УДК 62-501.7

С. О. Симонян, Ф. П. Григорян

Синтез одномерного управления с наперед заданным спектром в нестационарной интегро-дифференциальной системе уравнений

(Представлено академиком А. А. Терзяном 26/I 2005)

Постановка задачи. Пусть задана равномерно в $[t_0,t_1]$ управляемая система

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)u(t),$$

$$u(t) = \int_{-\infty}^{t} g(t-t',t')\nu(t')dt',$$

$$\nu(t') = b(t')X(t')$$

или

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)\int_{-\infty}^{t} g(t-t',t')b(t')X(t')dt', \qquad (1)$$

где $X(t) = (x_1(t),x_2(t),...,x_n(t))^T$ - $(n\times 1)$ - мерный вектор переменных состояния; $\nu(t)$ - скалярный входной сигнал регулятора; $g(t - t',t')$ - скалярная импульсная переходная функция регулятора; $u(t)$ - скалярное управляющее воздействие (выходной сигнал регулятора).

Пусть $A(t) = (a_{ij}(t))$, $i,j = \overline{1,n}$; $B(t) = (h_1(t),h_2(t),...,h_n(t))^T$; $b(t) = (b_1(t),b_2(t),...,b_n(t))$ и $A(t)$, $B(t)$, $b(t')$, $g(t - t',t')$ дифференцируемы по своим аргументам любое необходимое число раз. Требуется построить $b(t')$ так, чтобы решение системы (1) имело вид

$$X(t) = K(t)Y(t) = \sum_{i=1}^{n} k_i(t)y_i(t), \qquad (2)$$

где $Y(t) = (y_1(t),y_2(t),...,y_n(t))^T$ - решение системы

$$\dot{y}_i(t) = \lambda_i(t)y_i(t), \quad i = \overline{1,n}, \qquad (3)$$

причем $K(t) = [k_1(t), k_2(t), \ldots, k_n(t)]$ - некоторая невырожденная матрица порядка n с векторами-столбцами $k_i(t)$, $i = \overline{1,n}$, подлежащая определению; $\lambda_i(t)$, $i = \overline{1,n}$ - наперед заданные, необходимое число раз дифференцируемые на $[t_0, t_1]$ функции, удовлетворяющие условиям:

1. $|\lambda_i(t) - \lambda_j(t)| > 0$, $i \neq j$, $i,j = \overline{1,n}$,

2. $\lambda_i(t)$, $i = \overline{1,n}$, не совпадают с нулями и особыми точками передаточной функции регулятора,

3. $\lambda_i(t)$, $i = \overline{1,n}$, не пересекаются хотя бы с одним из собственных значений матрицы A(t), т.е. $|\chi_i(t) - \lambda_j(t)| > 0$, $i \neq j$, $i,j = \overline{1,n}$, где $\chi_i(t)$, $i = \overline{1,n}$ - собственные значения матрицы A(t).

Решение задачи. Пусть матрица управляемости S(t) имеет ранг n в любой точке t заданного интервала $[t_0, t_1]$, т.е. [1-4]

$$\operatorname{rang} S(t) = \operatorname{rang}(S_1(t), S_2(t), \ldots, S_n(t)) = n,$$

где

$$S_1(t) = B(t)$$

$$S_k(t) = A(t)S_{k-1}(t) - \dot{S}_{k-1}(t), \quad k = \overline{2,n}.$$

Выполнив в системе (1) преобразование [5]

$$X(t) = S(t)Z(t), \tag{4}$$

получим [3]

$$\dot{Z}(t) = A_0(t)Z(t) + B_0 \cdot \int\limits_{-\infty}^{t} g(t - t', t')q(t')Z(t')dt', \tag{5}$$

где

$$q(t') = b(t')S(t') = (q_1(t'), q_2(t'), \ldots, q_n(t')),$$

а структуры $A_0(t)$ и B_0 можно найти в [3,4].

Полагая, что элементы матриц A(t) и q(t′), а также g(t − t′,t′) как функция от аргумента t′ являются медленно меняющимися функциями [1], введем так называемое медленное время $\tau = \varepsilon t$, и вместо уравнения (5) рассмотрим уравнение более общего вида

$$\dot{Z}(t,\varepsilon) = A_0(\tau)Z(t,\varepsilon) + B_0 \int\limits_{-\infty}^{t} g(t - t', r')q(r',\varepsilon)Z(t',\varepsilon)dt', \tag{6}$$

(очевидно, что при $\varepsilon = 1$ система (6) совпадает с системой (5)).

Для решения задачи воспользуемся методом матричных и асимптотических разложений по малому параметру. При этом заметим, что рассматриваемая система равномерно управляема на интервале $[t_0,t_1]$, ввиду чего свойство управляемости системы остается инвариантным относительно используемых преобразований.

Сделаем в системе (6) замену переменных по аналогии с (2):

$$Z(t,\varepsilon) = K(\tau,\varepsilon)Y(t,\varepsilon) = \sum_{i=1}^{n} k_i(\tau,\varepsilon)y_i(t,\varepsilon), \tag{7}$$

где $K(\tau,\varepsilon) = (k_1(\tau,\varepsilon),k_2(\tau,\varepsilon),\ldots,k_n(\tau,\varepsilon))$ - некоторая невырожденная матрица порядка n с векторами-столбцами $k_i(\tau,\varepsilon)$, $i = \overline{1,n}$ подлежащая определению, причем по аналогии с (3)

$$\dot{y}_i(t,\varepsilon) = \lambda_i(t)y_i(t,\varepsilon), \quad i = \overline{1,n}. \tag{8}$$

Очевидно, что

$$y_i(t,\varepsilon) = c_i \exp \int_{t_0}^{t} \lambda_i(t')dt', \quad i = \overline{1,n}, \tag{9}$$

где c_i - произвольные постоянные. С учетом (6) и (7) имеем

$$\sum_{i=1}^{n} \left[\varepsilon \frac{dk_i(\tau,\varepsilon)}{d\tau} + k_i(\tau,\varepsilon)\lambda_i(\tau) \right] y_i(t,\varepsilon) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left[A_0(\tau)k_i(\tau,\varepsilon)y_i(t,\varepsilon) + B_0 \int_{-\infty}^{t} g(t-t',t')q(\tau',\varepsilon)k_i(\tau',\varepsilon)y_i(t',\varepsilon)dt' \right].$$

Выбор $k_i(\tau',\varepsilon)$ и $q_i(\tau',\varepsilon)$ ограничим требованием выполнения равенств [1]

$$\left[\varepsilon \frac{dk_i(\tau)}{d\tau} + k_i(\tau,\varepsilon)\lambda_i(\tau) \right] y_i(t,\varepsilon) =$$

$$= A_0(\tau)k_i(\tau,\varepsilon)y_i(t,\varepsilon) + B_0 \int_{-\infty}^{t} g(t-t',r')q(\tau',\varepsilon)k_i(\tau',\varepsilon)y_i(t',\varepsilon)dt', \quad i = \overline{1,n}. \tag{10}$$

Из (8)-(10) следует, что

$$\varepsilon \frac{dk_i(\tau,\varepsilon)}{d\tau} + k_i(\tau,\varepsilon)\lambda_i(\tau) = A_0(\tau)k_i(\tau,\varepsilon) +$$

$$+ B_0 \int_{-\infty}^{t} \left[g(t-t',r')q(\tau',\varepsilon)k_i(\tau',\varepsilon)\exp\left(\int_{t_0}^{t'} \lambda_i(t,\varepsilon)dt - \int_{t_0}^{t} \lambda_i(t',\varepsilon)dt' \right) \right], \quad i=\overline{1,n}. \tag{11}$$

В интеграле правой части (11) сделаем замену переменной $t - t' = s$, откуда $t' = t - s$ и $dt' = -ds$, следовательно из $\tau = \varepsilon t$ следует $\tau' = \varepsilon t' = \varepsilon(t - s) = \varepsilon t - \varepsilon s = \tau - \varepsilon s$. Поэтому уравнение (11) приобретает вид

$$\varepsilon \frac{dk_i(\tau,\varepsilon)}{d\tau} + k_i(\tau,\varepsilon)\lambda_i(\tau) = A_0(\tau)k_i(\tau,\varepsilon) +$$

$$+ B_0 \int_{t_0}^{\infty} \{g(s,\tau-\varepsilon s)q(\tau-\varepsilon s,\varepsilon)k_i(\tau-\varepsilon s,\varepsilon)\exp[\theta_i(t-s,\varepsilon)-\theta_i(t,\varepsilon)]\}ds, \tag{12}$$

где $\theta_i(t)$, $i=\overline{1,n}$ - функции, удовлетворяющие соотношениям

$$\frac{d\theta_i(t)}{dt} = \lambda_i(t), \quad i=\overline{1,n}.$$

Следовательно

$$\int_{t_0}^{t'} \lambda_i(t,\varepsilon)dt - \int_{t_0}^{t} \lambda_i(t',\varepsilon)dt' = \theta_i(t,\varepsilon)\Big|_{t_0}^{t'} - \theta_i(t',\varepsilon)\Big|_{t_0}^{t} =$$

$$= \theta_i(t',\varepsilon) - \theta_i(t_0,\varepsilon) - \theta_i(t,\varepsilon) + \theta_i(t_0,\varepsilon) = \theta_i(t-s,\varepsilon) - \theta_i(t,\varepsilon).$$

Далее воспользуемся разложениями для $k_i(\tau-\varepsilon s,\varepsilon)$, $q(\tau-\varepsilon s,\varepsilon)$, $\exp[\theta_i(t-s,\varepsilon)-\theta_i(t,\varepsilon)]$, $q(s,\tau-\varepsilon s)$ [1], а также

$$b(\tau,\varepsilon) = b^{[0]}(\tau) + \varepsilon b^{[1]}(\tau) + \ldots + \varepsilon^n b^{[n]}(\tau) + \ldots = q(\tau,\varepsilon)S^{-1}(t) =$$

$$= \left[q^{[0]}(\tau) + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k q^{[k]}(\tau) \right] S^{-1}(t), \tag{13}$$

откуда

$$b^{[k]}(\tau) = q^{[k]}(\tau)S^{-1}(t), \quad k = 0,1,2,... \tag{14}$$

Обозначим [1]

$$R_{00}(\lambda,t) \equiv R(\lambda,t) = \int_{t_0}^{\infty} g(s,t)\exp(-\lambda s)ds, \tag{15}$$

$$R_{\sigma j}(\lambda,t) \equiv \frac{\partial^{\sigma+j}R(\lambda,t)}{\partial\lambda^{\sigma}\partial t^{j}} = (-1)^{\sigma}\int_{t_0}^{\infty} \frac{\partial^{j}g(s,t)}{\partial t^{j}} s^{\sigma}\exp(-\lambda s)ds, \quad \sigma, j = 0,1,2,.... \tag{16}$$

$R_{00}(\lambda,t) \equiv R(\lambda,t)$ можно трактовать как передаточную функцию регулятора с параметрами, "замороженными" в момент времени t (т.е. постоянными величинами, соответствующими моменту времени t) [1].

Подставим выражения из [1] и (13) в уравнения (12) и приравняем коэффициенты при одинаковых степенях ε, воспользовавшись соотношениями (15), (16). При этом получим бесконечную систему уравнений для последовательного определения искомых членов разложений $k_i(\tau,\varepsilon)$ и $q(\tau,\varepsilon)$.

Покажем, как определяются из этих уравнений искомые величины, имея в виду, что они содержат члены нулевого, первого, второго, ... порядка.

Определение членов нулевого порядка. Приравнивая коэффициенты при нулевой степени ε, из (12) получим

$$k_i^{[0]}(\tau)\lambda_i(\tau) = \left[A_0(\tau) + B_0\int_{t_0}^{\infty} g(s,r)\exp(-\lambda_i(\tau)s)dsq^{[0]}(\tau) \right] k_i^{[0]}(\tau). \tag{17}$$

Положим

$$U^{(i)}(\tau) \equiv U(\lambda_i(\tau),\tau) = A_0(\tau) + B_0R(\lambda_i(\tau),\tau)q^{[0]}(\tau), \quad i = \overline{1,n}. \tag{18}$$

Следовательно, с учетом (15), (16) и (18) соотношение (17) можно представить в виде

$$U^{(i)}(\tau)k_i^{[0]}(\tau) = \lambda_i(\tau)k_i^{[0]}(\tau), \quad i = \overline{1,n}. \tag{19}$$

Последние равенства, естественно, имеют место тогда, когда $\lambda_i(\tau)$, $i = \overline{1,n}$, являются собственными значениями матрицы $U^{[i]}(\tau)$, а $k_i^{[0]}(\tau)$, $i = \overline{1,n}$ - соответствующими их собственными векторами.

Вектор-строку $q^{[0]}(\tau) = (q_1^{[0]}(\tau),q_2^{[0]}(\tau),\ldots,q_n^{[0]}(\tau))$ с размерами $1 \times n$ можно вычислить в соответствии с результатами, полученными в [6]. Имея $q^{[0]}(\tau)$, далее нетрудно построить матрицу собственных векторов $k_i^{[0]}(\tau)$ матрицы $U(\lambda_i(\tau),\tau)$.

По первому условию задачи и в соответствии с результатами, полученными в [6], легко заключить, что

$$\det K^{[0]}(\tau) = (k_1^{[0]}(\tau),k_2^{[0]}(\tau),\ldots,k_n^{[0]}(\tau)) \neq 0.$$

Обозначим

$$M(\tau) = [K^{[0]}(\tau)]^{-1} = \begin{pmatrix} M_1(\tau) \\ M_2(\tau) \\ \ldots \\ M_n(\tau) \end{pmatrix}, \tag{20}$$

где $M_i(\tau)$, $i = \overline{1, n}$ - вектор-строки с размерами $1 \times n$. Тогда в соответствии с [1] будем иметь:

$$U^{[i]}(\tau) \cdot k_i^{[0]}(\tau) = \lambda_i(\tau) \cdot k_i^{[0]}(\tau),$$

$$M_i(\tau) \cdot U^{[i]}(\tau) = \lambda_i(\tau) \cdot M_i(\tau),$$

$$M_i(\tau) \cdot k_i^{[0]}(\tau) = 1, \ \ i = \overline{1, n}.$$

Пусть

$$P_i(\tau) = k_i^{[0]}(\tau) \cdot M_i(\tau),$$

$$P_{-i}(\tau) = E_n - P_i(\tau) = k_{-i}^{[0]}(\tau) \cdot M_{-i}(\tau), \ \ i = \overline{1, n},$$

где $k_{-i}^{[0]}(\tau)$ и $M_{-i}(\tau)$ - матрицы с размерами $n \times (n - 1)$ и $(n - 1) \times n$ соответственно. Тогда матрицы $k_{-i}^{[0]}(\tau)$ и $M_{-i}(\tau)$ друг с другом и с матрицами $k_i^{[0]}(\tau)$ и $M_i(\tau)$ связаны соотношениями

$$M_{-i}(\tau) \cdot k_{-i}^{[0]}(\tau) = E_{n-1}, \quad M_{-i}(\tau) \cdot k_i^{[0]}(\tau) = 0, \quad M_i(\tau) \cdot k_i^{[0]}(\tau) = 0.$$

Далее, если обозначим

$$k^{(i)}(\tau) = \lfloor k_i^{[0]}(\tau), k_{-i}^{[0]}(\tau) \rfloor, \quad M^{(i)}(\tau) = \begin{bmatrix} M_i(\tau) \\ M_{-i}(\tau) \end{bmatrix}, \tag{21}$$

$$\Lambda^{(i)}(\tau) = \begin{bmatrix} \lambda_i(\tau) & 0 \\ 0 & \Lambda_{-i}(\tau) \end{bmatrix}, \quad \Lambda_{-i}(\tau) = M_{-i}(\tau) \cdot U^{(i)}(\tau) \cdot k_{-i}^{[0]}(\tau), \tag{22}$$

то нетрудно убедиться, что

$$U^{(i)}(\tau) = k^{(i)}(\tau) \cdot \Lambda^{(i)}(\tau) \cdot M^{i}(\tau), \tag{23}$$

$$M^{(i)}(\tau) \cdot k^{(i)}(\tau) = k^{(i)}(\tau) \cdot M^{(i)}(\tau) = E_n, \quad i = \overline{1, n}. \tag{24}$$

Заметим также, что собственными значениями матрицы $\Lambda_{-i}(\tau)$ служат собственные значения $\lambda_j^{(i)}(r)$, $j = \overline{2, n}$, матрицы $U^{(i)}(\tau)$.

Определение членов первого порядка. Приравнивая коэффициенты при первой степени ε в (12) и имея в виду (15), (16) и (18), получаем

$$k_i^{[1]}(\tau) \cdot \lambda_i(\tau) = U^{(i)}(\tau) \cdot k_i^{[1]}(\tau) + B_0 \cdot R_{00}(\lambda_i(\tau),\tau) \cdot q^{[1]}(\tau) \cdot k_i(\tau) - D_i^{[0]}(\tau), \quad i = \overline{1, n}. \tag{25}$$

Заметим, что вектор-столбец $D_i^{[0]}(r)$ будет известен при известных $k_i(\tau)$, $q^{[0]}(\tau)$ и заданных $\lambda_i(\tau)$, $i = \overline{1, n}$.

Выражение (25) напишем в следующем виде:

$$U^{(i)}(\tau) \cdot k_i^{[1]}(\tau) = k_i^{[1]}(\tau) \cdot \lambda_i(\tau) - B_0 \cdot R_{00}(\lambda_i(\tau),\tau) \cdot q^{[1]}(\tau) \cdot k_i(\tau) + D_i^{[0]}(\tau), \quad i = \overline{1, n}. \tag{26}$$

Заменим в (26) $U^{(i)}(\tau)$ выражением (23). Тогда получим

$$k^{(i)}(\tau) \cdot \Lambda^{(i)}(\tau) \cdot M^{(i)}(\tau) \cdot k_i^{[1]}(\tau) = k_i^{[1]}(\tau) \cdot \lambda_i(\tau) -$$

$$- B_0 \cdot R(\lambda_i(\tau),\tau) \cdot q^{[1]}(\tau) \cdot k_i(\tau) + D_i^{[0]}(\tau), \quad i = \overline{1, n}.$$

Умножив теперь последнее равенство слева на $M^{(i)}(\tau)$, согласно (21) будем иметь

$$\Lambda^{(i)}(\tau) \cdot M^{(i)}(\tau) \cdot k_i^{[1]}(\tau) = M^{(i)}(\tau) \cdot k_i^{[1]}(\tau) \cdot \lambda_i(\tau) -$$

$$- M^{(i)}(\tau) \cdot B_0 \cdot R(\lambda_i(\tau),\tau) \cdot q^{[1]}(\tau) \cdot k_i(\tau) + M^{(i)}(\tau) D_i^{[0]}(\tau), \quad i = \overline{1, n}. \tag{27}$$

Обозначим

$$\xi_i^{[1]}(\tau) = M^{(i)}(\tau)\cdot k_i^{[1]}(\tau) = \begin{pmatrix} M_i(\tau)\cdot k_i^{[1]}(\tau) \\ M_{-i}(\tau)\cdot k_i^{[1]}(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_{ii}^{[1]}(\tau) \\ \xi_{-ii}^{[1]}(\tau) \end{pmatrix}, \quad i=\overline{1,n}. \tag{28}$$

Тогда (27) примет следующий вид:

$$\Lambda^{(i)}(\tau)\cdot\xi_i^{[1]}(\tau) = \xi_i^{[1]}(\tau)\cdot\lambda_i(\tau) - M^{(i)}(\tau)\cdot B_0\cdot R(\lambda_i(\tau),\tau)\cdot q^{[1]}(\tau)\cdot k_i(\tau) +$$

$$+ M^{(i)}(\tau)D_i^{[0]}(\tau), \quad i=\overline{1,n}. \tag{29}$$

Согласно (21)-(22) и (28) равенство (29) распадается на систему следующих соотношений:

$$M_i(\tau)\cdot B_0\cdot R(\lambda_i(\tau),\tau)\cdot q^{[1]}(\tau)\cdot k_i(\tau) = M_i(\tau)\cdot D_i^{[0]}(\tau), \quad i=\overline{1,n}, \tag{30}$$

$$\Lambda_{-i}(\tau)\cdot\xi_{-ii}^{[1]}(\tau) = \xi_{-ii}^{[1]}(\tau)\cdot\lambda_i(\tau) - M_{-i}(\tau)\cdot B_0\cdot R(\lambda_i(\tau),\tau)\cdot q^{[1]}(\tau)\cdot k_i(\tau) +$$

$$+ M_{-i}(\tau)\cdot D_i^{[0]}(\tau), \quad i=\overline{1,n}. \tag{31}$$

Пусть $M_i(\tau) = (m_{i1}(\tau), m_{i2}(\tau), \ldots, m_{in}(\tau))$, $i=\overline{1,n}$. Кроме того предположим, что $m_{i1}(\tau) \neq 0$, $i=\overline{1,n}$. Тогда (30) принимает вид

$$q^{[1]}(\tau)\cdot k_i^{[0]}(\tau) = \frac{M_i(\tau)\cdot D_i^{[0]}(\tau)}{m_{i1}(\tau)\cdot R(\lambda_i(\tau),\tau)}, \quad i=\overline{1,n}. \tag{32}$$

Объединив соотношения (32), получим

$$q^{[1]}(\tau)\cdot[k_1^{[0]}(\tau), k_2^{[0]}(\tau), \ldots, k_n^{[0]}(\tau)] =$$

$$\left[\frac{M_1(\tau)\cdot D_1^{[0]}(\tau)}{m_{11}(\tau)\cdot R(\lambda_1(\tau),\tau)}, \frac{M_2(\tau)\cdot D_2^{[0]}(\tau)}{m_{21}(\tau)\cdot R(\lambda_2(\tau),\tau)}, \ldots, \frac{M_n(\tau)\cdot D_n^{[0]}(\tau)}{m_{n1}(\tau)\cdot R(\lambda_n(\tau),\tau)}\right] = Q^{[0]}(\cdot). \tag{33}$$

Согласно (20) выражение (33) преобразуется в

$$q^{[1]}(\tau) = Q^{[0]}(\cdot) \cdot M(\tau). \tag{34}$$

Используя (13), (14), из (34) найдем

$$b^{[1]}(\tau) = Q^{[0]}(\cdot) \cdot M(\tau) \cdot S^{-1}(\tau).$$

Теперь вернемся к уравнению (31), которое при (32) принимает следующий вид:

$$[\lambda_i(\tau) \cdot E_{n-1} - \Lambda_{-1}(\tau)] \cdot \xi^{[1]}_{-ii}(\tau) = M_{-i}(\tau) \left[\frac{B_0 \cdot M_i(\tau)}{m_{i1}(\tau)} - E_n \right] \cdot D_i^{[0]}(\tau). \tag{35}$$

Матрица $\Lambda_{-i}(\tau)$ не имеет собственных значений, равных $\lambda_i(\tau)$. Следовательно, $[\lambda_i(\tau) \cdot E_{n-1} - \Lambda_{-i}(\tau)]$ является невырожденной матрицей, и из равенства (35) можно определить $\xi^{[1]}_{-ii}(\tau)$:

$$\xi^{[1]}_{-ii}(\tau) = [\lambda_i(\tau) \cdot E_{n-1} - \Lambda_{-i}(\tau)]^{-1} \cdot M_{-i}(\tau) \cdot \left[\frac{B_0 M_i(\tau)}{m_{i1}(\tau)} - E_n \right] \cdot D_i^{[1]}(\tau), \quad i = \overline{1, n}.$$

Таким образом, неопределенной осталась лишь $\xi^{[1]}_{1i}(\tau)$. С учетом результатов, полученных в [1], в качестве $\xi^{[1]}_{1i}(\tau)$ можно взять некоторую произвольную, необходимое число раз дифференцируемую, скалярную функцию. Зная $\xi_i^{[1]}(\tau)$, из (28) легко можно определить и искомый вектор-столбец $k_i^{[1]}(\tau)$:

Определение членов порядка $k = 2,3,\ldots$. Пусть найдены все члены разложений $k_i(\tau,\varepsilon)$ и $b(\tau,\varepsilon)$ до порядка $k - 1$ включительно. Тогда таким же путем, как и выше, можно определить члены порядка k.

Заключение. Из (2), (3) и (4) следует вид для решения системы (1):

$$X(t,\varepsilon) = S(t) \cdot K(t) \cdot e^{\int_{t_0}^{t} \Lambda(t)dt} \cdot c, \tag{36}$$

где c - вектор-столбец произвольных постоянных, причем

$$\Lambda(t) = \mathrm{diag}(\lambda_1(t), \lambda_2(t), \ldots, \lambda_n(t)).$$

Вектор-столбец $X_m(t,\varepsilon)$, определенный равенством (36), в предположении, что в разложениях $k_i(\tau - \varepsilon s,\varepsilon)$, $q(\tau - \varepsilon s,\varepsilon)$, $\exp[\theta_i(t - s,\varepsilon) - \theta_i(t,\varepsilon)]$, $q(s,\tau - \varepsilon s)$ [1], а также для (13), (14) берутся лишь члены порядка не выше m относительно ε, назовем приближенным решением m-го порядка для системы (1). Следуя [1], можно доказать, что $X_m(t,\varepsilon)$ носит асимптотический характер, т.е. $|X(t,\varepsilon) - X_m(t,\varepsilon)| \le \varepsilon^{m+1} \cdot N$, где N - некоторое ограниченное число.

Государственный инженерный университет Армении
Ереванский государственный колледж информатики

Литература

1. *Абгарян К. А.* Матричные и асимптотические методы в теории линейных систем. М. Наука 1973. 431 с.
2. *Д'Анджело Г.* Линейные системы с переменными параметрами, анализ и синтез. М. Машиностроение. 1974. 287 с.
3. *Bucy R. S.* - IEEE. Transaction on Autimatic Control. 1968. V AC-13. N5. P. 567-569.
4. *Chao K. S, Liu D. K. IEEE.* - Transaction on Automatic Control. 1971. V. AC-16. N1. P. 100-101.
5. *Симонян С. О.* - Изв. НАН РА и ГИУА. 2000. Т. 53. N3. С. 389-393.
6. *Григорян Ф. П.* - Изв. НАН РА и ГИУА. 2002. Т. 55. N1. С. 121-127.

Ս. Հ. Սիմոնյան, Ֆ. Պ. Գրիգորյան

Նախապես տրված սպեկտրով միաչափ կառավարման սինթեզ ոչ ստացիոնար ինտեգրադիֆերենցիալ հավասարումների համակարգում

Դիտարկված է միաչափ կառավարման որոշման վերաբերյալ խնդիր ոչ-ստացիոնար ինտեգրադիֆերենցիալ հավասարումների համակարգում, երբ սպեկտրի տարրեր հանդիսացող նախապես տրված ֆունկցիաները չեն հատվում և տարբեր են կարգավորիչի փոխանցման ֆունկցիայի զրոներից ու եզակի կետերից:

S. H. Simonyan, F. P. Grigoryan

The Synthesis of One-dimensional Control with Beforehand Given Spectrum in the Non-stationary Integral-differential System of Equations

Here is considered a problem of the construction of one-dimensional control in non-stationary systems being described by integral-differential equations when beforehand given functions are non-intersected and differ from noughts and special points of transmitting functions of regulator.