УДК 539.3

С. А. Мелкумян, В. С. Тоноян

Контактная задача термоупругости для ортотропной полуплоскости с вертикальным конечным разрезом

(Представлено академиком Б.Л. Абрамяном 21/V 2003)

Рассматривается плоская контактная задача термоупругости для ортотропной полуплоскости ($z \geq 0, |x| < \infty$) с вертикальным конечным разрезом ($0 < z < b$) начиная с горизонтальной границы ($z = 0$). Главное направление ортотропии полуплоскости совпадает с направлением координатной оси.

На конечном участке границы ($|x| \leq a$) полуплоскости приложен горячий жесткий штамп с основанием произвольной гладкой формы, расположенный симметрично относительно оси разреза ($x = 0$). Предполагается, что трение между штампом и полуплоскостью отсутствует, а граница вне штампа и разрез теплоизолированы. Также для простоты принимается, что граница полуплоскости вне штампа свободна от внешних напряжений, а в разрезе действует только нормальное давление.

Рассматривается плоское деформированное состояние ($U_y = 0$, $[(\partial\overline{U})/(\partial y)] = 0$, $[(\partial T)/(\partial y)] = 0$), и задача решается методом Фурье, когда в качестве основных неизвестных принимаются перемещения ($U_x(x,z), U_z(x,z)$) и температурная функция ($T(x,z)$). Решение задачи ищется в виде суммы интегралов Фурье. Поиск произвольных функций интегрирования в конечном счете сводится к решению системы из трех "парных" интегральных уравнений. Эта система, в свою очередь, сводится к интегральному уравнению Фредгольма второго рода. Показано, что решение последнего уравнения может быть найдено методом последовательных приближений. Выведены все расчетные формулы для определения напряженно-деформированного состояния в любой точке полуплоскости.

В частных случаях, когда длина разреза стремится к нулю или к бесконечности, показано, что получается контактная задача плоской теории термоупругости для полуплоскости без разреза и для четвертьплоскости (квадранта) соответственно.

Так как задача симметрична относительно оси разреза ($x = 0$), то можно ограничиться рассмотрением только четверти плоскости ($0 < x < \infty$, $0 < z < \infty$), соответствующей граничным условиям:

$$q_x(0,z) = 0, \ (0 < z < \infty), \tag{1}$$

$$T(x,0) = f_1(x), \ (0 < x \leq a), \ q_z(x,0) = 0, \ (a < x < \infty), \tag{2}$$

$$\tau_{zx}(x,0) = 0, \ (0 < x < \infty), \ \tau_{xz}(0,z) = 0, \ (0 < z < \infty), \tag{3}$$

$$u_z(x,0) = f_2(x),\ (0 < x \le a),\ \sigma_z(x,0) = 0,\ (a < x < \infty), \tag{4}$$

$$\sigma_x(0,z) = f_3(z),\ (0 < z < b),\ u_x(0,z) = 0,\ (b \le z < \infty). \tag{5}$$

Решение задачи ищем в виде сумм интегралов Фурье:

$$\begin{gathered}
u_x(x,z) = \int_0^\infty \alpha \overline{U}(\alpha,z)\sin\alpha x d\alpha + \int_0^\infty \beta \overline{U}^*(\beta,x)\cos\beta z d\beta, \\
u_z(x,z) = \int_0^\infty \alpha \overline{W}(\alpha,z)\cos\alpha x d\alpha + \int_0^\infty \beta \overline{W}^*(\beta,x)\sin\beta z d\beta, \\
T(x,z) = \int_0^\infty \alpha^2 \overline{T}(\alpha,z)\cos\alpha x d\alpha + \int_0^\infty \beta^2 \overline{T}^*(\beta,x)\cos\beta z d\beta, \\
(0 < x < \infty,\ \ 0 < z < \infty).
\end{gathered} \tag{6}$$

Затухающие в бесконечности неизвестные плотности интегралов Фурье (6) представляются в виде:

$$\begin{gathered}
\overline{U}(\alpha, z) = \frac{1}{c_{11}} \sum_{j=1}^{2} \Delta_1(t_j) A_j(\alpha) e^{-\alpha t_j z} - \frac{1}{c_{11}} C(\alpha) e^{-[(\alpha)/(\lambda)]z}, \\
\overline{U}^*(\beta,x) = \frac{1}{c_{11}} \sum_{k=1}^{2} \frac{\Delta_1(t_k)}{t_k^2} B_k(\beta) e^{-[(\beta)/(t_k)]x} - \frac{\lambda}{c_{11}} D(\beta) e^{-\lambda\beta x}, \\
\overline{W}(\alpha, z) = \frac{1}{c_{44}} \sum_{j=1}^{2} \Delta_2(t_j) A_j(\alpha) e^{-\alpha t_j z} - \frac{1}{\lambda} \frac{k^*}{c_{11}} C(\alpha) e^{-[(\alpha)/(\lambda)]z}, \\
\overline{W}^*(\beta,x) = \frac{1}{c_{11}} \sum_{k=1}^{2} \Delta_2(t_k) B_k(\beta) e^{-[(\beta)/(t_k)]x} - \frac{k^*}{c_{44}} D(\beta) e^{-\lambda\beta x}, \\
\overline{T}(\alpha, z) = \frac{1}{\lambda^2} \cdot \frac{d}{T_0 \gamma_{11}} C(\alpha) e^{-[(\alpha)/(\lambda)]z}, \quad \overline{T}^*(\beta, x) = -\frac{d}{\gamma_{11} T_0} D(\beta) e^{-\lambda\beta x}.
\end{gathered} \tag{7}$$

Здесь $A_j(\alpha)$, $B_k(\beta)$, $C(\alpha)$, $D(\beta)$ - неизвестные функции интегрирования, которые можно определить из условий (1)-(5), а плотности и коэффициенты, входящие в (7) определяются по формулам:

$$\Delta_1(t_k) = \left(\frac{c_{13}}{c_{44}} + 1 \right) t_k, \quad \Delta_2(t_k) = 1 - \frac{c_{44}}{c_{11}} t_k^{\,2},$$

$$k^* = \frac{\dfrac{\lambda_{33}}{\lambda_{11}} - \dfrac{c_{44}}{c_{11}} - \dfrac{\gamma_{33}}{\gamma_{11}} \left(\dfrac{\lambda_{33}}{\lambda_{11}} - \dfrac{c_{44}}{c_{11}} \right)}{\dfrac{c_{33}}{c_{44}} - \dfrac{\lambda_{33}}{\lambda_{11}} - \dfrac{\gamma_{33}}{\gamma_{11}} \cdot \dfrac{c_{13} + c_{44}}{c_{44}}}, \tag{8}$$

$$d = \frac{\dfrac{\lambda_{33}}{\lambda_{11}} \left(1 + \dfrac{c_{13} + c_{44}}{c_{44}} \cdot \dfrac{c_{13} + c_{44}}{c_{11}} \right) - \dfrac{c_{44}}{c_{11}}}{T_0 \left(\dfrac{c_{33}}{c_{44}} - \dfrac{\lambda_{33}}{\lambda_{11}} - \dfrac{\gamma_{33}}{\gamma_{11}} \cdot \dfrac{c_{13} + c_{44}}{c_{44}} \right)}.$$

Из решения биквадратного уравнения

$$\frac{c_{33}}{c_{11}} t^4 + \left(\frac{c_{13}c_{13}}{c_{44}c_{11}} + 2\frac{c_{13}}{c_{11}} - \frac{c_{33}}{c_{44}} \right) t^2 + 1 = 0 \tag{9}$$

определяется t_k ($\mathrm{Re}\, t_k > 0$).

В формулах (6)-(9) имеем: c_{11}, c_{13}, c_{33} и c_{44} - модули упругости материала, $\lambda^2 = [(\lambda_{33})/(\lambda_{11})]$ - отношение коэффициентов теплопроводности тела в направлении оси 0z и перпендикулярном к ней, γ_{11}, γ_{33} - температурные коэффициенты механических напряжений, соответственно по направлению оси 0x и 0z, $T = \tilde{T} - T_0$ - относительная, абсолютная и начальная температура.

Используя основные соотношения теории термоупругости [1,2] для исследуемой среды и (6), (7), можно все компоненты термоупругого поля выразить через $A_j(\alpha)$, $B_k(\beta)$, $C(\alpha)$ и $D(\beta)$:

$$\sigma_x(x,z) = \int_0^\infty \alpha^2 \bar{\sigma}_x(\alpha,z)\cos\alpha x d\alpha + \int_0^\infty \beta^2 \bar{\sigma}^*_z(\beta,x)\cos\beta z d\beta,$$

$$\sigma_z(x,z) = \int_0^\infty \alpha^2 \bar{\sigma}_z(\alpha,z)\cos\alpha x d\alpha + \int_0^\infty \beta^2 \bar{\sigma}^*_x(\beta,x)\cos\beta z d\beta,$$

$$\tau_{zx}(x,z) = \int_0^\infty \alpha^2 \bar{\tau}_{zx}(\alpha,z)\sin\alpha x d\alpha + \int_0^\infty \beta^2 \bar{\tau}^*_{zx}(\beta,x)\sin\beta z d\beta,$$

$$q_x(x,z) = \int_0^\infty \alpha^3 \bar{q}_x(\alpha,z)\sin\alpha x d\alpha + \int_0^\infty \beta^3 \bar{q}^*_x(\beta,x)\cos\beta z d\beta, \qquad (10)$$

$$q_z(x,z) = \int_0^\infty \alpha^3 \bar{q}_z(\alpha,z)\cos\alpha x d\alpha + \int_0^\infty \beta^3 \bar{q}^*_z(\beta,x)\sin\beta z d\beta.$$

Здесь:

$$\bar{\sigma}_x(\alpha,z) = \sum_{j=1}^{2} \left[\Delta_1(t_j) - \frac{c_{13}}{c_{44}} \Delta_2(t_j)t_j \right] A_j(\alpha)e^{-\alpha t_j z} + \sigma_x^{(0)} C(\alpha)e^{-[(\alpha)/(\lambda)]z},$$

$$\bar{\sigma}^*_x(\beta,x) = \sum_{k=1}^{2} \left[-\frac{\Delta_1(t_k)}{t_k^{\,3}} + \frac{c_{13}}{c_{44}} \Delta_2(t_k) \right] B_k(\beta)e^{-[(\beta)/(t_k)]x} - \sigma_x^{*(0)} D(\beta)e^{-\lambda\beta x},$$

$$\bar{\sigma}_z(\alpha,z) = \sum_{j=1}^{2} \left[\frac{c_{13}}{c_{11}} \Delta_1(t_j) - \frac{c_{33}}{c_{44}} \Delta_2(t_j)t_j \right] A_j(\alpha)e^{-\alpha t_j z} + \sigma_z^{(0)} C(\alpha)e^{-[(\alpha)/(\lambda)]z},$$

$$\overline{\sigma}_z^*(\beta,x) = \sum_{k=1}^{2}\left[-\frac{c_{13}}{c_{11}}\cdot\frac{\Delta_1(t_j)}{t_k^3}+\frac{c_{33}}{c_{44}}\Delta_2(t_j)\right]B_k(\beta)e^{-[(\beta)/(t_k)]x}-\sigma_z^{*(0)}C(\beta)e^{-\lambda\beta x},$$

$$\overline{\tau}_{zx}(\alpha,z) = \sum_{j=1}^{2}\left[\frac{c_{44}}{c_{11}}\Delta_1(t_j)t_j+\Delta_2(t_j)\right]A_j(\alpha)e^{-\alpha t_j z}+\tau_{zx}^{(0)}C(\alpha)e^{-[(\alpha)/(\lambda)]z},$$

$$\overline{\tau}_{zx}^*(\beta,x) = -\sum_{k=1}^{2}\left[\frac{c_{44}}{c_{11}}\cdot\frac{\Delta_1(t_j)}{t_k^2}-\frac{\Delta_2(t_k)}{t_k}\right]B_k(\beta)e^{-[(\beta)/(t_k)]x}+\tau_{zx}^{*(0)}D(\beta)e^{-\lambda\beta x},$$

$$\overline{q}_x(\alpha,z) = q_x^{(0)}C(\alpha)e^{-[(\alpha)/(\lambda)]z},\qquad \overline{q}_x^*(\beta,x) = q_x^{*(0)}D(\alpha)e^{-\lambda\beta x}, \tag{11}$$

$$\overline{q}_z(\alpha,z) = q_z^{(0)}C(\alpha)e^{-[(\alpha)/(\lambda)]z},\qquad \overline{q}_z^*(\beta,x) = q_z^{*(0)}D(\alpha)e^{-\lambda\beta x},$$

где

$$\sigma_x^{(0)}=\frac{c_{13}}{c_{44}}\cdot\frac{k^*}{\lambda^2}-\frac{d}{T_0\lambda^2}-1,\qquad \sigma_x^{*(0)}=\lambda^2-\frac{c_{13}}{c_{44}}k^*+\frac{d}{T_0},$$

$$\sigma_z^{(0)}=\frac{c_{33}}{c_{44}}\cdot\frac{k^*}{\lambda^2}-\frac{c_{13}}{c_{11}}-\frac{d}{T_0\lambda^2},\qquad \sigma_z^{*(0)}=\frac{c_{13}}{c_{11}}\lambda^2-\frac{c_{33}}{c_{44}}k^*+\frac{d}{T_0}\cdot\frac{\gamma_{33}}{\gamma_{11}},$$

$$\tau_{zx}^{(0)}=\left(\frac{c_{44}}{c_{11}}+k^*\right)\frac{1}{\lambda},\qquad \tau_{zx}^{*(0)}=\left(\frac{c_{44}}{c_{11}}+k^*\right)\lambda, \tag{12}$$

$$q_x^{(0)}=\frac{d}{\gamma_{11}}\cdot\frac{\lambda_{11}}{T_0\lambda^2},\qquad q_x^{*(0)}=-\frac{d}{\gamma_{11}}\cdot\frac{\lambda_{11}\lambda}{T_0},$$

$$q_z^{(0)}=\frac{d}{\gamma_{11}}\cdot\frac{\lambda_{33}}{T_0\lambda^3},\qquad q_z^{*(0)}=-\frac{d}{T_0}\cdot\frac{\lambda_{33}}{\gamma_{11}}.$$

Удовлетворяя граничным условиям (1) и (3), получаем:

$$D(\beta) = 0, \tag{13}$$

$$A_j(\alpha) = a_j A_j(\alpha) + b_j C(\alpha), \tag{14}$$

$$B_k(\beta) = b_k^* B_1(\beta), \tag{15}$$

где

$$\begin{gathered}
a_1 = 1,\ b_1 = 0,\ a_2 = -\frac{a_{11}}{a_{12}},\ b_2 = \frac{\tau_{zx}^{(0)}}{a_{12}},\ b_1^* = 1,\ b_2^* = -\frac{b_{11}}{b_{12}}, \\
a_{1j} = \frac{c_{44}}{c_{11}} \Delta_1(t_j)t_j + \Delta_2(t_j),\ j = 1,2, \quad b_{1k} = \frac{c_{44}}{c_{11}} \cdot \frac{\Delta_1(t_k)}{t_k^2} - \frac{\Delta_2(t_k)}{t_k},\ k = 1,2.
\end{gathered} \tag{16}$$

Имея в виду (13), (14), (15) и удовлетворяя смешанным граничным условиям (2), (4), (5), решение задачи сведено к решению следующих систем из трех парных интегральных уравнений [3]:

$$\begin{cases}
\int_0^\infty \alpha^2 C(\alpha)\cos\alpha x d\alpha = \dfrac{\lambda^2 T_0 \gamma_{11}}{d} f_1(x) \quad (0 < x \le a), \\
\int_0^\infty \alpha^3 C(\alpha)\cos\alpha x d\alpha = 0 \quad (0 < x < \infty)
\end{cases} \tag{17}$$

$$\begin{cases}
\int_0^\infty \alpha A_1(\alpha)\cos\alpha x d\alpha = f_2^*(x) \quad (0 < x \le a), \\
\int_0^\infty \alpha^2 a_1(\alpha)\cos\alpha x d\alpha = f_4(x) - \dfrac{1}{m_{21}} \sum_{k=1}^{2} b_{1k}^* \int_0^\infty \beta^2 e^{-[(\beta)/(t_k)]x} B_1(\beta) d\beta \quad (a < x < \infty),
\end{cases} \tag{18}$$

$$\begin{cases} \int\limits_0^\infty \beta^2 B_1(\beta)\cos\beta z d\beta = f_3^*(z) - \dfrac{1}{n_{11}} \sum\limits_{j=1}^{2} a_{2j} a_j \int\limits_0^\infty \alpha^2 e^{-\alpha t_j z} A_1(\alpha) d\alpha \quad (0 < z < b) \\ \int\limits_0^\infty \beta B_1(\beta)\cos\beta z d\beta = 0 \quad (b \le z < \infty), \end{cases} \tag{19}$$

где

$$f_2^*(x) = \frac{1}{m_{11}} f_2(x) - \frac{m_{12}}{m_{11}} \int\limits_0^\infty \alpha C(\alpha)\cos\alpha x d\alpha,$$

$$f_4(x) = -\frac{m_{22}}{m_{21}} \int\limits_0^\infty \alpha^2 C(\alpha)\cos\alpha x d\alpha,$$

$$f_3^*(z) = \frac{1}{n_{11}} f_3(z) - \frac{1}{n_{11}} \sum_{j=1}^{2} a_{2j} b_j \int\limits_0^\infty \alpha^2 e^{-\alpha t_j z} C(\alpha) d\alpha - \frac{1}{n_{11}} \sigma_x^{(0)} \int\limits_0^\infty \alpha^2 e^{-[(\alpha)/(\lambda)]z} C(\alpha) d\alpha, \tag{20}$$

$$m_{11} = \frac{1}{c_{44}} \sum_{j=1}^{2} \Delta_2(t_j) a_j, \qquad m_{12} = \frac{1}{c_{44}} \left[\sum_{j=1}^{2} \Delta_2(t_j) b_j - \frac{k^*}{\lambda} \right],$$

$$m_{21} = \sum_{j=1}^{2} \left[\frac{c_{13}}{c_{11}} \Delta_1(t_j) - \frac{c_{33}}{c_{44}} \Delta_2(t_j) t_j \right] a_j, \; m_{22} = \sum_{j=1}^{2} \left[\frac{c_{13}}{c_{11}} \Delta_1(t_j) - \frac{c_{33}}{c_{44}} \Delta_2(t_j) t_j \right] b_j + \sigma_z^{(0)},$$

$$n_{11} = \sum_{k=1}^{2} \left[-\frac{\Delta_1(t_k)}{t_k^3} + \frac{c_{13}}{c_{44}} \Delta_2(t_k) \right] b_k^*, \qquad a_{2j} = \Delta_1(t_j) - \frac{c_{13}}{c_{44}} \Delta_2(t_j) t_j,$$

решения, подобные (17), (18), (19) - парные интегральные уравнения рассматривались в работах [4-7] и др.

Решая эти уравнения методом преобразующих операторов, получаем:

$$C(\alpha) = -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha^2} \int\limits_0^a t\varphi_1(t) J_1(\alpha t) dt \tag{21}$$

$$A_1(\alpha) = -\frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{\alpha}\int_0^a \eta\varphi_2(\eta)J_1(\alpha\eta)d\eta - \frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{\alpha}\int_a^\infty \varphi_4(\eta)J_1(\alpha\eta)d\eta +$$

$$+\frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{m_{21}}\sum_{k=1}^{2} b_{1k}{}^{*}\int_0^\infty \beta^2 B_1(\beta)d\beta\int_a^\infty \eta K_1\left(\frac{\beta}{t_k}\eta\right)J_1(\alpha\eta)d\eta, \tag{22}$$

$$B_1(\beta) = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{\beta}\int_0^\beta r\varphi_3(r)J_0(\beta r)dr - \frac{1}{n_{11}}\sum_{j=1}^{2} a_{2j}a_j\int_0^b r[\,I_0(\alpha t_j r) - L_0(\alpha t_j r)]\,J_0(\beta r)dr, \tag{23}$$

где

$$\varphi_1(t) = \frac{\lambda^2 T_0\gamma_{11}}{d}\cdot\frac{d}{dt}\int_0^t \frac{f_1(x)}{\sqrt{t^2 - x^2}}dx,\quad \varphi_2(\eta) = \frac{d}{d\eta}\int_0^\eta \frac{f_2^{*}(x)}{\sqrt{\eta^2 - x^2}}dx,$$

$$\varphi_4(\eta) = \int_\eta^\infty \frac{xf_4(x)}{\sqrt{x^2 - \eta^2}}dx,\quad \varphi_3(r) = \int_0^r \frac{f_3^{*}(z)}{\sqrt{r^2 - z^2}}dz,$$

$J_i(x)$ - функция Бесселя первого рода от действительного аргумента, $K_i(x)$ - функция Макдональда, $I_i(x)$ - функция Бесселя первого рода от мнимого аргумента, $L_i(x)$ - функция Струве от мнимого аргумента.

Исключая $A_1(\alpha)$ из (22) и (23), для определения $B(\beta)$ получаем следующее интегральное уравнение Фредгольма второго рода:

$$B(\beta) = \Omega(\beta) + \int_0^\infty B(\gamma)K(\gamma,\beta)d\gamma, \tag{24}$$

где

$$B(\beta) = \beta B_1(\beta), \tag{25}$$

$$\Omega(\beta) = \frac{2}{\pi}\int_0^b r\varphi_3(r)J_0(\beta r)dr + \frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{n_{11}}\sum_{j=1}^{2} a_{2j}a_j\Big[\int_0^a \eta\varphi_2(\eta)d\eta + \tag{26}$$

$$+\int\limits_a^\infty \varphi_4(\eta)d\eta\Big]\int\limits_0^\infty \alpha J_1(\alpha\eta)d\alpha\int\limits_0^b rJ_0(\beta r)\Big[I_0(\alpha t_j r)-L_0(\alpha t_j r)\Big]dr,$$

$$K(\gamma,\beta)=\frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{n_{11}}\cdot\frac{\gamma}{m_{21}}\sum_{j=1}^{2}a_{2j}a_j\sum_{k=1}^{2}b_{1k}{}^{*}\int\limits_a^\infty \eta K_1\left(\frac{\gamma}{t_k}\eta\right)d\eta\,\cdot$$

$$\cdot\int\limits_0^\infty \alpha J_1(\alpha\eta)d\alpha\int\limits_0^b rJ_0(\beta r)\Big[L_0(\alpha t_j r)-I_0(\alpha t_j r)\Big]dr. \qquad (27)$$

Исходя из результатов [4], доказана разрешимость уравнения (24). Решая (24) методом последовательных приближений, определяем $B(\beta)=\beta B_1(\beta)$, далее по формулам (22), (15) и (14) определяем все искомые функции.

Используя формулы (12), (11), (10), (8), (7) и (6), можно определить все компоненты термоупругого поля в любой точке полуплоскости.

В частности, температурный поток и напряжения под штампом, а также напряжения вне разреза определяются по формулам:

$$q_z(x,0)=\frac{2}{\pi}q_z^{(0)}\frac{a\varphi_1(a)}{\sqrt{a^2-x^2}}-\frac{2}{\pi}q_z^{(0)}\int\limits_x^a\frac{\varphi_1(t)-t\varphi_1'(t)}{\sqrt{t^2-x^2}}dt \quad (0<x<a),$$

$$\sigma_z(x,0)=\frac{2}{\pi}\cdot\frac{m_{22}a\varphi_1(a)+m_{21}[a\varphi_1(a)-\varphi_4(a)+F(a)]}{\sqrt{a^2-x^2}}-$$

$$-\frac{2}{\pi}\int\limits_x^a\frac{m_{21}[\varphi_2(\eta)+\eta\varphi_2'(\eta)]+m_{22}[\varphi_1(\eta)+\eta\varphi_1'(\eta)]}{\sqrt{\eta^2-x^2}}d\eta+$$

$$+\frac{2}{\pi}m_{21}\int\limits_a^\infty\frac{\varphi_4'(\eta)-F'(\eta)}{\sqrt{\eta^2-x^2}}d\eta+\sum_{k=1}^{2}b_k{}^{*}\int\limits_0^{\text{infty}}\beta^2e^{-\beta t_k{}^{-1}x}B_1(\beta)d\beta \quad (0<x<a),$$

$$\sigma_x(0,z) = -\frac{2}{\pi} n_{11} z \frac{\varphi_3(b) + F_1(b)}{\sqrt{z^2 - b^2}} +$$

$$+\frac{2}{\pi} n_{11} z \int_0^b \frac{\varphi'_3(r) + F'_1(r)}{\sqrt{z^2 - r^2}} dr + \sum_{j=1}^{2} a_{2j} a_j \int_0^\infty \alpha^2 e^{-\alpha t_j z} A_1(\alpha) d\alpha + \tag{28}$$

$$+\sum_{j=1}^{2} a_{2j} b_j \int_0^\infty \alpha^2 e^{-\alpha t_j z} C(\alpha) d\alpha + \sigma_x^{(0)} \int_0^\infty \alpha^2 e^{-[(\alpha)/(\lambda)]z} C(\alpha) d\alpha \quad (b < z < \infty),$$

где

$$F(\eta) = \frac{\eta}{m_{21}} \sum_{k=1}^{2} b_{1k}{}^* \int_0^\infty \beta^2 K_1\left(\frac{\beta}{t_k}\eta\right) B_1(\beta) d\beta,$$

$$F_1(r) = -\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{n_{11}} \sum_{j=1}^{2} a_{2j} a_j \int_0^\infty \alpha^2 \left[I_0(\alpha t_j r) - L_0(\alpha t_j r) \right] A_1(\alpha) d\alpha. \tag{29}$$

Институт механики НАН РА
ЕрГУАС

Литература

1. *Новацкий В.* Вопросы термоупругости. М. 1962. 364 с.
2. *Уздалев А.И.* Некоторые задачи термоупругости анизотропного тела. Изд. Сарат. ун-та. 1967. 167 с.
3. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М. Наука. 1971. 1108 с.
4. *Тоноян В.С., Мелкумян С.А.* - ДАН Арм. 1991. Т. 92. N 3. С. 133-137.
5. *Мелкумян С.А.* - ДАН АрмССР. 1972. N 2. С. 82-93.
6. *Тоноян В.С., Мелкумян С.А.* - ДАН АрмССР. 1970. Т. 1. N 3. С. 144-149.
7. *Уфлянд Я.С.* Метод парных уравнений в задачах математической физики. Л. Наука. 1977. 220 с.

Ս.Ա. Մելքումյան, Վ.Ս. Տոնոյան

Ուղղահայաց վերջավոր ճեղքով օրթոտրոպ կիսահարթության համար ջերմառաձգականության կոնտակտային խնդիր

Դիտարկված է եզր դուրս եկող ուղղաձիգ ճեղքով թուլացված օրթոտրոպ կիսահարթության ջերմառաձգականության տեսության կոնտակտային խնդիրը, երբ կիսահարթությանը ճնշում է ճեղքի առանցքին սիմետրիկ դասավորված, ողորկ հիմքով, տաքացված կոշտ դրոշմը: Ընդունված է, որ դրոշմից դուրս ջերմամեկուսացված հորիզոնական եզրում բացակայում են արտաքին մեխանիկական լարումները և ուղղաձիգ ջերմամեկուսացված ճեղքում ազդում են միայն արտաքին նորմալ լարումներ: Խնդրի լուծումը փնտրված է Ֆուրյեի ինտեգրալների գումարի տեսքով: Ինտեգրման անհայտ ֆունկցիաների որոշումը նախ բերվել է երեք զույգ ինտեգրալ հավասարումներից բաղկացած համակարգի լուծման, իսկ այնուհետև Ֆրեդհոլմի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարման լուծման: Ցույց է տրված այդ հավասարման լուծելիությունը: