, силовое поле, орбита*

Построенная в средние века теория движения солнечной планетной системы явилась триумфом науки, в частности, механики. Длившееся веками противостояние между сторонниками птолемеевой геоцентрической системы и гелиоцентрической системы Аристарха - Коперника завершилось победой последних. Спустя восемнадцать веков после Аристарха Коперник в XVI в. возродил гелиоцентрическую модель, а в начале следующего столетия Кеплер, используя составленный Тихо Браге великолепный каталог наблюдений по движению планет, сформулировал свои знаменитые три закона о движении планет. Несколько десятилетий спустя Ньютон математически обосновал законы Кеплера и сформулировал закон всемирного тяготения. Согласно закону Ньютона сила всемирного тяготения центральная, каждая масса m притягивается другой массой M во Вселенной с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния между массами и направленной по линии, соединяющей центры масс. Различные варианты центральных сил, при которых решение уравнения движения приводится к квадратурам, рассмотрены Якоби, Бертраном, Дарбу, Альфеном. Однако ими не было описано хоть одно реально существующее движение [1,2].

В XIX в. было обнаружено некоторое расхождение расчетной орбиты ближайшей к Солнцу планеты Меркурий в перигее с результатами наблюдений. Не найдя убедительных объяснений этого факта, Симон Ньюкомб в 1895 г. высказал мнение, что, возможно, закон обратных квадратов Ньютона не выполняется точно на малых расстояниях. В 1917 г. факту, связанному с орбитой Меркурия, было дано объяснение на основе общей теории относительности (ОТО) Эйнштейна и противоречие казалось исчерпанным. В 1966 г. Р. Дикке и М. Голденбергом в результате тонкого эксперимента было доказано, что Солнце не является шарообразным и его полярный диаметр на 35 км меньше, чем экваториальный, что позволяло объяснить остаточное смещение перигелия Меркурия примерно на 10%. Это ставило под сомнение уже согласие ОТО с результатами наблюдений [2,3].

Другая особенность создавшегося положения связана с вопросом существования «черных дыр». В 1783 г. английский астроном-любитель, один из основателей сейсмологии Джон Митчелл, а в 1798 г. известный французский математик и механик Лаплас независимо друг от друга, основываясь на использовании закона тяготения Ньютона, высказали мнение, что в природе должны существовать тела, для которых необходимая для преодоления их притяжения скорость превышает скорость света. Поэтому такие тела должны быть темными (по современной терминологии «черные дыры»). Подобные тела невидимы и их можно обнаружить косвенным путем - гравитационным воздействием на другие тела. Митчелл и Лаплас вывели радиус темного тела r_g (гравитационный радиус) при заданной его массе, используя понятие второй космической скорости ($r_g = 2GM/c^2$). После построения ОТО рассуждения Митчелла и Лапласа подверглись критике в том плане, что при близких к скорости света скоростях формулы классической механики не применимы, хотя по обеим теориям получается одно и то же значение для гравитационного радиуса. Оппоненты же ОТО утверждают, что она не применима, поскольку решение уравнений этой теории содержит особенность (сингулярность), недопустимую при описаниях естественных явлений.

Приведенные выше факты обусловливают актуальность затронутого Ньюкомбом вопроса, а именно: существует ли такое центральное взаимодействие, которое при малых расстояниях отличается от ньютоновского, а при больших - совпадает с ним. Ниже дается положительный ответ на поставленный вопрос.

1. Рассмотрим вариант центрального взаимодействия тел, который является универсальным - при коротких расстояниях описывает сильное, по сравнению с ньютоновым гравитационным, взаимодействие, а при сравнительно больших расстояниях практически совпадает с классическим гравитационным (ньютоновым) взаимодействием. Пусть имеем тела (частицы) с массами m,M. Поместив начало координат в центре тела массой M, центральную силу взаимодействия будем задавать в виде

$$\vec{F} = -GmM \, \frac{e^{\gamma \frac{r_0}{r}}}{r^2} \, \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \tag{1.1}$$

или

$$F = -GmM \frac{e^{\gamma[(r_0)/r]}}{r^2}, \tag{1.2}$$

где G - гравитационная постоянная в законе всемирного тяготения, $\vec{r}$ - радиус-вектор материальной точки массы m,r_0 - некоторый характерный размер (начальное расстояние от центра притяжения, гравитационный радиус и др.), γ- неотрицательный, безразмерный параметр ($\gamma \geq 0$). Если $r >> r_0$, то F, вычисленный по формуле (1.2), практически совпадает (при $\gamma = 0$ точно) с F в законе всемирного тяготения:

$$F = -G \frac{mM}{r^2}; \tag{1.3}$$

если же $r << r_0$, доминирующую роль будет играть $\exp(\gamma r_0/r)$, т.е. будем иметь более сильное, чем ньютоново, гравитационное взаимодействие. Параметр γ будет характеризовать мощность (интенсивность) центра притяжения. Поле, создаваемое силой $\vec{F}$, задаваемой по формуле (1.1), является потенциальным с потенциалом

$$U = -\frac{GmM}{\gamma r_0} e^{[(\gamma r_0)/r]} + \text{const}. \tag{1.4}$$

Поскольку сила $\vec{F}$ центральная, имеет место закон площадей:

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = C, \tag{1.5}$$

траектория материальной точки - плоская кривая, C равна величине момента начальной скорости относительно центра притяжения. Скорость точки в полярной системе координат (r,θ) с учетом (1.5) вычисляется по формуле

$$v^2 = C^2 \left[\left(\frac{d\frac{1}{r}}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \right)^2 \right]. \tag{1.6}$$

Применив теорему о кинетической энергии ($[(dmv^2)/2] = Fdr$), получим

$$v^2 = \frac{2GM}{\gamma r_0} e^{[(\gamma r_0)/r]} + h; \tag{1.7}$$

постоянная интегрирования h определяется из начального условия. Если при $r = r_0$ $v = v_0$,

$$h = v_0^2 - \frac{2GM}{\gamma r_0} e^{\gamma}. \tag{1.8}$$

Обозначив $\psi = 1/r$, из (1.6), (1.7) следует

$$\left(\frac{d\psi}{d\theta} \right)^2 = \left(\frac{2GM}{\gamma r_0} e^{\gamma r_0 \psi} + h \right) \frac{1}{C^2} - \psi^2. \tag{1.9}$$

Определение траектории движения в общем случае приводится к вычислению интеграла

$$\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \pm \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{\sqrt{\left(\frac{2GM}{\gamma r_0} e^{\gamma r_0 \psi} + h \right) \frac{1}{C^2} - \psi^2}}. \tag{1.10}$$

Чтобы выяснить форму траектории, разложим $\exp(\gamma r_0 \psi)$ в ряд Маклорена и ограничимся первыми тремя слагаемыми

$$e^{\gamma r_0 \psi} \approx 1 + \gamma r_0 \psi + \frac{1}{2} (\gamma r_0)^2 \psi^2, \qquad (1.11)$$

тогда (1.9) примет вид

$$\left(\frac{d\psi}{d\theta} \right)^2 = \delta_1 \left[-(\psi - k_1)^2 + k_2^{\ 2} \right], \qquad (1.12)$$

где

$$\delta_1 = 1 - \frac{MG\gamma r_0}{C^2}, \quad k_1 = \frac{MG}{C^2 \delta_1},$$

$$(1.13)$$

$$k_2^{\ 2} = \frac{1}{C^2 \delta_1^{\ 2}} [MG + (MG + h\gamma r_0)\delta_1] \frac{1}{\gamma r_0},$$

будем считать $\delta_1 > 0$, так как лишь при этом получится периодическое решение, а траектория будет коническим сечением. Обозначив $\psi - k_1 = k_2 \rho$, уравнение (1.12) примет вид

$$\left(\frac{d\rho}{d\theta} \right)^2 = \delta_1 (1 - \rho^2), \qquad (1.14)$$

решением которого является

$$\rho = \cos \sqrt{\delta_1} (\theta - \alpha). \qquad (1.15)$$

Вернувшись к исходным обозначениям, получим

$$\psi = k_1 + k_2 \cos \sqrt{\delta_1} (\theta - \alpha),$$

$$r = \frac{1/k_1}{1 + \frac{k_2}{k_1} \cos \sqrt{\delta_1} (\theta - \alpha)}. \qquad (1.16)$$

Таким образом, траектория движения есть коническое сечение с параметрами

$$p = \frac{1}{k_1} = \frac{C^2}{GM} - \gamma r_0,$$

$$\varepsilon = \frac{k_2}{k_1} = \sqrt{1 + \left(2 + \frac{h\gamma r_0}{GM}\right)\left(\frac{C^2}{GM\gamma r_0} - 1\right)}. \tag{1.17}$$

В силу $\delta_1 > 0$ имеем $(C^2/GM\gamma r_0) - 1 > 0$, поэтому $\varepsilon < 1$ лишь при $2 + (h\gamma r_0/GM) < 0$ или

$$h < \frac{-2GM}{\gamma r_0}. \tag{1.18}$$

Используя (1.8), из (1.18) получим

$$v_0^2 < \frac{2GM}{r_0}\frac{e^\gamma - 1}{\gamma} = v_*^2. \tag{1.19}$$

Таким образом, при $v_0 < v_*$ траектория есть эллипс, при $v_0 = v_*$ - парабола, а при $v_0 > v_*$ - гипербола. Одновременно из условия $\varepsilon \geq 0$ следует

$$h \geq -\frac{GM}{\gamma r_0}\left(1 + \frac{C^2}{C^2 - GM\gamma r_0}\right)$$

или

$$v_0^2 \geq \frac{GM}{\gamma r_0}\left(2e^\gamma - 1 - \frac{C^2}{C^2 - GM\gamma r_0}\right) = v_{0*}^2. \tag{1.20}$$

Итак, при $v_{0*} < v_0 < v_*$ траектория есть эллипс, полуоси которого

$$a = \frac{p}{1-\varepsilon^2},\quad b = \frac{p}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}. \tag{1.21}$$

Сохранение в ряде Маклорена функции $\exp(\gamma r_0\psi)$ больше слагаемых, чем в (1.11), приводит к вычислению эллиптических интегралов и незначительным поправкам к параметрам траектории.

При $\gamma \to 0$ $v_*^2 \to 2GM/r_0$, что, как следовало ожидать, совпадает с известной скоростью (вторая космическая скорость) по теории Ньютона. Если $\gamma \neq 0$, $v_*^2 > \sqrt{2GM/r_0}$, т.е. вторая космическая скорость при взаимодействии (1.1) больше классической.

2. Поставим вопрос: при заданной массе M тела каков должен быть его радиус (R_g), чтобы оно было невидимым («черной дырой»). Это означает, что любое тело (частица) массой m с начальной скоростью, даже равной скорости света c, не может преодолеть поле притяжения тела массой M. Исходя из этого, приняв в формуле (1.19) $r_0 = R_g$, $v_* = c$, получим

$$\frac{2GM}{R_g}\frac{e^{\gamma}-1}{\gamma}=c^2. \tag{2.1}$$

Отсюда следует

$$R_g=\frac{2GM}{c^2}\frac{e^{\gamma}-1}{\gamma} \tag{2.2}$$

или

$$R_g=r_g\frac{e^{\gamma}-1}{\gamma}, \tag{2.3}$$

где $r_g = (2GM/c^2)$ - известный гравитационный радиус, полученный и по теории Ньютона, и по теории ОТО. При $r_0 < R_g$ любая частица (тело) не может преодолеть гравитационное поле тела массой М. Если $\gamma \to 0$, то $R_g \to r_g$. Из (2.2) одновременно следует, что при $\gamma \neq 0$, $R_g > r_g$, т.е. теоретически могут существовать тела со сколь угодно большим гравитационным радиусом. При заданной массе М чем больше γ, тем больше гравитационный радиус. Мы здесь не останавливаемся на способах определения γ, это предмет отдельного обсуждения. Үкажем лишь, что, если каким-либо способом оценить массу М и гравитационный радиус R_g объекта, то из (2.2) определится γ, т.е. мощность (интенсивность) центра притяжения.

Гравитационное поле, создаваемое массой М, по закону (1.1) является универсальным - частицы, находящиеся на определенных расстояниях от центра притяжения, испытывают более сильное притяжение (1.2), а частицы, оказавшиеся на сравнительно больших расстояниях (в силу диссипации, взрыва и др.), будут испытывать более слабое - ньютоново гравитационное притяжение (1.3).

Институт механики НАН РА
E-mail: aghal@mechins.sci.am

Литература

1. *Аппель П.* Теоретическая механика. Т. 1. М. Гос. изд. физ-мат. лит. 1960. 515 с.
2. *Layzer D.* Constructing the Universe. New York. Scientific American Books. Inc. 1984. 324 p.
3. *Киттель Ч., Найт У., Рудерман М.* Механика. М. Наука. 1975. 480 с.

Ակադեմիկոս Լ. Ա. Աղալովյան

Մարմինների և մասնիկների կենտրոնական ունիվերսալ ուժեղ (թույլ) փոխազդեցության մասին

Առաջարկված է մարմինների (մասնիկների) փոխազդեցության կենտրոնական ուժային (1.1) ունիվերսալ մոդել, համաձայն որի, կարճ հեռավորությունների դեպքում փոխազդեցության ուժը գերազանցում է նյուտոնյան տիեզերական ձգողության ուժին, իսկ, համեմատաբար մեծ հեռավորությունների վրա, գործնականում համընկնում է նրա հետ: Արտածված են պայման-ներ, երբ մասնիկի հետագիծը կլինի կոնական հատույթ. որոշված են նրա պարամետրերը: Արտածված է բանաձև գրավիտացիոն շառավղի որոշման համար: Որպես մասնավոր դեպքեր, հետևում են Նյուտոնի տիեզերական ձգողության օրենքի հիման վրա ստացված արդյունքները:

Academician L. A. Aghalovyan

On Universal Central Strong (Weak) Interaction of Bodies and Particles

It is theoretically shown the possibility of existence of such a universal among bodies, (particles,) central interaction which in small distances differs from Newton’s interaction and is stronger of it, and in considerably big distances practically coincides with Newton’s gravitational interaction. This interaction is given by formula (1.1). The created gravitational field is potential with rather simple in the form potential (1.4). Conditions under which the trajectory of the particle is a conical crosssection, are redused. Parametres of conic cross-section are determined (formula (1.17)). Gravitational radius under such interaction (formula (2.2)) is determined. It is established that bodies (formations) with as mach as desirable big gravitational radius may exist. As private cases the results on base of Newton’s gravitation law follow from the obtained results.