

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 624.012

В. С. Саркисян, С. Ш. Нуридзян, Н. А. Бабаян, П. А. Тер-Петросян

**Тепловой режим бетонных конструкций при электропрогреве  
в зимних условиях**

(Представлено академиком НАН Армении Б.К.Карапетяном 17/XII 1998)

Ускорение твердения бетона позволяет быстрее получить изделия с требуемой прочностью, повысить оборачиваемость форм и другого оборудования, а также эффективнее использовать производственные площади.

Основным методом ускорения твердения бетона является тепловая обработка. Она позволяет получить в необходимые сроки прочность изделий, допускающую их транспортирование, монтаж в зданиях и сооружениях и др. Поэтому такая обработка, несмотря на дополнительные затраты, повышенный расход цемента, а иногда некоторое снижение прочности бетона, является необходимым условием, особенно для бетонов на известково-песчаных, а также на малоактивных смешанных и шлаковых вяжущих, поскольку без тепловой обработки такие бетоны в практически приемлемые сроки не могут получить необходимую прочность.

В сейсмоактивных районах большой интерес представляет монолитное строительство зданий и сооружений как наиболее сейсмостойких с точки зрения их эксплуатации. Учитывая, что в Армении температура воздуха в зимние месяцы опускается ниже нуля, для осуществления такого строительства обязательным является подогрев.

Рассмотрим тепловой режим в бетонных конструкциях, осуществленных монолитным бетонированием с применением греющих опалубок.

В случае одномерной задачи (стена, плита), с учетом экзотермии гидратируемого цемента и постоянства теплофизических параметров, температурный процесс описывается следующим уравнением (1,2):

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \quad a = \lambda / c\rho \quad (1)$$

где  $T$  – температура тела в момент времени  $t$  на расстоянии  $x$ ,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $c$  – удельная теплоемкость,  $\rho$  – плотность бетона,  $f(x, t)$  – источник тепла, связанный с гидратацией цемента,  $a$  – коэффициент температуропроводности.

Вводя безразмерные параметры  $\tau = at / \delta^2$ ,  $\bar{x} = x / \delta$ , запишем уравнение (1) в виде

$$\frac{\partial T(\bar{x}, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T(\bar{x}, \tau)}{\partial \bar{x}^2} + \bar{f}(\bar{x}, \tau), \quad (2)$$

где  $\bar{f}(\bar{x}, \tau) = (\delta^2 / a) f(x, t)$ .

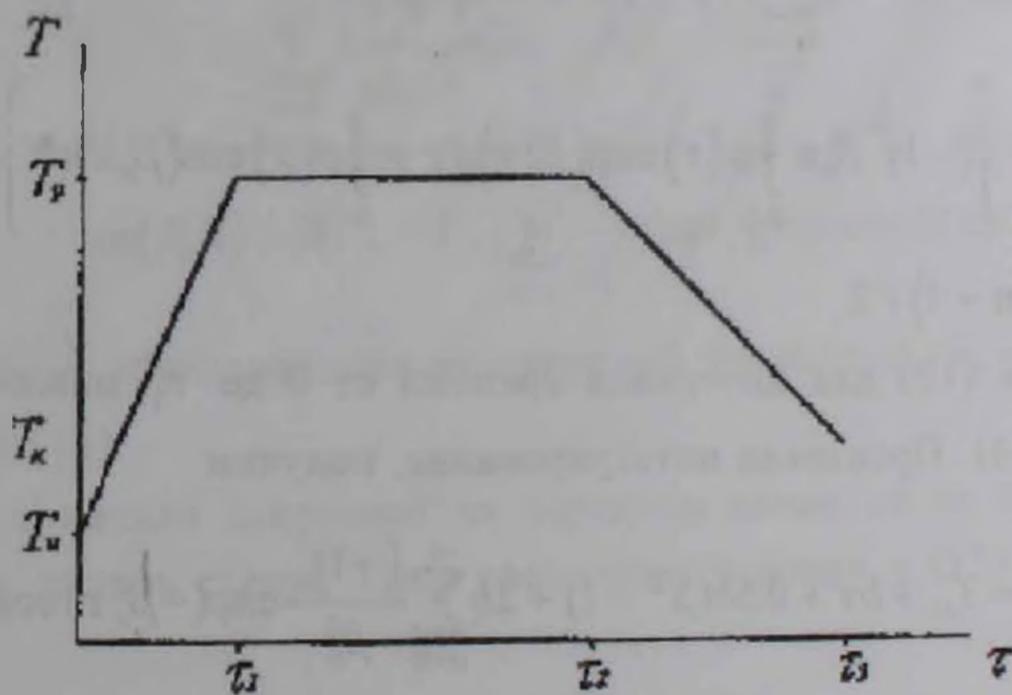
Для конкретности допустим, что с обеих сторон осуществляется тепловая обработка бетонной стены толщиной  $2\delta$ . Тогда с учетом симметрии краевые условия для решения (1) будут (начало оси  $x$  расположено на оси симметрии)

$$T(\bar{x}, 0) = \varphi(\bar{x}); \quad T(1, \tau) = \psi(\tau); \quad \partial T(0, \tau) / \partial \bar{x} = 0. \quad (3)$$

Допустим, что в начальный момент времени ( $t = 0$  или  $\tau = 0$ ) распределение температуры в стене описывается уравнением

$$\varphi(\bar{x}) = T_B + (T_H - T_B)\bar{x},$$

а в сечениях  $\bar{x} = \pm 1$  нагрев стены осуществляется по закону (рисунок)



Изменение температуры на поверхности стены во времени

$$\psi(\tau) = T_H + b\tau, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_1; \quad (4)$$

$$\psi(\tau) = T_H + b\tau_1 = T_p, \quad \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2; \quad (5)$$

$$\psi(\tau) = b_2 + b_1\tau, \quad \tau_2 \leq \tau \leq \tau_3, \quad (6)$$

где

$$b = (T_P - T_H) / \tau_1; \quad b_1 = (T_K - T_P) / (\tau_3 - \tau_2); \quad b_2 = (T_P \tau_3 - T_K \tau_2) / (\tau_3 - \tau_2).$$

Для решения задачи представим функцию  $T(\bar{x}, \tau)$  в виде

$$T(\bar{x}, \tau) = T_1(\bar{x}, \tau) + T_2(\bar{x}, \tau), \quad (7)$$

где  $T_1(\bar{x}, \tau)$  является решением уравнения

$$\frac{\partial T_1(\bar{x}, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T_1(\bar{x}, \tau)}{\partial \bar{x}^2}, \quad (8)$$

при краевых условиях

$$T_1(\bar{x}, 0) = \varphi(\bar{x}); \quad T_1(1, \tau) = \psi(\tau); \quad \partial T_1(0, \tau) / \partial \bar{x} = 0, \quad (9)$$

а  $T_2(\bar{x}, \tau)$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial T_2(\bar{x}, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial T_2(\bar{x}, \tau)}{\partial \bar{x}^2} + \bar{f}(\bar{x}, \tau), \quad (10)$$

при следующих краевых условиях:

$$T_2(\bar{x}, \tau) = T_2(1, \tau) = \partial T_2(0, \tau) / \partial \bar{x} = 0. \quad (11)$$

Решение уравнения (8) при условиях (9) имеет вид (3)

$$T_1(\bar{x}, \tau) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\beta_n^2 \tau) \cos(\beta_n \bar{x}) \times \left\{ (-1)^n \beta_n \pi \int_0^{\tau} \psi(\tau) \exp(\beta_n^2 \tau) d\tau + \int_0^1 \varphi(\bar{x}) \cos(\beta_n \bar{x}) d\bar{x} \right\}, \quad (12)$$

где  $\beta_n = \pi(2n + 1) / 2$ .

Уравнение (12) для интервала времени от 0 до  $\tau_1$  можно решить, взяв  $\psi(\tau)$  в виде (4). Произведя интегрирование, получим

$$T_{1,1}(\bar{x}, \tau) = T_H + b\tau + 0.5b(\bar{x}^2 - 1) + 2b \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\beta_n^3} \exp(-\beta_n^2 \tau) \cos(\beta_n \bar{x}) + 2(T_B - T_H) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^2} \exp(-\beta_n^2 \tau) \cos(\beta_n \bar{x}); \quad 0 \leq \tau \leq \tau_1. \quad (13)$$

Для интервала  $\tau_1 \leq \tau \leq \tau_2$  в (12) интегрирование производится с учетом (4) и (5), т.е

$$\int_0^{\tau} \dots d\tau = \int_0^{\tau_1} (T_H + b\tau) \exp(\beta_n^2 \tau) d\tau + T_P \int_{\tau_1}^{\tau} \exp(\beta_n^2 \tau) d\tau, \quad (14)$$

а для интервала  $\tau_2 \leq \tau \leq \tau_3$  учитывается (4), (5), (6)

$$\int_0^{\tau} \dots d\tau = \int_0^{\tau_1} (T_H + b\tau) \exp(\beta_n^2 \tau) d\tau + T_p \int_{\tau_1}^{\tau_2} \exp(\beta_n^2 \tau) d\tau + \int_{\tau_2}^{\tau} (b_2 + b_1 \tau) \exp(\beta_n^2 \tau) d\tau \quad (15)$$

Проинтегрировав (14) и (15) и подставив полученный результат в (12), найдем

$$T_{1,2}(\bar{x}, \tau) = T_p + \frac{2(T_p - T_H)}{\tau_1} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\beta_n^3} \left( \exp(-\beta_n^2 \tau) - \exp(-\beta_n^2 (\tau - \tau_1)) \right) \cdot \cos(\beta_n \bar{x}) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^2} \exp(-\beta_n^2 \tau) \cos(\beta_n \bar{x}), \quad \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2; \quad (16)$$

$$T_{1,3}(\bar{x}, \tau) = b_2 + b_1 \tau + 0.5b_1(\bar{x}^2 - 1) + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\beta_n^3} \cdot \left[ b \left( \exp(-\beta_n^2 \tau) - \exp(-\beta_n^2 (\tau - \tau_1)) \right) + b_1 \exp(-\beta_n^2 (\tau - \tau_2)) \right] \cos(\beta_n \bar{x}) + 2(T_p - b_2 - b_1 \tau_1) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\beta_n} \exp(-\beta_n^2 (\tau - \tau_2)) \cdot \cos(\beta_n \bar{x}) + 2(T_B - T_H) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^2} \exp(\beta_n^2 \tau) \cos(\beta_n \bar{x}). \quad (17)$$

Температура, обусловленная экзотермией цемента  $T_2(\bar{x}, \tau)$ , находится из решения (10), (11).

Перенесем начало координат из середины стены на ее поверхность, направив ось  $x$  внутрь стены. Тогда граничные условия в (11) необходимо заменить на

$$T_2(0, \tau) = T_2(2, \tau) = 0.$$

Решение (10) при указанных краевых условиях имеет вид (4)

$$T_2(\bar{x}, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \exp(-\beta_i^2 \tau) \sin(i\pi\bar{x}/2) \cdot \int_0^{\tau} \left\{ \int_0^2 f(\bar{x}, \tau) \sin(i\pi\bar{x}/2) dx \right\} \exp(\beta_i^2 \tau), \quad (18)$$

где  $\beta_i = i\pi/2$ .

Определение температуры в бетоне с учетом экзотермии цемента требует задания в аналитической форме скорости тепловыделения, входящей в правую часть уравнения (10) в виде функции  $f(\bar{x}, \tau)$ . Так как скорость экзотермии зависит от температуры бетона, то и количество выделившегося тепла в

данный момент в различных его точках не одинаково. Если в начальный момент твердения бетона тепловыделение одинаково по всему объему, то в последующие моменты вблизи поверхности тела оно начинает отставать от тепловыделения в ядре, поскольку в силу теплообмена распределение температуры по объему тела становится неравномерным. Однако, учитывая небольшую толщину стены, допускаем, что функция  $f(x, \tau)$  является функцией только времени.

Величина, учитывающая источник тепла за счет экзотермии цемента  $f(\bar{x}, \tau)$ , определяется так (1,2):

$$f(x, \tau) = f(t) = \frac{CQ}{\rho c} B^2 t \exp(-Bt) = DB^2 t \exp(-Bt),$$

где  $C$  – количество цемента в бетоне;  $Q$  – максимальное тепловыделение цемента;  $B$  – коэффициент темпа тепловыделения цемента;  $c$  и  $\rho$  – удельная теплоемкость и насыпная плотность бетона;  $D = CQ / \rho c$ .

При переходе к безразмерным параметрам функция  $\bar{f}(\bar{x}, \tau)$  примет вид

$$\bar{f}(\bar{x}, \tau) = DK^2 \tau \exp(-K\tau), \quad K = B\delta^2 / a. \quad (19)$$

Подставив (19) в (18) и произведя интегрирование, получим

$$T_2(\bar{x}, \tau) = 2DK^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin((2n+1)\pi\bar{x}/2)}{\beta_n} \cdot \frac{((\beta_n - K)\tau - 1) \exp(-K\tau) + \exp(-\beta_n^2 \tau)}{(\beta_n^2 - K)^2}.$$

Введя значения  $T_1(\bar{x}, \tau)$  и  $T_2(\bar{x}, \tau)$  в (7), найдем температуру  $T(\bar{x}, \tau)$ . Полученные формулы позволяют определить температуру в любой точке бетона в любой момент времени.

Величина теплового потока в единицу времени через единицу площади поверхности в данной точке стены будет

$$Q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x},$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $T$  – температура.

Ереванский архитектурно-строительный институт

**Վ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ս. Շ. ՆՈՒՐԻՋԱՆՅԱՆ, Ն. Ա. ԲԱԲԱՅԱՆ, Պ. Հ. ՏԵՐ-ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ**

**Չմեռային պայմաններում տաքացվող բետոնային կոնստրուկցիաների ջերմային ռեժիմը**

Հոդվածում քննարկվում է շենքերի միաձույլ պատերի կառուցումը, երբ շրջապատի ջերմաստիճանը ցածր է և պրոցեսի արագացման համար կիրառվում է ջերմատաքացուցիչ վահանային կաղապարամած: Ենթադրվում է, որ տեղադրվող բետոնը  $t = 0$  մոմենտին ունի  $T_B$ , իսկ պատի տաքացման սկզբնական ջերմաստիճանը  $T_H$  է:  $0 < t \leq t_1$  ժամանակահատվածում  $2\delta$  հաստությամբ պատը երկու կող-

մից տարացվում է այնպես, որ այդ ընթացքում ջերմաստիճանը փոփոխվում է  $T = t_H + \alpha t$  օրենքով, իսկ երբ  $t_1 < t \leq t_2$ , ջերմաստիճանը  $x = \pm \delta$  մակերևույթի վրա պահպանվում է հաստատուն  $T = T_p = \text{const}$ , որից հետո տեղի է ունենում ջերմաստիճանի իջեցում գծային օրենքով:

Այսպիսի ջերմային ռեժիմի համար լուծված է ջերմահաղորդականության դիֆերենցիալ հավասարումը, հաշվի առնելով ցեմենտի էկզոթերմիան:

Ստացված են լուծումներ, որոնք հնարավորություն են տալիս որոշելու պատի ցանկացած կետում ջերմային դաշտը ժամանակի ցանկացած պահի համար: Այդ լուծումները հնարավորություն են տալիս նաև մշակել նյութերի ջերմաֆիզիկական բնութագրերը որոշելու համար մեթոդներ:

## ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> С.В.Александровский., Расчет бетонных и железобетонных конструкций на температурные и влажностные воздействия, М., Стройиздат, 1966. <sup>2</sup> Г.В.Бадеян, В.С.Абрамов, Ш.А.Нуриджанян, Греющие опалубки с токопроводящими покрытиями в монолитном строительстве, Ереван, Айастан, 1987. <sup>3</sup> Г.Карслоу, Д.Егер, Теплопроводность твердых тел, М., Наука, 1964. <sup>4</sup> Н.С.Кошляков, Э.Б.Глинер, М.М.Смирнов, Уравнения в частных производных математической функции, М., Высшая школа, 1970.