УДК 551:556

О. В. Токмаджян, К. Х. Овсепян, Т. А. Калантарян, В. Р. Назинян

Применение операционного исчисления для исследования режимов работы водохранилищ

(Представлено академиком НАН Армении Ф.Т.Саркисяном 13/Х 1998)

Расчетную формулу при исследовании режимов работы водохранилищ можно получить совместным решением системы уравнений, в которую кроме уравнения водного баланса водохранилища войдут также аналитические зависимости других параметров режима: графики приточности попусков и различные ограничивающие условия.

Данная работа может помочь исследователям и проектировщикам выбрать рациональный, экономичный режим сработки, так как не всегда удается приводить в соответствие графики потребления с возможностями водохранилища в экстремальные по водности годы.

Очевидно, что основой для таких оперативных расчетов должен служить ожидаемый график приточности воды. Методику определения ожидаемой приточности можно получить соответствующей обработкой гидрометрических данных прошлых лет.

Исследование режимов следует проводить в относительных единицах, используя методы операционного исчисления. Перевод единиц времени в относительную систему нецелесообразен.

Основное дифференциальное уравнение водного баланса водохранилища напишем как

$$\frac{dW}{dt} = Q^+ - Q^- - Q_{\phi}, \quad (1)$$

где W – объем воды в водохранилище,

Q^+, Q^- – приточность и попуски из водохранилища,

Q_{ϕ} – расход фильтрационных потерь.

В уравнении (1) не учтены приточность атмосферных осадков и испарение с водной поверхности. Исследования крупных водохранилищ Армении показывают, что вес их в балансе водохранилища не более двух процентов.

Приведем уравнение водного баланса водохранилища к безразмерному виду, принимая за базисные величины: W_n – номинальный объем водохранилища и Q_n – номинальный расход через водовыпуск $W = V \cdot W_n$, $Q = qQ_n$

$$W_n \frac{dV}{dt} = q^+ Q_n - q^- Q_n - q_\phi Q_n$$

и окончательно

$$T \frac{dV}{dt} = q^+ - q^- - q_\phi. \quad (2)$$

Лапласовское изображение безразмерного уравнения будет

$$TpV(p) = q^+(p) - q^-(p) - q_\phi(p), \quad (3)$$

где параметр $T = W_n / Q_n$ – постоянная времени водохранилища. Этот параметр численно равен времени сработки полезного объема воды в секундах, при попусках, равных номинальному расходу через водовыпуски.

Формулы для расчета режимов работы водохранилища можно получить совместным решением аналитических зависимостей, составляющих баланс и различные ограничивающие условия. При указанных исследованиях общее решение задачи очевидно не всегда необходимо и можно вводить определенные упрощения для конкретных задач.

Функциональные зависимости режимных параметров можно моделировать графиками, для которых в таблицах по применению операционного исчисления даются их изображения и оригиналы.

Последнее обстоятельство очень важно при решении проектных задач о трансформации паводка и попуске расхода через водосбросные сооружения.

Выразим параметры эквивалентного синусоидального графика приточности через параметры исходного эксплуатационного графика. Представим график приточности как положительную полуволну синусоиды.

$$q^+ = A \sin \omega t,$$

где A, ω – соответственно амплитуда и угловая частота синусоиды.

Расчетная синусоида должна удовлетворить следующим основным условиям:

площадь полуволны синусоиды и графика приточности с учетом масштаба должны быть равны,

продолжительность графика приточности должна соответствовать полупериоду расчетной синусоиды.

Эти условия обеспечивают критерии равенства стоков и гомохронности. Таким образом расчетный график приточности должен иметь следующие параметры:

общий сток поступает за время t_n ;

угловая частота расчетной синусоиды $\omega = \frac{\pi}{t_n}$;

амплитуда расчетной синусоиды $A = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{V}{t_n} = 1,57 \frac{V}{t_n}$;

Ниже рассмотрены два примера составления и решения системы уравнений: при неизменной приточности и при синусоидальном графике приточности.

Пример 1. При неизменной приточности воды в водохранилище попуски осуществляются через время t_3 по отношению к началу приточности, изменения фильтрационных потерь пропорциональны наполнению водохранилища.

Система уравнений, описывающая процесс, будет следующая:

уравнение водохранилища $T \frac{dV}{dt} = q^+ - q^- - q_\phi$,

приточность $q^+ = \text{const}, t > 0$,

попуски $q^- = 0, t \leq t_3, q^- = \text{const}, t > t_3$,

потери $q_\phi = q_{\phi_0} + KV$.

Лапласовское изображение постоянной приточности будет q^+ / p , функция попусков, смещенная в сторону увеличения t на величину t_3 , будет $(q^- / p) \exp(-pt_3)$, а функция фильтрационных потерь $q_{\phi_0} / p + KV(p)$.

Таким образом, операторное выражение уравнения водохранилища будет иметь вид

$$\text{Tr}V(p) = q^+ / p - (q^- / p) \exp(-pt_3) - (q_\phi / p) - KV(p). \quad (4)$$

Последнее уравнение перепишем в виде, удобном для нахождения оригинала исходной функции, и введем следующие обозначения:

$$-\alpha = q^+ - q_{\phi_0}, \quad \tau = \frac{T}{K}.$$

$$V(p) = \frac{\alpha}{\text{Tr}\left(p + \frac{1}{\tau}\right)} - \frac{q^-}{\text{Tr}\left(p + \frac{1}{\tau}\right)} \exp(-pt_3). \quad (5)$$

Оригинал искомого выражения, т.е. изменение наполнения по времени, находим по таблицам преобразованных функций, используя теоремы операционного исчисления ⁽¹⁾

$$V(t) = \frac{\alpha}{T} \left[\tau (1 - \exp(-t/\tau)) \right] - \frac{q^-}{T} \left[1 - \exp\left(1 - \frac{t-t_3}{\tau}\right) \right]. \quad (6)$$

Полученная формула (6) является расчетной по условиям примера 1. Постоянная времени τ характеризует сработку с учетом данных фильтрационных потерь.

Пример 2. Рассмотрим режим работы водохранилища, когда при синусоидальном графике приточности делаются неизменные попуски. Потери из водохранилища описываются линейной зависимостью от наполнения. Система уравнений, описывающих режим работы водохранилища, будет:

$$\text{уравнение водохранилища } T \frac{dV}{dt} = q^+ - q^- - q_\phi,$$

$$\text{приточность } q^+ = A \sin \omega t,$$

$$\text{попуски } q^- = \text{const},$$

$$\text{потери } q_\phi = q_{\phi_0} + KV.$$

Лапласовские изображения составляющих баланса можно написать в виде: приточность $q^+(p) = \frac{A\omega}{p^2 + \omega^2}$; попуски $q^-(p) = \frac{q^-}{p}$; потери $q_\phi = \frac{q_{\phi_0}}{p} + KV(p)$.

Уравнение водохранилища в операторном виде будет

$$TpV(p) = \frac{A\omega}{p^2 + \omega^2} - \frac{q^- + q_{\phi_0}}{p} - KV(p). \quad (7)$$

Приведем последнее уравнение к виду, удобному для нахождения оригинала по таблицам преобразованных функций, и введем обозначения, как в примере 1:

$$V(p) = \frac{1}{T} \left[\frac{A\omega}{(p^2 + \omega^2)(p + 1/\tau)} - \frac{\alpha}{p(p + 1/\tau)} \right]. \quad (8)$$

Оригинал последнего операторного выражения находим по таблицам (2).

$$V(t) = \frac{1}{T} \left[\frac{A\omega}{(1/\tau)^2 + \omega^2} (\exp(-t/\tau) + \frac{1}{\omega\tau} \sin \omega t - \cos \omega t - \alpha\tau(1 - \exp t/\pi)) \right]. \quad (9)$$

Приведенные примеры показывают пути получения расчетных формул для проектных исследований и управления режимом работы водохранилища при эксплуатации.

В заключение отметим две важные задачи для управления режимом работы водохранилищ, которые можно решить по предлагаемой методике:

– составление диспетчерских графиков и их корректировка в течение оросительного сезона;

– управление режимом сработки водохранилища при совместной работе с насосной станцией с целью экономии электрической энергии.

Институт водных проблем и гидротехники

Հ. Վ. ԹՈՔՄԱԶՅԱՆ, Կ. Խ. ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ, Տ. Ա. ՔԱԼԱՆԹԱՐՅԱՆ, Վ. Բ. ՆԱԶԻՆՅԱՆ

Օպերացիոն հաշվարկի կիրառումը ջրամբարի աշխատանքի ռեժիմը ուսումնասիրելու համար

Հողվածում առաջարկվում է Լապլասի օպերացիոն մեթոդը կիրառել ջրամբարում կուտակված և սպասվելիք ջրի արդյունավետ օգտագործման ռեժիմի հաշվարկի համար:

Յույց է տրվում, որ ջրամբարի աշխատանքը նկարագրող հավասարումներով կարելի է ստանալ պատրաստի բանաձևեր, ուր հաշվի է առնվում ներհոսքը, թողքը, կորուստները և այլ պայմաններ ու բնութագրեր:

Մեթոդը թույլ է տալիս օգտագործել նաև գրաֆիկների ձևով ներկայացված ֆունկցիաներ, որոնց համար Լապլասի աղյուսակներում տրված են համապատասխան արտահայտություններ, որոնք կարելի է օգտագործել դիֆերենցիալ հավասարումների լուծելու ժամանակ: Երկու կոնկրետ օրինակներով ցույց է տրված օպերացիոն մեթոդի օգտագործման ուղիները տվյալ պայմաններում: Այդ մասնավոր դեպքերի համար ստացված են հաշվարկային բանաձևեր:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ М.Ф.Гарднер. Дж.Л.Бернс, Переходные процессы в линейных системах, М., Гос. изд. техн.-теор. лит., 1951. ² С.Г.Гинзбург, Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях, М., Сов. радио, 1959.