

Академик Э. М. Казарян^{а,б}, М. С. Атоян^а, А. А. Саркисян^а
**Межзонное поглощение света в цилиндрических квантовых точках
 при наличии электрического поля**

(Представлено 21/VII 2004)

1. Возможность управления электронным спектром квантовой точки (КТ) позволяет решать целый ряд задач, в которых, манипулируя этими уровнями, можно получить физические результаты с наперед заданными параметрами. К одной из таких задач относится задача об определении характера поглощения света КТ различных форм и размеров. Впервые для наиболее простой модели сферической КТ с прямоугольными бесконечно высокими стенками задача прямого оптического поглощения была решена авторами [1], которые в дальнейшем обобщили эту модель КТ для случая вырождения энергетических зон [2]. Для цилиндрических КТ задача о прямом поглощении света обсуждалась в работах [3-6]. При этом в [3] для режима сильного размерного квантования изучено влияние магнитного поля на оптическое поглощение в КТ и получены соответствующие правила отбора для оптических переходов.

Другим механизмом внешнего влияния на оптические свойства КТ является воздействие на систему электрического поля. Примечательным является то обстоятельство, что в случае цилиндрической КТ с прямоугольным бесконечно глубоким или параболическим ограничивающими потенциалами удастся решить уравнение Шредингера аналитически, если электрическое поле направлено вдоль оси цилиндра.

В данной работе рассчитан коэффициент поглощения света, обусловленный прямыми переходами в цилиндрической КТ GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs при наличии электрического поля. При этом следует отметить, что для квантовой структуры из GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs в валентной зоне образуются зоны легких и тяжелых дырок, а также зона спин-орбитального расщепления. В связи с тем, что величина зоны спин-орбитального расщепления велика по сравнению с энергией размерного квантования, мы не будем обсуждать переходы из этой зоны в зону проводимости [7]. С другой стороны, так как зоны тяжелых и легких дырок квантуются по отдельности, мы будем изучать переходы между зоной тяжелых дырок (для этой зоны стандартный закон дисперсии носителей зарядов наиболее реалистичный) и зоной проводимости. Как будет отмечено ниже, полученные результаты могут быть легко перенесены на случай зоны легких дырок.

2. Рассмотрим две модели ограничивающего потенциала:

$$a) \quad V_{\text{conf}}(\rho, \varphi, z) = \frac{\mu \omega_{\rho}^2 \rho^2}{2} + \frac{\mu \omega_z^2 z^2}{2}, \quad \omega_{\rho} \sim \frac{\hbar}{\mu \rho_0^2}, \quad \omega_z \sim \frac{\hbar}{\mu L_0^2}, \quad (1)$$

где ρ_0 - радиус сечения цилиндра, L_0 - его толщина, ω_{ρ}, ω_z - соответствующие ограничивающие частоты;

$$b) \quad V_{\text{conf}}(\rho, \varphi, z) = \frac{\mu \omega_{\rho}^2 \rho^2}{2} + V_{\text{zconf}}(z), \quad (2)$$

$$V_{zconf} = \begin{cases} 0, & |z| < \frac{L_0}{2} \\ \infty, & |z| \geq \frac{L_0}{2} \end{cases} \quad (3)$$

Направив электрическое поле вдоль оси цилиндрической КТ (ось OZ) для энергетических уровней и волновых функций носителей заряда (НЗ), соответствующих первой модели ограничивающего потенциала КТ, можем записать [4]:

$$a) \quad E_{N,n} = \hbar\omega_\rho(N+1) + \hbar\omega_z \left(n + \frac{1}{2} \right) - \frac{e^2 \varepsilon^2}{2\mu\omega_z^2}. \quad (4)$$

$$\psi_1(\rho, \varphi, z) = f_1(\rho, \varphi) \chi_1(z), \quad (5)$$

$$\chi_1(z) = \left(\frac{\mu\omega_z}{\pi\hbar} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} e^{-[(\mu\omega_z)/(\hbar)](z - [(e\varepsilon)/(\mu\omega_z^2)])^2} H_n \left[\sqrt{\frac{\mu\omega_z}{\hbar}} \left(z - \frac{e\varepsilon}{\mu\omega_z^2} \right) \right], \quad (6)$$

$$f_{1N,m} = \frac{(-1)^{[(N-|m|)/2]}}{|m|!} \sqrt{\frac{2 \left(\frac{N+|m|}{2} \right)!}{\left(\frac{N-|m|}{2} \right)!}} \left(\frac{\rho}{a_\rho} \right)^{|m|} e^{im\varphi} \cdot e^{[(\rho^2)/(2a_\rho^2)]} {}_1F_1 \left(-\frac{N-|m|}{2}, |m|+1; \frac{\rho^2}{a_\rho^2} \right), \quad (7)$$

$a_\rho = \sqrt{\hbar/\mu\omega_\rho}$, ${}_1F_1(a,b;x)$ - вырожденная гипергеометрическая функция первого рода, m - магнитное квантовое число, N - главное квантовое число, $H_n(x)$ - полином Эрмита, n - квантовое число, описывающее состояние электрона в направлении OZ, $\vec{\varepsilon}$ - напряженность электрического поля, e - заряд НЗ, μ - эффективная масса НЗ (в GaAs для электрона $\mu_e = 0.067m_0$, для тяжелой дырки $\mu_h = 0.5m_0$, где m_0 - масса свободного электрона).

b) Во втором случае энергетические уровни и волновые функции НЗ в цилиндрической КТ (здесь тоже предполагается, что поле направлено вдоль оси цилиндра OZ) имеют вид [4]

$$E_{2,N,n} = \hbar\omega_{\rho}(N+1) + E_{nz}, \quad (8)$$

$$\psi_2(\rho, \varphi, z) = f_1(\rho, \varphi)\chi_2(z), \quad (9)$$

где

$$\chi_2(z) \equiv \chi_2(\zeta) = C_1 \text{Ai}(\zeta) + C_2 \text{Bi}(\zeta), \quad (10)$$

$$E_{nz} = - \left(\left(\frac{2\mu}{(\hbar\epsilon)^2} \right)^{-1/3} \cdot \zeta + \epsilon\epsilon z \right), \quad (11)$$

где $f_1(\rho, \varphi)$ определяется выражением (7), $E_{(nz)}$ определяет энергию n-ого состояния под действием $\bar{\epsilon}$, ζ определяется из граничных условий равенства нулю волновой функции $\chi_2(\zeta)$ в точках $(-[L/2]; [L/2])$, Ai, Bi - функции Эйри I и II родов, C_1, C_2 - нормировочные постоянные.

Перейдем к изучению поглощения света в рассматриваемых системах. Для вычисления коэффициента прямого межзонного поглощения света при его нормальном падении на рассматриваемую квантовую структуру воспользуемся выражением, приведенным в работе [1]:

$$K = B \sum_{vv'} \left| \int_V \Psi_v^h \cdot \Psi_v^e d^3r \right|^2 \delta(\Delta - E_v - E_{v'}), \quad (12)$$

где $v\{m, n, N\}$, $v'\{m', n', N'\}$ - набор квантовых чисел, соответствующих электрону и тяжелой дырке ($\mu_e \ll \mu_h$), B - величина, пропорциональная квадрату модуля матричного элемента дипольного момента, взятого на блоховских функциях, $\Delta = \hbar\omega - \epsilon_g$, ω - частота падающего света, ϵ_g - ширина запрещенной зоны массивного полупроводника из GaAs, который находится при тех же условиях, что и наш образец (для GaAs $\epsilon_g = 1.43$ эВ). Подставляя выражения для волновых функций соответствующих случаев, имеем

$$K_1 = A \sum_{\substack{NN' \\ nn' \\ m}} \left| B_{NN'm}^{nn'} J_{NN'}^m I_{nn'} \right|^2 \delta(\hbar\omega - \epsilon_g - (\hbar\omega_{\rho e}(N+1) + \hbar\omega_{ze}(n + \frac{1}{2}) - \frac{e^2 \epsilon^2}{2\mu_e \omega_{ze}^2} + \hbar\omega_{\rho h}(N' + 1) + \hbar\omega_{zh} \left(n' + \frac{1}{2} \right) - \frac{e^2 \epsilon^2}{2\mu_h \omega_{zh}^2} \right)), \quad (13)$$

где $B_{NN'm}^{nn'}$ - постоянная, которая определяется из условия нормировки волновых функций, а $J_{NN'}^m$ и $I_{nn'}$ определяются выражениями

$$J_{NN'}^m = \Gamma(|m|+1) \left(\frac{a_{pe}^2 + a_{ph}^2}{2a_{pe}^2 a_{ph}^2} \right)^{\frac{N+N'+2}{2}} \left(\frac{a_{pe}^2 - a_{ph}^2}{2a_{pe}^2 a_{ph}^2} \right)^{\frac{N-|m|}{2}} \left(\frac{a_{ph}^2 - a_{pe}^2}{2a_{pe}^2 a_{ph}^2} \right)^{\frac{N'-|m|}{2}} \times$$

$$\times {}_2F_1 \left(-\frac{N-|m|}{2}, \frac{N-|m|}{2}, |m|+1, -\frac{4a_{pe}^2 - a_{ph}^2}{(a_{pe}^2 - a_{ph}^2)^2} \right), \quad (14)$$

$$I_{nn'} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{\mu_e \omega_{ze}}{\hbar} \left(z - \frac{e\varepsilon}{\mu_e \omega_{ze}^2} \right)} e^{-\frac{\mu_h \omega_{zh}}{\hbar} \left(z + \frac{e\varepsilon}{\mu_h \omega_{zh}^2} \right)^2} H_n \left[\sqrt{\frac{\mu_e \omega_{ze}}{\hbar}} \left(z - \frac{e\varepsilon}{\mu_e \omega_{ze}^2} \right) \right] \times$$

$$\times H_{n'} \left[\sqrt{\frac{\mu_h \omega_{zh}}{\hbar}} \left(z + \frac{e\varepsilon}{\mu_h \omega_{zh}^2} \right) \right] dz. \quad (15)$$

Для порога поглощения имеем

$$\hbar\omega_{00} = \varepsilon_g + \hbar(\omega_{pe} + \omega_{ph}) + \frac{\hbar(\omega_{ze} + \omega_{zh})}{2} - \frac{e^2 \varepsilon^2}{2} \left(\frac{1}{\mu_e \omega_{ze}^2} + \frac{1}{\mu_h \omega_{zh}^2} \right). \quad (16)$$

Во втором случае

$$K_2 = A \sum_{\substack{NN' \\ nn' \\ m}} \left| T_{nn'} D_{NN'm}^{nn'} I_{NN'}^m \right|^2 \delta(\hbar\omega - \varepsilon_g - \hbar\omega_{pe} (N+1) - \hbar\omega_{ph} (N'+1) - E_{nz}^e - E_{n'z}^h), \quad (17)$$

$$T_{nn'} = \int_{-[L/2]}^{[L/2]} \chi_{1n}(z) \chi_{1n'}^*(z) dz, \quad (18)$$

откуда следует, что

$$\hbar\omega_{01} = \varepsilon_g + \hbar\omega_{pe} + \hbar\omega_{ph} + E_{nz}^e + E_{n'z}^h. \quad (19)$$

3. С самого начала остановимся на правилах отбора, имеющих место при прямых оптических переходах электрона из зоны тяжелых дырок в зону проводимости. Согласно выражениям (13) и (17) для K_1 и K_2 в радиальном направлении (плоскость XOY) эти правила имеют вид $m = -m'$. Что касается направления OZ, то в случае наложения электрического поля вдоль этой оси переходы могут иметь место между уровнями с произвольными n и n' , в то время как при отсутствии поля эти переходы для случая а) имеют место между уровнями одинаковой четности, а для случая б) между уровнями с одинаковыми квантовыми числами $n = n'$ [6,7]. Иначе говоря благодаря наложению электрического поля эти правила отбора исчезают.

Теперь особо остановимся на одном важном обстоятельстве, связанном со спецификой оптических

межзонных переходов, когда они имеют место между зонами тяжелых дырок и проводимости. Как указано в [7], в отсутствие поля при падении на рассматриваемую структуру электромагнитной волны, электрическая компонента которой перпендикулярна плоскости сечения цилиндра, переходы между указанными зонами запрещены. Объясняется это тем, что в зоне проводимости быстроосциллирующая часть волновой функции в Γ -точке имеет симметрию S-типа (орбитальный момент равен нулю), поэтому проекция полного момента импульса электрона на нормаль к плоскости сечения цилиндра в зоне проводимости равна $\pm 1/2$, а в зоне тяжелых дырок $\pm 3/2$. Но фотон, электрическое поле которого направлено по нормали к плоскости сечения цилиндра, обладает нулевой проекцией момента импульса на эту нормаль. Поэтому испускание и поглощение такого фотона при переходах электрона между зонами проводимости и тяжелых дырок запрещено законом сохранения момента импульса. Что касается правил отбора для оптических переходов из подзон легких дырок, то они более просты, и для них такого ограничения нет.

Ясно, что при воздействии на систему внешнего стационарного однородного электрического поля (направленного вдоль оси цилиндра) требовать сохранения проекции полного момента импульса на ось цилиндра уже не приходится. Поэтому вышеуказанное ограничение для тяжелых дырок, имеющее место в отсутствие поля, уже снимается.

На рис. 1 приведены графики зависимостей граничных частот поглощения от радиуса КТ при фиксированных значениях $F = 0.007$ ($\varepsilon = 350$ В/см) и $L = 4.5$ ($L_0 = 60\text{\AA}$) (в единицах $W = \hbar\omega/\varepsilon_g$, $F =$

$\sqrt{e^2 \varepsilon^2 \hbar^2 / \mu_e \varepsilon_g^3}$, $L = \sqrt{\mu_e L_0^2 \varepsilon_g / 2 \hbar^2}$, $R = \sqrt{\mu_e \rho_0^2 \varepsilon_g / 2 \hbar^2}$. Сразу отметим, что случаю бесконечно высоких прямоугольных стенок в направлении OZ соответствует более высокий порог поглощения (в дальнейшем прерывистая линия соответствует случаю прямоугольных бесконечно высоких стенок, а непрерывная линия параболическому случаю). Это объясняется тем обстоятельством, что мы в выражениях $\omega_{pe(h)} = \gamma \hbar^2 / \mu_{e(h)} \rho_0^2$, $\omega_{le(h)} = \gamma \hbar^2 / \mu_{e(h)} L_0^2$ значение γ приняли (как и во всех остальных графиках) равным единице. При увеличении радиуса сечения цилиндра $2.25 \leq R \leq 5.5$ ($30\text{\AA} \leq \rho_0 \leq 75\text{\AA}$) кривые опускаются, что является следствием ослабления вклада размерного квантования в энергию НЗ, иными словами уменьшается эффективная ширина запрещенной зоны.

На рис.2 представлены зависимости пороговых частот поглощения от высоты цилиндрической КТ L при фиксированных значениях $R = 4.5$ ($\rho_0 = 60\text{\AA}$) и $F = 0.002$ ($\varepsilon = 100$ В/см). Из рисунка видно, что с увеличением L кривая, соответствующая случаю параболической аппроксимации, более чувствительна к изменению высоты КТ. Здесь также с увеличением L, т.е. с уменьшением вклада размерного квантования, порог поглощения уменьшается.

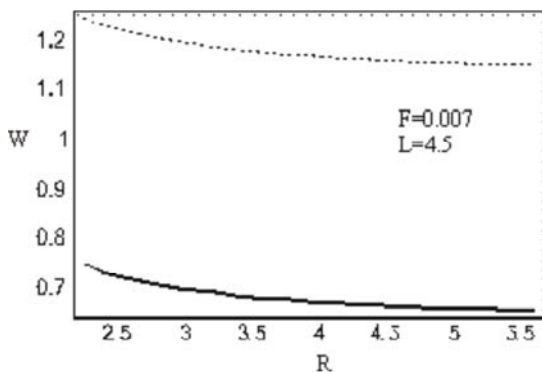


Рис.1

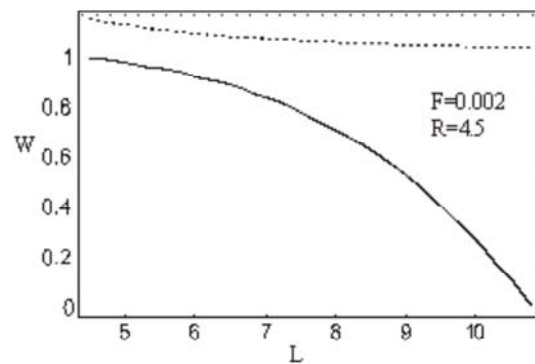


Рис.2

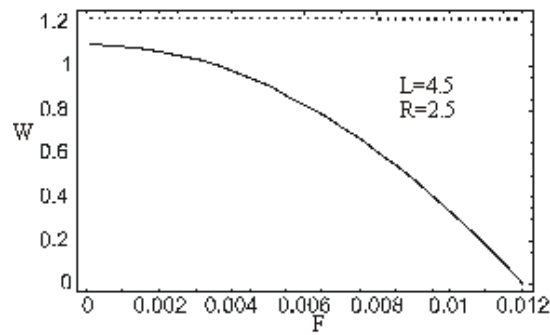


Рис. 3

Зависимость пороговой частоты от величины поля при фиксированных значениях $R = 2.5 (\rho_0 = 3.3 \text{ \AA})$ и $L = 4.5 (L_0 = 60 \text{ \AA})$ дана на рис. 3. Как и следовало ожидать, увеличение поля ($10 \leq \varepsilon \leq 600 \text{ В/см}$) приводит к уменьшению эффективной ширины запрещенной зоны, вследствие чего кривые опускаются. При этом кривая, соответствующая параболическому ограничивающему потенциалу, изменение поля чувствует гораздо сильнее. Отметим, что приведенные кривые соответствуют переходу из основного состояния зоны тяжелых дырок в основное состояние зоны проводимости.

Отметим также, что поглощение электромагнитной волны в гетероструктуре с одной КТ незначительно, поскольку электроны, ответственные за поглощение, локализованы в слое, очень узком по сравнению с областью локализации волны. Поэтому в экспериментах необходимо использовать гетероструктуры с большим числом КТ.

Наконец особо хочется остановиться на особенностях поведения электрона в цилиндрической КТ под действием однородного электрического поля для второй модели ограничивающего потенциала. Согласно работе [8] поведение возбужденных энергетических уровней электрона имеет, в зависимости от напряженности поля, немонотонный характер. А именно, при сравнительно малых значениях поля согласно [8] уровни поднимаются, однако при дальнейшем увеличении поля они начинают опускаться. Авторы объясняли этот эффект поведением квадрата амплитуды волновой функции в зависимости от величины накладываемого поля. Однако такое поведение энергетических уровней носит чисто формальный характер и обусловлено выбором системы отсчета (в данном случае начало отсчета связано с серединой КТ). Можно показать, что выбирая начало отсчета не в середине цилиндра, а на одном из его оснований, это немонотонное поведение исчезнет¹. Ясно, что в реально измеряемых физических параметрах такая немонотонность никак не должна проявляться. Именно об этом свидетельствуют приведенные графики зависимостей пороговых частот, ход которых является исключительно монотонным.

Данная работа выполнена в рамках национальной программы "Полупроводниковая наноэлектроника" и международного гранта INTAS # 0175WP.

^аЕреванский государственный университет

^бРоссийско-Армянский (Славянский) государственный университет

Литература

1. *Эфрос Ал. Л., Эфрос А. Л.* - ФТП. 1982. Т. 16. С. 772.
2. *Андреев А. Д., Липовский А. А.* - 1999. ФТП. Т. 33. С. 1450.
3. *Atoyán M. S., Kazaryan E. M., Sarkisyan H. A.* - Phys. 2004. E. V. 22. P. 860.
4. *Sarkisyan H. A.* - Modern Phys. Lett. B. 2002. V. 16. P. 835.
5. *Martinez-Pastor J. et al.* - Phys. E. 2003. V. 17. P. 46.
6. *Sarkisyan H. A.* - Modern Phys. Lett. B. 2004. V. 18. P. 443.
7. *Демиховский В. Я., Вугальтер Г. А.* Физика квантовых низкоразмерных структур. М. Логос. 2000.
8. *Matsuura M., Kamizato T.* - Phys. Rev. B. 1986. V. 33. P. 8385.

Footnotes:

- ¹Отметим, что внимание авторов на это обстоятельство обратил Л. С. Петросян.

Ակադեմիկոս Է. Մ. Ղազարյան, Մ. Ս. Աթոյան, Հ. Ա. Սարգսյան

Միջգոտիական օպտիկական կլանումը գլանային կտրվածքով քվանտային կետերում
Էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ

Ուսումնասիրված է լույսի միջգոտիական օպտիկական ուղիղ կլանումը գլանային կտրվածքով քվանտային կետերում էլեկտրական դաշտի առկայությամբ: Դիտարկված է սահմանափակող պոտենցիալի երկու դեպք: Հաշվված են համապատասխան կլանման գործակիցները: Կատարված են կլանման շեմային հաճախությունների գրաֆիկական համեմատություններ: