ФИЗИКА

УДК 537.87

Б. В. Хачатрян

"Зоны Френеля" в дифракционном излучении

(Представлено академиком М. Л. Тер-Микаеляном 27/III 2003)

Хорошо известно, что если на пути движения заряженной частицы встречаются какие-либо оптические неоднородности, то часть электромагнитного поля частицы отрывается от нее в виде излучения - происходит дифракция поля частицы на встречных препятствиях - дифракционное излучение (см.[1] и имеющуюся там литературу).

Решение задач по дифракционному излучению - предмет математической физики, круг точно решаемых задач весьма ограничен, и поэтому важно разработать приближенный, простой и эффективный метод расчета дифракционного излучения. В работах [2,3] предложен такой метод, справедливый для релятивистских скоростей заряда ($\beta = [v/c] \sim 1$), малых углов излучения ($\theta << 1$) и длин волн λ, малых по сравнению с характерными размерами a препятствий ($\lambda << a$).

Рассмотрим дифракционное излучение, возникающее при пролете заряда через центр круглого отверстия радиуса a в бесконечном плоском проводящем экране. Начало координат выберем в центре отверстия, плоскость отверстия (и экрана) совместим с плоскостью z = 0, скорость заряда v направим вдоль оси z.

В работе [2] показано, что Фурье - образ монохроматической компоненты поля излучения $\vec{E} \equiv \vec{E}(\omega)$ определяется соответствующей компонентой собственного поля заряда $\vec{E}^{(0)}$ по формуле

$$E_{x,y}(k_x,k_y) = -\frac{1}{(2\pi)^2}\int_S E_{x,y}{}^0(x,y)e^{-i\vec{k}\vec{\rho}}\,dS, \qquad (1)$$

где интегрирование ведется по части плоскости z = 0, занятой экраном, $\vec{k} = [(\omega)/c]\vec{n}$ - волновой вектор, $\vec{n}$ - направление излучения, $\vec{\rho}$ - радиус-вектор в плоскости z = 0,

$$E_{x,y}{}^0(x,y) \frac{e\alpha}{\pi v} e^{i[(\omega z)/v]} \frac{x, y}{\sqrt{x^2+y^2}} K_1\left(\alpha\sqrt{x^2+y^2}\right), \quad \alpha = \frac{\omega}{\gamma v} = \frac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2},$$

(e - заряд частицы, $K_1(\alpha\rho)$ - функция Макдональда).

(В [4,5], используя формулу (1) и ссылаясь при этом на книгу [1], допускается неточность - утверждается, что в (1) интегрирование ведется по площади отверстия. Эта неточность, как нам кажется, является результатом невнимательности и того факта, что авторы работ [4,5], по-видимому, не были знакомы с оригинальными работами [2,3], в которых четко говорится об интегрировании по площади экрана).

Интегрируя в (1) с использованием формулы (см.[6])

$$\int_0^a xJ_n(qx)K_n(\alpha x)dx = \tag{2}$$
$$=(q^2+\alpha^2)^{-1}\left[\left(\frac{q}{\alpha}\right)^n - qaJ_{n-1}(qa)K_n(\alpha a) - \alpha aJ_n(qa)K_{n-1}(\alpha a)\right],$$

получаем

$$E_x = \frac{ie\alpha}{2\pi^2 v(q^2+\alpha^2)}\left\{ qaJ_0(qa)K_1(\alpha a) + \alpha aJ_1(qa)K_0(\alpha a)\right\}, \quad E_y = 0, \tag{3}$$

где $q = [(\omega)/c]\theta$, $J_n(qa)$ - функции Бесселя. Формула (3) определяет также и поляризацию излучения - электрический вектор лежит в плоскости $(\vec{v}, \vec{n})$.

При фиксированной частоте ω и угле излучения θ формулой (3) определяется зависимость E_x от радиуса отверстия a. Наличие $J_0(x)$ и $J_1(x)$ означает, что с изменением аргумента этих функций происходят колебания значений E_x. Следовательно, при изменении радиуса a будем иметь усиление и ослабление интенсивности излучения. Что это действительно так, видно из рис. 1, где приведен график функции $f(x)$ при $p = 10^{-1}$, где

$$f(x) = xJ_0(x)K_1(px) + pxJ_1(x)K_0(px),$$

(здесь $x = qa$, $p = [(\alpha)/q] = (\beta\gamma\theta)^{-1} \approx (\gamma\theta)^{-1}$).

Нам понадобятся еще и точки экстремума функции $f(x)$, чтобы определить те значения радиуса отверстия a, при которых поле излучения E_x будет иметь большие значения. Вычислив $f'(x) = -(1+p^2)xJ_1(x)K_1(px)$ и приравняв $f'(x)$ нулю, получим, что искомые значения a_i определяются из условия $J_1(x_i) = 0$, $i = 0,1,2,3,\dots$, т.е. $a_i = [(x_i)/q]$, где x_i - нули функции $J_1(x)$.

Учитывая приведенную на рис.1 зависимость поля излучения от радиуса отверстия, а также тот факт, что при нахождении полей излучения производится интегрирование по площади экрана, приходим к выводу, что можно добиться усиления дифракционного излучения, если заряд будет пролетать через кольцевую "дифракционную решетку" - систему отверстий и экранов в виде концентрических колец-экранов с радиусами (a_0,a_1), (a_2,a_3), (a_4,a_5) и т.д. (см.рис.2). (Следует особо подчеркнуть, что хотя и a_0 должно равняться нулю (т.к. $x_0 = 0$), мы будем считать $a_0 \neq 0$ (и поэтому $x_0 \neq 0$), но близко к нулю настолько, что условие $\lambda << a_0$ можно считать выполненным). Считая a_0 отличным от нуля, мы увеличиваем долю дифракционного излучения за счет первого края радиуса a_0 первого кольца, наиболее близкого от траектории пролета заряда, где (у этого края) напряженность поля частицы больше; если $a_0 = 0$, то отсутствует отверстие радиуса a_0, отсутствует дифракционное излучение на этом отверстии и вместо дифракционного имеем, например, переходное излучение при пересечении зарядом экрана.

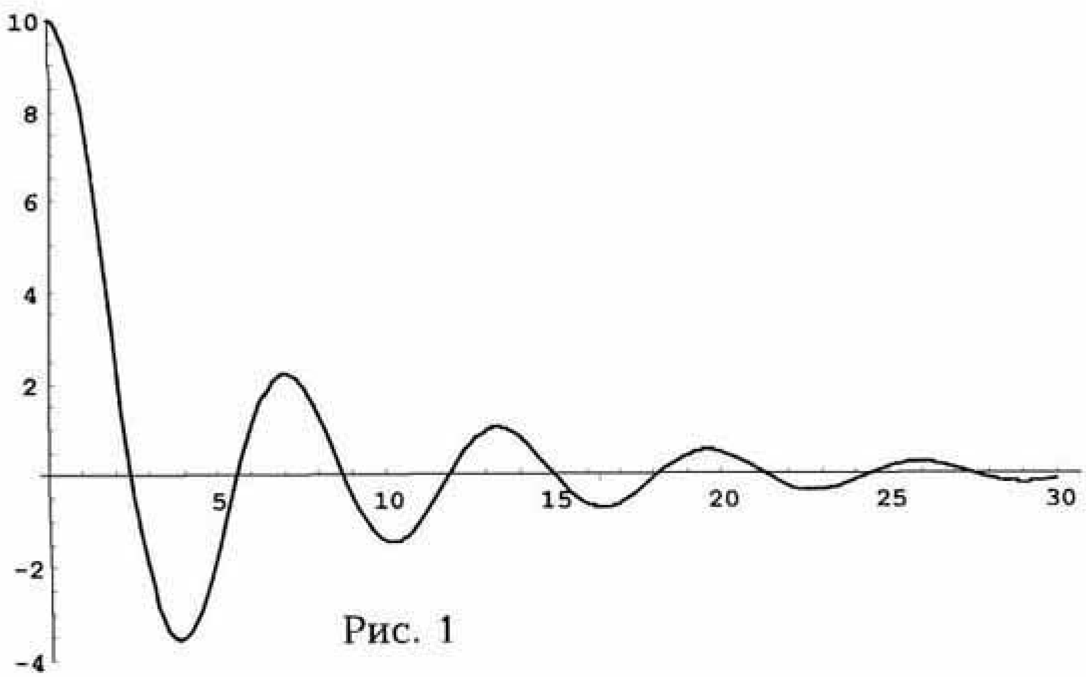

Рис. 1

Чтобы оценить эффективность действия системы колец, посчитаем интенсивность дифракционного излучения S_ω , возникающего при пролете заряда через центр системы на рис.2, и сравним ее с излучением $S_{0\omega}$ в случае пролета через центр одного отверстия радиуса a_0 в бесконечном экране. Поскольку спектральная плотность излучения в единицу телесного угла определяется формулой

$$\frac{d^2S_\omega}{d\omega d\Omega} = 2\pi^2 \frac{\omega^2}{c} \left(|E_x|^2 + |E_y|^2 \right),$$

то для сравнения достаточно посчитать отношение (обозначим его через N) полей излучения. Используя формулы (1) и (2), проинтегрировав по площадям колец-экранов, найдем

$$E_x = \frac{ie\alpha}{2\pi^2 v} \sum_{i=0}^{\infty} x_i |J_0(x_i)| K_1(px_i), \quad E_y = 0. \tag{4}$$

Так как функция $K_i(px_i)$ очень быстро спадает и отлична от нуля практически только при $px_i \sim 1$, то в сумме можно ограничиться лишь несколькими слагаемыми.

Исходя из формулы (4), оценим теперь величину N для случаев $p_1 = 10^{-1}$ и $p_2 = 10^{-2}$. Выбор этих значений $p < 1$ обусловлен тем, что чем меньше параметр p, тем точнее приближенная формула (1) [см. 2] и тем больше значение $f(x_0)$, т.е. в конечном итоге интенсивность дифракционного излучения. Ограничиваясь лишь четырьмя слагаемыми в (4) и подставляя нули функции $J_1(x)$: $x_1 = 3.83$; $x_2 = 7.016$; $x_3 = 10.17$; $x_4 = 13.32$, из [7] находим

$N_1 = 1.94$ (при $p_1 = 10^{-1}$, $\theta = 10^{-2}$, $x_0 = 0.5$),

$N_2 = 2.24$ (при $p_2 = 10^{-2}$, $\theta = 10^{-2}$, $x_0 = 0.5$).

Все параметры нужно взять из опыта, а параметр x_0 - из соответствующего графика функции f(x), но так, чтобы выполнялись условия $a_0 << \lambda$ и применимости приближенного метода.

Рис. 2 (масштаб не сохранен)

$a_0 : a_1 : a_2 : a_3 : a_4 : \ldots = x_0 : x_1 : x_2 : x_3 : x_4 : \ldots$

Таким образом, использование системы концентрических экранов приводит к усилению дифракционного излучения более чем в $N_1^2 \approx 3.7$ раза при $p_1 = 10^{-1}$ и более чем в $N_2^2 = 5$ раз в случае $p_2 = 10^{-2}$. Это означает, что система (рис.2) ведет себя как своеобразная зонная пластинка Френеля и величины $a_0, a_1 \ldots$ являются как бы аналогами радиусов зон Френеля.

Меняя длину волны λ и угол θ (при неизменном $q = [(2\pi\theta)/(\lambda)]$), можно использовать пластинку для других длин волн, но наблюдая усиление под иными углами.

Ереванский государственный университет

Литература

1. *Тер-Микаелян М. Л.* Влияние среды на электромагнтные процессы при высоких энергиях. Ереван. Изд. АН АрмССР. 1969. 457с. High Energy Electromagnetic Processes in Condensed Medium. Jhon-Wiley and Sons. N. Y. 1972.
2. *Тер-Микаелян М. Л., Хачатрян Б. В.*- ДАН АрмССР. 1965. Т. 40 N1. С. 13.
3. *Хачатрян Б. В.*- Изв. АН АрмССР. Серия физ-мат. наук. 1965. Т. 18. N2. С. 133.
4. *Fiorito R. B., Rule D. W.*- Nuc. Instrum. and Meth. 2001. B. 173. P. 67.
5. *Fiorito R. B.* Electron-Photon Interaction in Dense Media. NATO Science Series. II. Mathematics, Physics and Chemistry. 2001. V. 49. P. 91-107.
6. *Градштейн И. Г., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М. Физматгиз. 1962.
7. *Янке Е., Эмде Ф.*- Таблицы функций с формулами и кривыми. М. Физматгиз. 1959. 420 с.

Բ. Վ. Խաչատրյան

«Ֆրենելի գոտիները» դիֆրակցիոն ճառագայթման ընթացքում

Ցույց է տրված, որ դիֆրակցիոն ճառագայթումն ուսումնասիրելիս, հանգում ենք Ֆրենելի գոտիների գոյության փաստին, ինչը հնարավորություն է տալիս ուժեղացնել ճառագայթման ինտենսիվությունը: Նշված է երևույթի փորձնական ստուգման հնարավորությունը: