УДК 518.9

В.С. Амбарян

Связь между стратегиями погонного преследования и параллельного сближения при прямолинейном движении преследуемого

(Представлено академиком Ю.Г. Шукуряном 16/X 2002)

Пусть преследователь P и преследуемый E перемещаются в плоскости с постоянными по модулю скоростями α и β ($\alpha > \beta$) соответственно, и при этом в начальный момент времени t=0 игрок P находится в начале координат P(0)={0,0}, а игрок E в точке с координатами E(0)={a,0}.

Допустим, что игрок P в момент времени t=0 применяет стратегию погонного преследования [1,2], а игрок E выбирает любое прямолинейное движение, тогда, как показал В.Д. Ширяев [2], уравнение кривой множества точек поимки (встречи) имеет вид:

$$((x-a)^2+y^2-\alpha\beta^2/(\alpha^2-\beta^2)(x-a))^2=(a\alpha\beta/(\alpha^2-\beta^2))^2((x-a)^2+y^2). \tag{1}$$

Преобразуем уравнение (1) следующим образом:

$$(\alpha^2-\beta^2)((x-a)^2+y^2)-\alpha\beta^2(x-a)=a\alpha\beta\sqrt{(x-a)^2+y^2},$$

$$\alpha^2((x-a)^2+y^2)-\beta^2x^2+2a\beta^2x-a^2\beta^2-\beta^2y^2-a\beta^2x+a^2\beta^2=a\alpha\beta\sqrt{(x-a)^2+y^2},$$

$$\alpha^2((x-a)^2+y^2)-\beta^2(x^2+y^2)+a\beta^2x=a\alpha\beta\sqrt{(x-a)^2+y^2}.$$

Далее имеем:

$$\alpha^2((x-a)^2+y^2)-a\alpha\beta\sqrt{(x-a)^2+y^2}=\beta^2(x^2+y^2)-a\beta^2x,$$

$$(\alpha\sqrt{(x-a)^2+y^2}-a\beta/2)^2=\beta^2(x^2+y^2)-a\beta^2x+(a\beta/2)^2,$$

$$\alpha\sqrt{(x-a)^2+y^2}=\beta\sqrt{(x-a/2)^2+y^2)}+a\beta/2.$$

Откуда

$$\alpha^2((x-a)^2+y^2)=\beta^2((x-a/2)^2+y^2)+a\beta^2\sqrt{(x-a/2)^2+y^2}+(a\beta/2)^2,$$

$$\alpha^2x^2-2a\alpha^2x+(a\alpha)^2+\alpha^2y^2-\beta^2x^2+a\beta^2x-(a\beta)^2/2-\beta^2y^2=a\beta^2\sqrt{(x-a/2)^2+y^2},$$

$$(\alpha^2-\beta^2)(x^2+y^2)-(2a\alpha^2-a\beta^2)x+(a\alpha)^2-(a\beta)^2/2=a\beta^2\sqrt{(x-a/2)^2+y^2},$$

$$(x-a/2)^2+y^2+ax-(a/2)^2-(2a\alpha^2-a\beta^2)/(\alpha^2-\beta^2)(x-a/2)=$$
$$=a\beta^2/(\alpha^2-\beta^2)\sqrt{(x-a/2)^2+y^2}.$$

$$(x-a/2)^2+y^2+a(x-a/2)+a^2/4-(2a\alpha^2-a\beta^2)/(\alpha^2-\beta^2)(x-a/2)=$$
$$=a\beta^2/(\alpha^2-\beta^2)\sqrt{(x-a/2)^2+y^2}.$$

Окончательно получаем

$$((x-a/2)^2+y^2-a\alpha^2/(\alpha^2-\beta^2)(x-a/2)+(a/2)^2)^2=(a\beta^2/(\alpha^2-\beta^2))^2((x-a/2)^2+y^2). \qquad (2)$$

Таким образом, мы показали, что уравнения (1) и (2) эквивалентны.

Теперь допустим, что игрок P начинает преследование, применяя стратегию параллельного сближения с задержкой $T > 0$; до момента времени T игрок P стоит в точке P(0), а игрок E движется прямолинейно с момента $t=0$. Тогда уравнение кривой множества точек встречи имеет вид [3,4]

$$(x^2+y^2-2a\alpha^2/(\alpha^2-\beta^2)x+((a\alpha)^2-(\alpha\beta T)^2)/(\alpha^2-\beta^2))^2=$$
$$=(2\alpha\beta^2T/(\alpha^2-\beta^2))^2(x^2+y^2) \qquad (3)$$

и представляет собой овал Декарта [5].

Предположим, что игрок P начинает преследование, применяя стратегию параллельного сближения с задержкой $T=(a/2)/\alpha$ из точки $P(T)=\{a/2,0\}$, а игрок E из точки $\{a,0\}$ движется прямолинейно. Тогда овал Декарта (множество точек встречи) имеет вид

$$1/\beta\ \sqrt{(x-a)^2+y^2}=1/\alpha\ \sqrt{(x-a/2)^2+y^2}+T. \tag{4}$$

После соответствующих преобразований получаем

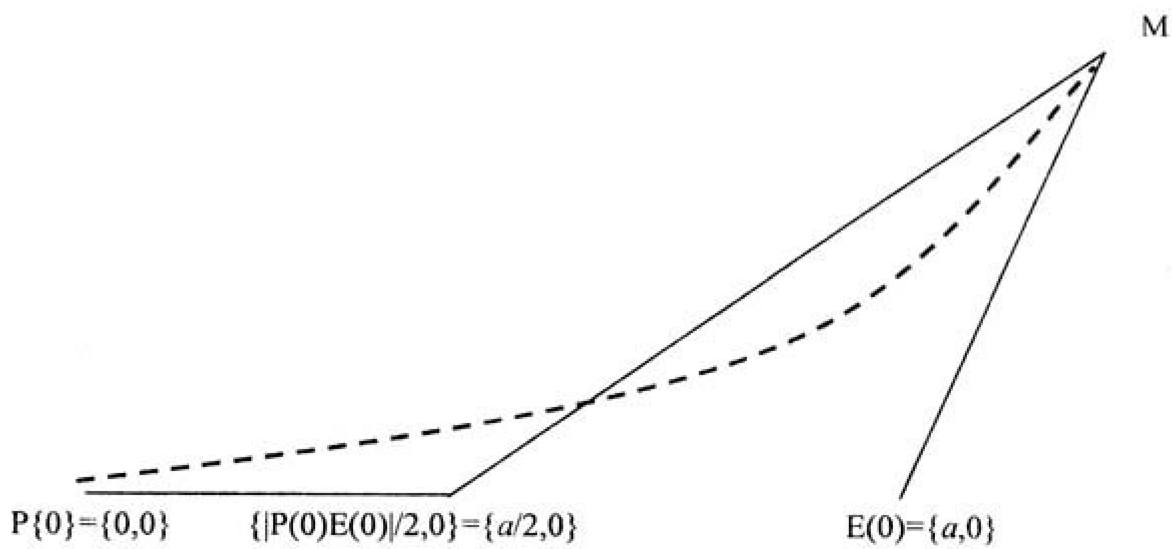
$$((x-a/2)^2+y^2-a\alpha^2/(\alpha^2-\beta^2)(x-a/2)+((a\alpha/2)^2-(\alpha\beta T)^2)/(\alpha^2-\beta^2))^2= \\ =(2\alpha\beta^2T/(\alpha^2-\beta^2))^2((x-a/2)^2+y^2). \tag{5}$$

Подставляя значение $T=(a/2)/\alpha$ в (5), получаем уравнение (2).

Из вышеизложенного следует, что геометрические места точек поимки (множество точек встречи) для обеих стратегий совпадают.

Таким образом можно сформулировать следующую теорему.

Теорема. При прямолинейном движении преследуемого E геометрическое место точек встречи при применении преследователем P стратегии погонного преследования совпадает с геометрическим местом точек встречи при применении преследователем P стратегии параллельного сближения с задержкой $T=|P(0)E(0)|/(2\alpha)$ с начальной точкой $\{|P(0)E(0)|/2,0\}$.



----------- стратегия погонного преследования,

_________ стратегия параллельного сближения.

Иными словами, при прямолинейном движении игрока E его поимка произойдет в одной и той же точке как в случае применения игроком P стратегии погонного преследования, так и в случае, если игрок P преодолеет со скоростью α половину отрезка $|P(0)E(0)|$ и в этой точке применит стратегию параллельного сближения (рисунок).

Ереванский научно-исследовательский
институт математических машин

Литература

1. *Петросян Л.А.* - ДАН СССР. 1965. Т.161. N1. С. 52-54.
2. *Петросян Л.А., Томский Г.В.* Геометрия простого преследования. Новосибирск. Наука. 1983. 143 с.
3. *Амбарян В.С.* - ДАН Армении. 1991. Т.92. N4. С. 147-153.
4. *Амбарян В.С.* - ДАН Армении. 1992. Т.93. N4. С. 163-167.
5. *Савелов А.А.* Плоские кривые. М. Физматгиз. 1960. С. 293.

Վ. Ս. Համբարյան

Կապ ուղղորդված հետպնդման և զուգահեռ մոտեցման ստրատեգիաների միջև հետապնդվողի ուղղագիծ շարժման դեպքում

Աշխատանքում հետազոտվել է խաղերի տեսության մեջ հայտնի *ուղղորդված (հետևման) հետապնդման* և *զուգահեռ մոտեցման* ստրատեգիաների փոխադարձ կապի խնդիրը:

Դիտարկվում է խաղ երկու մասնակիցների՝ P հետապնդողի և E հետապնդվողի միջև, երբ վերջինս շարժվում է ուղղագիծ:

Ապացուցված է հետևյալ թեորեմը:

Թեորեմ: *Ենթադրենք, P հետապնդողը կիրառում է ուղղորդված հետապնդման ստրատեգիա, իսկ E հետապնդվողը շարժվում է ուղղագիծ: Այդ դեպքում մասնակիցների հանդիպման կետերի բազմությունը, որն իրենից ներկայացնում է Դեկարտյան օվալ, համընկնում է նրանց հանդիպման կետերի այն բազմության հետ, երբ P հետապնդողը կիրառում է զուգահեռ մոտեցման ստրատեգիա $|P(0)E(0)|$ հատվածի միջնակետի սկզբնական դիրքով և $T = |P(0)E(0)|/(2\alpha)$ հապաղումով:*

Թեորեմը ունի շատ պարզ երկրաչափական մեկնաբանություն (նկար):