

СЕЙСМОЛОГИЯ

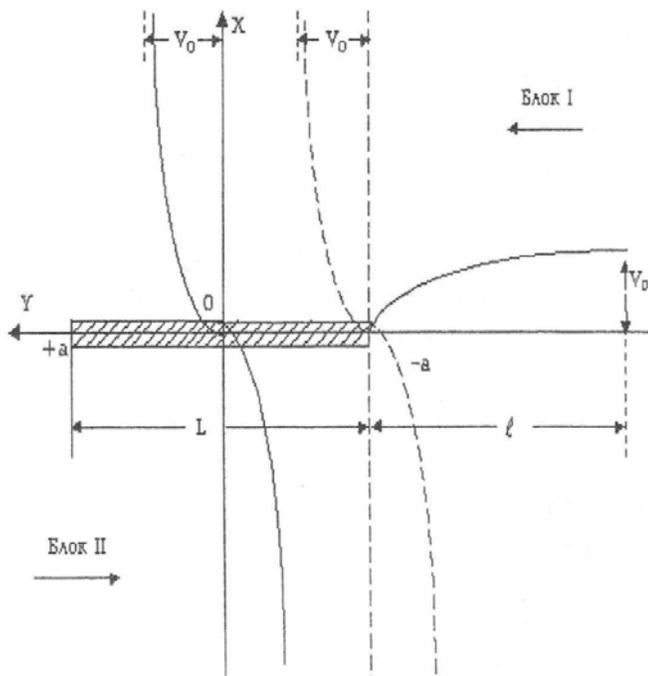
УДК 528.2

Академик Р. А. Мовсесян, чл.-кор. НАН РА А. Г. Багдоев, А. В. Саакян

Теоретическое исследование геодезического предвестника
 землетрясений путем решения упругой задачи

(Представлено 2/X 2001)

Рассматривается задача прогноза тектонического землетрясения, которое подготавливается в результате зацепления на участке длиной $L = 2a$ находящихся в относительном движении сейсмогенных блоков I и II (рисунок)



Задача ставится следующим образом. На части $(-a, a)$ оси y , направленной вдоль разлома, компонента смещения по оси $V(x, y)$ равна нулю, на участках (a, ∞) и $(-\infty, -a)$ имеется заданное значение

$$V(0, y) = f(y). \quad (1)$$

Функцию $f(y)$ можно выбрать, решая модельное уравнение одномерного движения среды вдоль разлома [2]

$$\frac{d^2V}{dy^2} = \alpha^2(V - V_0), \quad \alpha^2 = \frac{kl}{SE}, \quad (2)$$

где k – коэффициент сопротивления движению со стороны окружающей среды, l – характерная длина, S – площадь поперечного сечения "стержня", E – модуль упругости, V_0 – значение V на бесконечности.

Соотношение (2) может быть истолковано как модель Винклера основания, а следует определить. Интегрируя (2) с граничными условиями $V(\pm\infty) = V_0$, $V(\pm a) = 0$, можно $f(y)$ в (1) найти в виде

$$\begin{aligned} V_0 - V_0 e^{-\alpha(y-a)}, & \quad a < y < \infty; \\ f(y) = 0, & \quad a < y < a; \\ V_0 - V_0 e^{\alpha(y+a)}, & \quad y < -a. \end{aligned} \quad (3)$$

Для решения квазистатических уравнений теории упругости в переменных x, y с граничным условием (3) можно использовать решение Эшелби [3], полученное при граничном условии

$$f(y) = V_0 H(y), \quad (4)$$

где $H(y)$ единичная функция Хевисайда.

Точнее, в [3] задается не V_0 , а скачок V на крыльях разлома. Однако в силу того, что задача является антисимметричной $V(-x, y) = -V(x, y)$ вместо скачка $V(0, y) - V(-0, y)$ можно взять $2V(0, y) = 2V_0$ и подставить в указанное решение [3], которое годится для условия (4).

Затем это решение распространяется на случай $f(y) = V_0 \delta(y)$ где $\delta(y) = H'(y)$ есть дельта-функция, при этом оно получается из [3] дифференцированием по y , а затем обобщается на случай произвольной функции методами свертки в виде

$$f(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y') \delta(y - y') dy'.$$

Окончательно решение для разлома, заданного в виде (3), после интегрирования по частям имеет вид при $x \geq 0$

$$\begin{aligned} V(y, x) = \frac{\alpha V_0}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{x}{a - y + y'} + \frac{a_0^2 - b^2}{a_0^2} \cdot \frac{\frac{x}{a - y + y'}}{1 + \frac{x^2}{(a - y + y')^2}} + \right. \\ \left. + \operatorname{arctg} \frac{x}{a - y + y'} + \frac{a_0^2 - b^2}{a_0^2} \cdot \frac{\frac{x}{a + y + y'}}{1 + \frac{x^2}{(a + y + y')^2}} \right\} e^{-\alpha y' dy'}. \end{aligned} \quad (5)$$

Можно показать, что (5) удовлетворяет условию (3); a_0, b – скорости продольной и поперечной упругой волны. Решение (5) годится и для антиплоской задачи, где вместо V берется V_z и следует полагать, что $a_0 = b$.

В выражении (5) выбирается ветвь арктангенса, для которой $\text{arctg}(+0) = 0$, $\text{arctg}(-0) = \pi$, $\text{arctg}(\pm\infty) = \pi/2$.

Для $x \rightarrow \infty$ можно получить из (5)

$$V(x, y) \approx V_0 - \frac{2V_0}{\pi x} \left(a + \frac{1}{\alpha} \right) \frac{b^2}{a_0^2}. \quad (6)$$

Таким образом, асимптотика (5) для больших x не зависит от y , и в отличие от [4] является гиперболой. При этом в множитель при $\frac{1}{x}$, a и $\frac{1}{\alpha}$ входят равноправно, т.е. увеличение α эквивалентно уменьшению a – полуразмера зоны зацепления (рисунок).

Для $x \rightarrow 0$ в области $|y| < a$ аргументы арктангенса положительны, и для деформации $\varepsilon' = \frac{\partial V}{\partial x}$ получим

$$\varepsilon'_{max} = \frac{\bar{\alpha} V_0}{\pi} \cdot \frac{2a_0^2 - b^2}{a_0^2} \left(\int_0^\infty \frac{e^{-\bar{\alpha} \tilde{y}'}}{1 - \tilde{y} + \tilde{y}'} dy' + \int_0^\infty \frac{e^{-\bar{\alpha} \tilde{y}'}}{1 + \tilde{y} + \tilde{y}'} dy' \right), \quad (7)$$

где введены безразмерные параметры $\bar{\alpha} = \alpha \cdot a$, $\tilde{y} = \frac{y}{a}$, $\tilde{y}' = \frac{y'}{a}$.

Кроме смещения $V(y, x)$ по y следует найти смещение по x $U(y, x)$ из решения [3] теми же методами, какими было найдено значение $V(y, x)$. Тогда получается

$$U(y, x) = \frac{\alpha V_0}{2\pi} \cdot \frac{b^2}{a_0^2} \int_0^\infty \ln \frac{(a + y + y')^2 + x^2}{(a - y + y')^2 + x^2} e^{-\alpha y'} dy' + \frac{\alpha V_0}{\pi} \left(1 - \frac{b^2}{a_0^2} \right) \int_0^\infty \left\{ \frac{x^2}{(a - y + y')^2 + x^2} - \frac{x^2}{(a + y + y')^2 + x^2} \right\} e^{-\alpha y'} dy'. \quad (8)$$

Очевидно, что на оси $y = 0$ имеет место $U = 0$. В этом случае можно найти полное значение деформации $\varepsilon = \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y}$, где $\frac{\partial V}{\partial x}$ дается по (7), $\frac{\partial U}{\partial y}$ – по (8), причем при $x = 0$

$$\varepsilon(y, 0) = \frac{V_0}{2a} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \bar{\alpha} \int_0^\infty \left(\frac{1}{1 - \tilde{y} + \tilde{y}'} + \frac{1}{1 + \tilde{y} + \tilde{y}'} \right) e^{-\bar{\alpha} \tilde{y}'} d\tilde{y}', \quad (9)$$

Это значение отличается от $\frac{\partial V}{\partial x}$ посредством множителя $\frac{5}{6}$, поскольку $\frac{b^2}{a_0^2} = \frac{1}{3}$.

Значение $\bar{\alpha}$, найденное по минимальному значению ε_0 , при котором происходит разрыв породы, соответствует минимальному значению $\tilde{y} = \tilde{y}_{min}$, при этом $\varepsilon(\tilde{y}_{min}, 0) = \varepsilon_0$, а для $\tilde{y} > \tilde{y}_{min}$, $\tilde{y} < 1$, $\varepsilon(\tilde{y}, 0) > \varepsilon_0$ и по-прежнему имеется разрыв.

М магн.	$\varepsilon_0 \times 10^5$	y_{min}	$V_0/2a^* 10^5$	$\bar{\alpha}$	а км	α 1/км
5	3	0.96	0.2	11.876	4.15	2.8617
5.6		0.93	0.333	7.121	7	1.017
6.1		0.88	0.5	5.2718	12.5	0.4217
6.7		0.75	0.9	2.88344	22	0.131
7.2		0.6	1.2	2.31557	37.5	0.0617
7.8		0	1.8	1.36081	65	0.0209
8.4		0	2.8	0.4034	115	0.003508
8.9		0	3.2	0.30237	205	0.001475

		0.973	0.2	24.6157	4.15	5.9315
		0.955	0.333	14.1177	7	2.01681
		0.93	0.5	9.42611	12.5	0.7541
		0.875	0.9	4.5233	22	0.2056
	5	0.83	1.2	3.16643	37.5	0.0844
		0.7	1.8	2.15037	65	0.0331
		0	2.8	1.7647	115	0.01534
		0	3.2	1.0941	205	0.005337
		0.982	0.2	31.5168	4.15	7.59441
		0.97	0.3333	18.3452	7	2.62075
		0.952	0.5	12.9795	12.5	1.03836
		0.91	0.9	6.98135	22	0.31733
	7	0.875	1.2	5.1841	37.5	0.1382
		0.8	1.8	3.2804	65	0.05046
		0.64	2.8	1.992	115	0.01732
		0.54	3.2	1.79415	205	0.00875

Таким образом, определяя значение \tilde{y}_{min} , при котором (9) имеет решение и кривая $\bar{\alpha}(\tilde{y})$ в окрестности \tilde{y}_{min} почти постоянна, причем $\varepsilon_0 = 3 \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon_0 = 5 \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon_0 = 7 \cdot 10^{-5}$ [4], получим серию значений $\bar{\alpha}$, \tilde{y}_{min} в функции от $\frac{V_0}{2a}$.

Решение (9) затруднительно из-за особого характера зависимости от $\bar{\alpha}$ (для больших $\bar{\alpha}$ оно выпадает из уравнения). Сделав в (9) замену $\bar{\alpha} \tilde{y}' = \xi$, получим

$$\varepsilon(\tilde{y}, 0) = \frac{V_0}{2a} \cdot \frac{4}{3} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{1 - \tilde{y} + \frac{\xi}{\bar{\alpha}}} + \frac{1}{1 + \tilde{y} + \frac{\xi}{\bar{\alpha}}} \right) e^{-\xi} d\xi. \quad (10)$$

Взяв интеграл по частям, получим

$$\begin{aligned} \varepsilon(\tilde{y}, 0) = & \frac{V_0}{2a} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{1 - \tilde{y}^2} - \frac{V_0}{2a} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\bar{\alpha}} \cdot \left\{ \frac{1}{(1 - \tilde{y})^2} + \frac{1}{(1 + \tilde{y})^2} \right\} - \\ & - \frac{V_0}{2a} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\bar{\alpha}^2} 2 \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{(1 - \tilde{y} + \frac{\xi}{\bar{\alpha}})^3} + \frac{1}{(1 + \tilde{y} + \frac{\xi}{\bar{\alpha}})^3} \right) e^{-\xi} d\xi. \end{aligned} \quad (11)$$

В качестве модельного уравнения берется

$$\varepsilon_0 = \frac{V_0}{2a} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{1 - \tilde{y}^2} - \frac{V_0}{2a} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\bar{\alpha}} \cdot \left\{ \frac{1}{(1 - \tilde{y})^2} + \frac{1}{(1 + \tilde{y})^2} \right\}. \quad (12)$$

По этой формуле для данных $\frac{V_0}{2a}$ получим приближенные значения \tilde{y}_{min} и $\bar{\alpha}$, причем \tilde{y}_{min} подбирается из условия наличия в нем плато кривой $\bar{\alpha}$ от \tilde{y} , т.е. выбирается то \tilde{y}_{min} , вблизи которого указанная кривая почти не меняется, что обеспечивает устойчивые значения выбора $\bar{\alpha}$. Далее для найденных \tilde{y}_{min} решается точное уравнение (9), где $\varepsilon(y, 0) = \varepsilon_0$ и наблюдается $\tilde{y} = \tilde{y}_{min}$ указанным выше способом.

Значения $\tilde{y}_{min}, \bar{\alpha}, \alpha$ приведены в таблице. При этом \tilde{y}_{min} дают место зарождения разрыва. По ориентировочным данным $\bar{\alpha}$ или $\alpha = \frac{\bar{\alpha}}{a}$ из таблицы можно построить графики функции $V(0, x)$ для разных $\frac{V_0}{2a}, \alpha, a$ и путем сравнения с опытными данными найти a для данного землетрясения, а магнитуду определить по таблице.

Институт механики НАН РА

**Ակադեմիկոս Ռ. Հ. Մովսեսյան, ՀՀ ԳԱԱ թզակից անդամ Ա. Գ. Բազդրև,
Ա. Վ. Սահակյան**

**Առաձգական խնդրի լուծման միջոցով երկրաշարժերի գեոդեզիկ նախագուշակի
տեսական ուսումնասիրությունը**

Դիտարկվում է շարժվող սեյսմիկ բլոկերի միացման հետևանքով նախապատրաստվող տեկտոնիկ երկրաշարժի գուշակման խնդիրը: Լուծման համար կիրառվում է առաձգականության տեսությունը:

Կազմված է սեյսմիկ պարամետրերը կապող աղյուսակ:

Литература

1. Reid H. F. - Bull. of the Department Geology. Univ. California. Publ. 1911. V.6. N 19. P.413-414.
2. Мкртчян М. С., Хачикян А. С. - Изв. НАН Армении. Механика. 1995. Т.48, N1, С. 16-23.
3. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Т. 2. М. Мир. 1983. С. 525-880.
4. Мовсесян Р. А. - Изв.вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 1999. N1. С. 3-17.
5. Ризниченко Ю. В. Исследования по физике землетрясений. Размеры очага корового землетрясения и сейсмический момент. М. Наука. 1976. С.9-27.