

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 539.3

Л. М. Халатян

**О частотах собственных колебаний анизотропной полосы
с жестко закрепленными продольными краями**

(Представлено академиком НАН Армении Л.А.Агаловяном 21/VIII 1998)

На основе динамических уравнений теории упругости анизотропного тела проведено исследование собственных колебаний анизотропной полосы с жестко закрепленными продольными краями. Асимптотическим методом выведены уравнения частот, построены собственные функции. Доказано, что возникающие в полосе с общей анизотропией собственные колебания в отличие от случаев изотропных и ортотропных полос не являются чисто сдвиговыми и продольными.

1. Требуется найти решение однородных динамических уравнений плоской задачи теории упругости анизотропного тела ⁽¹⁾ в области $\Omega = \{x, y$
 $x \in [0, l], |y| \leq h, h \ll l\}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= a_{11} \sigma_{xx} + a_{12} \sigma_{yy} + a_{16} \sigma_{xy}, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = a_{12} \sigma_{xx} + a_{22} \sigma_{yy} + a_{26} \sigma_{xy}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= a_{16} \sigma_{xx} + a_{26} \sigma_{yy} + a_{66} \sigma_{xy}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

При граничных условиях

$$u(-h) = u(h) = 0, \quad v(-h) = v(h) = 0 \quad (1.2)$$

могут быть заданы также начальные условия

$$\begin{aligned} u &= u^0(x, y), u_t = \dot{u}^0(x, y), \\ v &= v^0(x, y), v_t = \dot{v}^0(x, y), \text{ при } t = 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

и условия при $x = 0, l$. Последние для данного класса задач не влияют на частоты собственных колебаний. Ими обусловлены собственные колебания в

зоне пограничного слоя.

Решение задачи будем искать в виде

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \sigma_{11}(x, y)e^{i\alpha x}, \sigma_{yy} = \sigma_{22}(x, y)e^{i\alpha x}, \sigma_{xy} = \sigma_{12}(x, y)e^{i\alpha x} \\ u &= u_1 e^{i\alpha x}, v = v_1 e^{i\alpha x}.\end{aligned}\quad (1.4)$$

Перейдя затем к безразмерным переменным $\xi = x/l$, $\zeta = y/h$, решение полученной сингулярно возмущенной системы ищем в виде (2.3)

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \varepsilon^{-1+s} \sigma_{11}^{(s)}(\xi, \zeta), \sigma_{12} = \varepsilon^{-1+s} \sigma_{12}^{(s)}(\xi, \zeta), \sigma_{22} = \varepsilon^{-1+s} \sigma_{22}^{(s)}(\xi, \zeta), \\ u_1 &= l \varepsilon^s U^{(s)}, v_1 = l \varepsilon^s V^{(s)}, s = \overline{0, N}.\end{aligned}\quad (1.5)$$

В результате получим

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{12}^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial \sigma_{11}^{(s-1)}}{\partial \xi} + \omega_*^2 U^{(s)} &= 0, \quad \frac{\partial \sigma_{22}^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(s-1)}}{\partial \xi} + \omega_*^2 V^{(s)} = 0, \\ \frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi} &= a_{11} \sigma_{11}^{(s)} + a_{12} \sigma_{22}^{(s)} + a_{16} \sigma_{12}^{(s)}, \quad \frac{\partial V^{(s)}}{\partial \zeta} = a_{12} \sigma_{11}^{(s)} + a_{22} \sigma_{22}^{(s)} + a_{26} \sigma_{12}^{(s)}, \\ \frac{\partial U^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \xi} &= a_{16} \sigma_{11}^{(s)} + a_{26} \sigma_{22}^{(s)} + a_{66} \sigma_{12}^{(s)}, \quad \omega_*^2 = \rho h^2 \omega^2.\end{aligned}\quad (1.6)$$

Из системы (1.6) $\sigma_{11}^{(s)}$, $\sigma_{12}^{(s)}$, $\sigma_{22}^{(s)}$ можно выразить через $U^{(s)}$ и $V^{(s)}$:

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{(s)} &= \frac{A_{21}}{A_{61}} \frac{\partial V^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{A_{26}}{A_{61}} \frac{\partial U^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{1}{A_{61}} \left(A_{26} \frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \xi} + A_{22} \frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi} \right), \\ \sigma_{12}^{(s)} &= \frac{A_{16}}{A_{61}} \frac{\partial V^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{A_{21}}{A_{61}} \frac{\partial U^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{1}{A_{61}} \left(A_{21} \frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \xi} + A_{26} \frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi} \right), \\ \sigma_{22}^{(s)} &= \frac{A_{66}}{A_{61}} \frac{\partial V^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{A_{16}}{A_{61}} \frac{\partial U^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{1}{A_{61}} \left(A_{16} \frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \xi} + A_{12} \frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi} \right),\end{aligned}\quad (1.7)$$

где

$$\begin{aligned}A_{12} &= a_{16} a_{26} - a_{12} a_{66}, \quad A_{22} = a_{22} a_{66} - a_{26}^2, \quad A_{26} = a_{12} a_{26} - a_{16} a_{22}, \\ A_{21} &= a_{11} a_{22} - a_{12}^2, \quad A_{16} = a_{12} a_{16} - a_{11} a_{26}, \quad A_{66} = a_{11} a_{66} - a_{16}^2, \\ A_{61} &= a_{16} A_{26} + a_{26} A_{16} + a_{66} A_{21}.\end{aligned}\quad (1.8)$$

Для определения же $U^{(s)}$ и $V^{(s)}$ вытекает система

$$L_1 U^{(s)} + L_{12} V^{(s)} = f_1^{(s-1)}, \quad L_2 V^{(s)} + L_{12} U^{(s)} = f_2^{(s-1)}, \quad (1.9)$$

где операторы L_1, L_2, L_{12} имеют вид

$$L_1 = A_{21} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + A_{61} \omega_*^2, \quad L_2 = A_{66} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + A_{61} \omega_*^2, \quad L_{12} = A_{16} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2}, \quad (1.10)$$

а

$$\begin{aligned} f_1^{(s-1)} &= 2A_{26} \frac{\partial^2 U^{(s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} + (A_{21} + A_{12}) \frac{\partial^2 V^{(s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} + A_{22} \frac{\partial^2 U^{(s-2)}}{\partial \xi^2} + A_{26} \frac{\partial^2 V^{(s-2)}}{\partial \xi^2}, \\ f_2^{(s-1)} &= 2A_{16} \frac{\partial^2 V^{(s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} + (A_{21} + A_{12}) \frac{\partial^2 U^{(s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} + A_{26} \frac{\partial^2 U^{(s-2)}}{\partial \xi^2} + A_{21} \frac{\partial^2 V^{(s-2)}}{\partial \xi^2}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Считая, что $A_{16} \neq 0$ (случай $A_{16} = 0$ имеет место для изотропных и ортотропных полос, он исследован в (4)), введя функцию перемещений $\Phi^{(s)}$ по формулам

$$U^{(s)} = -L_{12} \Phi^{(s)} + L_1^{-1} f_1^{(s-1)}, \quad V^{(s)} = L_1 \Phi^{(s)}, \quad (1.12)$$

первое уравнение (1.9) можно превратить в тождество, а из второго вытекает следующее уравнение относительно $\Phi^{(s)}$:

$$(L_1 L_2 - L_{12}^2) \Phi^{(s)} = \Psi^{(s-1)}, \quad \Psi^{(s-1)} = f_2^{(s-1)} - L_1^{-1} L_{12} f_1^{(s-1)}. \quad (1.13)$$

В развернутом виде уравнение (1.13) имеет вид

$$\begin{aligned} (A_{21} A_{66} - A_{16}^2) \frac{\partial^4 \Phi^{(s)}}{\partial \zeta^4} + A_{21} A_{61} \omega_*^2 \frac{\partial^2 \Phi^{(s)}}{\partial \zeta^2} + \\ + A_{66} A_{61} \omega_*^2 \frac{\partial^2 \Phi^{(s)}}{\partial \zeta^2} + A_{61}^2 \omega_*^4 \Phi^{(s)} = \Psi^{(s-1)}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Решением уравнения (1.14) при $s = 0$ является

$$\Phi^{(0)} = A_1 \cos K_1 \omega_* \zeta + A_2 \sin K_1 \omega_* \zeta + B_1 \cos K_2 \omega_* \zeta + B_2 \sin K_2 \omega_* \zeta,$$

$$\begin{aligned} K_1 &= \sqrt{\frac{(A_{21} + A_{66}) - \sqrt{(A_{21} - A_{66})^2 + 4A_{16}^2}}{2a_{11}}}, \\ K_2 &= \sqrt{\frac{(A_{21} + A_{66}) + \sqrt{(A_{21} - A_{66})^2 + 4A_{16}^2}}{2a_{11}}}. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Для остальных величин имеем

$$\begin{aligned} U^{(0)} &= A_{16} K_1^2 \omega_*^2 (A_1 \cos K_1 \omega_* \zeta + A_2 \sin K_1 \omega_* \zeta) + \\ &+ A_{16} K_2^2 \omega_*^2 (B_1 \cos K_2 \omega_* \zeta + B_2 \sin K_2 \omega_* \zeta), \\ V^{(0)} &= (-A_{21} K_1^2 \omega_*^2 + A_{61} \omega_*^2) (A_1 \cos K_1 \omega_* \zeta + A_2 \sin K_1 \omega_* \zeta) + \\ &+ (-A_{21} K_2^2 \omega_*^2 + A_{61} \omega_*^2) (B_1 \cos K_2 \omega_* \zeta + B_2 \sin K_2 \omega_* \zeta), \\ \sigma_{12}^{(0)} &= A_{16} \omega_*^3 [K_1 (-A_1 \cos K_1 \omega_* \zeta + A_2 \sin K_1 \omega_* \zeta) + \\ &+ K_2 (B_1 \cos K_2 \omega_* \zeta + B_2 \sin K_2 \omega_* \zeta)]. \end{aligned}$$

Удовлетворив граничным условиям (1.2), получим однородную алгебраическую систему относительно постоянных A_1, A_2, B_1, B_2 , которая разбивается на две независимые — относительно (A_1, B_1) и (A_2, B_2) . Из разрешимости этих

систем вытекают следующие уравнения частот:

$$\cos K_1 \omega_* = 0, \cos K_2 \omega_* = 0, \sin K_1 \omega_* = 0, \sin K_2 \omega_* = 0, \quad (1.16)$$

$$\omega_*^I = \frac{\pi}{2K_1}(2n+1), \omega_*^{II} = \frac{\pi}{2K_2}(2n+1), \omega_*^{III} = \frac{\pi n}{K_1}, \omega_*^{IV} = \frac{\pi n}{K_2}, n \in N, \quad (1.17)$$

которым соответствуют собственные функции (формы собственных колебаний)

$$\begin{aligned} U^{(0)} &= A_{16} K_2^2 \omega_*^{I^2} B_1 \cos K_2 \omega_*^I \zeta, \\ \text{а) } V^{(0)} &= (-A_{21} K_2^2 \omega_*^{I^2} + A_{61} \omega_*^2) B_1 \cos K_2 \omega_*^I \zeta, \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{12}^{(0)} &= -A_{16} \omega_*^3 K_2 B_1 \cos K_2 \omega_*^I \zeta, \\ U^{(0)} &= A_{16} K_2^2 \omega_*^{II^2} B_1 \cos K_2 \omega_*^{II} \zeta, \\ \text{б) } V^{(0)} &= (-A_{21} K_2^2 \omega_*^{II^2} + A_{61} \omega_*^2) B_1 \cos K_2 \omega_*^{II} \zeta, \end{aligned} \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{12}^{(0)} &= -A_{16} \omega_*^3 K_2 B_1 \cos K_2 \omega_*^{II} \zeta, \\ U^{(0)} &= A_{16} K_2^2 \omega_*^{III^2} B_1 \cos K_2 \omega_*^{III} \zeta, \\ \text{в) } V^{(0)} &= (-A_{21} K_2^2 \omega_*^{III^2} + A_{61} \omega_*^2) B_1 \cos K_2 \omega_*^{III} \zeta, \end{aligned} \quad (1.20)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{12}^{(0)} &= -A_{16} \omega_*^3 K_2 B_1 \cos K_2 \omega_*^{III} \zeta, \\ U^{(0)} &= A_{16} K_2^2 \omega_*^{IV^2} B_1 \cos K_2 \omega_*^{IV} \zeta, \\ \text{г) } V^{(0)} &= (-A_{21} K_2^2 \omega_*^{IV^2} + A_{61} \omega_*^2) B_1 \cos K_2 \omega_*^{IV} \zeta, \\ \sigma_{12}^{(0)} &= -A_{16} \omega_*^3 K_2 B_1 \cos K_2 \omega_*^{IV} \zeta. \end{aligned} \quad (1.21)$$

2. Рассмотрим случай при $s > 0$. Решение системы (1.9) будет зависеть от того, какое из значений частот (1.17) будет принято за основу вычислений. Поочередно принимая все значения частот (1.17) и решив уравнение (1.14), будем иметь

$$\begin{aligned} \Phi^{(s)} &= A_1^{I(s)} \cos K_1 \omega_*^I \zeta + B_1^{I(s)} \cos K_2 \omega_*^I \zeta + \\ &+ A_1^{II(s)} \cos K_1 \omega_*^{II} \zeta + B_1^{II(s)} \cos K_2 \omega_*^{II} \zeta + \\ &+ A_2^{III(s)} \sin K_1 \omega_*^{III} \zeta + B_2^{III(s)} \sin K_2 \omega_*^{III} \zeta + \\ &+ A_2^{IV(s)} \sin K_1 \omega_*^{IV} \zeta + B_2^{IV(s)} \sin K_2 \omega_*^{IV} \zeta + \overline{\Phi}^{(s-1)}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где $\overline{\Phi}^{(s-1)}$ частное решение уравнения (1.14).

Для величин $U^{(s)}, V^{(s)}$ имеем

$$\begin{aligned} U^{(s)} &= A_{16} (A_1^{I(s)} K_1^2 \omega_*^{I^2} \cos K_1 \omega_*^I \zeta + B_1^{I(s)} K_2^2 \omega_*^{I^2} \cos K_2 \omega_*^I \zeta + \\ &+ A_1^{II(s)} K_1^2 \omega_*^{II^2} \cos K_1 \omega_*^{II} \zeta + B_1^{II(s)} K_2^2 \omega_*^{II^2} \cos K_2 \omega_*^{II} \zeta + \\ &+ A_1^{III(s)} K_1^2 \omega_*^{III^2} \cos K_1 \omega_*^{III} \zeta + B_1^{III(s)} K_2^2 \omega_*^{III^2} \cos K_2 \omega_*^{III} \zeta + \end{aligned}$$

$$+ A_1^{IV(s)} K_1^2 \omega_*^{IV^2} \cos K_1 \omega_*^{IV} \zeta + B_1^{IV(s)} K_2^2 \omega_*^{IV^2} \cos K_2 \omega_*^{IV} \zeta) + \\ + A_{16} \frac{\partial^2 \bar{\Phi}^{(s-1)}}{\partial \zeta^2} + L_1^{-1} f^{(s-1)},$$

$$V^{(s)} = a_1 A_1^{I(s)} K_1^2 \omega_*^{I^2} \cos K_1 \omega_*^I \zeta + a_2 B_1^{I(s)} K_2^2 \omega_*^{I^2} \cos K_2 \omega_*^I \zeta + \\ + a_3 A_1^{II(s)} K_1^2 \omega_*^{II^2} \cos K_1 \omega_*^{II} \zeta + a_4 B_1^{II(s)} K_2^2 \omega_*^{II^2} \cos K_2 \omega_*^{II} \zeta + \\ + a_5 A_1^{III(s)} K_1^2 \omega_*^{III^2} \cos K_1 \omega_*^{III} \zeta + a_6 B_1^{III(s)} K_2^2 \omega_*^{III^2} \cos K_2 \omega_*^{III} \zeta + \\ + a_7 A_1^{IV(s)} K_1^2 \omega_*^{IV^2} \cos K_1 \omega_*^{IV} \zeta + a_8 B_1^{IV(s)} K_2^2 \omega_*^{IV^2} \cos K_2 \omega_*^{IV} \zeta) + \\ + A_{21} \frac{\partial^2 \bar{\Phi}^{(s-1)}}{\partial \zeta^2} + A_{61} \omega_*^2 \bar{\Phi}^{(s-1)}, \quad (2.2)$$

$$a_1 = -A_{21} K_1^2 \omega_*^{I^2} + A_{61} \omega_*^2, \quad a_5 = -A_{21} K_1^2 \omega_*^{III^2} + A_{61} \omega_*^2, \\ a_2 = -A_{21} K_2^2 \omega_*^{I^2} + A_{61} \omega_*^2, \quad a_6 = -A_{21} K_2^2 \omega_*^{III^2} + A_{61} \omega_*^2, \\ a_3 = -A_{21} K_1^2 \omega_*^{II^2} + A_{61} \omega_*^2, \quad a_7 = -A_{21} K_1^2 \omega_*^{IV^2} + A_{61} \omega_*^2, \\ a_4 = -A_{21} K_2^2 \omega_*^{II^2} + A_{61} \omega_*^2, \quad a_8 = -A_{21} K_2^2 \omega_*^{IV^2} + A_{61} \omega_*^2.$$

Удовлетворив граничным условиям (1.2) и учитывая данные при $s = 0$, найдем следующие значения постоянных $B_1^{I(s)}, A_1^{II(s)}, B_2^{III(s)}, A_2^{IV(s)}$:

$$B_1^{I(s)} = \frac{\Psi_3^{(s-1)} K_1^2 \omega_*^{II^2} - \Psi_1^{(s-1)} a_3}{\cos K_2 \omega_*^I (a_3 K_2^2 \omega_*^{I^2} - a_2 K_1^2 \omega_*^{II^2})}, \\ B_2^{III(s)} = \frac{\Psi_4^{(s-1)} K_1^2 \omega_*^{IV^2} - \Psi_2^{(s-1)} a_7}{\sin K_2 \omega_*^{III} (a_7 K_2^2 \omega_*^{III^2} - a_6 K_1^2 \omega_*^{IV^2})}, \quad (2.3) \\ A_1^{II(s)} = \frac{\Psi_3^{(s-1)} a_3 - \Psi_1^{(s-1)} K_2^2 \omega_*^{II^2}}{\cos K_1 \omega_*^{II} (a_3 K_2^2 \omega_*^{I^2} - a_2 K_1^2 \omega_*^{II^2})}, \\ A_2^{IV(s)} = \frac{\Psi_7^{(s-1)} a_7 - \Psi_2^{(s-1)} K_2^2 \omega_*^{IV^2}}{\sin K_2 \omega_*^{IV} (a_7 K_2^2 \omega_*^{III^2} - a_6 K_1^2 \omega_*^{IV^2})},$$

$$\Psi_1^{(s-1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \bar{\Phi}^{(s-1)}(1, \zeta)}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 \bar{\Phi}^{(s-1)}(-1, \zeta)}{\partial \zeta^2} \right) - \frac{1}{A_{16}} L_1^{-1} f^{(s-1)},$$

$$\Psi_2^{(s-1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \bar{\Phi}^{(s-1)}(1, \zeta)}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 \bar{\Phi}^{(s-1)}(-1, \zeta)}{\partial \zeta^2} \right),$$

$$\Psi_3^{(s-1)} = -\frac{1}{2} \left[A_{21} \left(\frac{\partial^2 \bar{\Phi}^{(s-1)}(-1, \zeta)}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 \bar{\Phi}^{(s-1)}(1, \zeta)}{\partial \zeta^2} \right) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + A_{61} \omega_*^2 (\overline{\Phi}^{(s-1)}(-1, \zeta) + \overline{\Phi}^{(s-1)}(1, \zeta)) \Big], \\
\Psi_4^{(s-1)} = & \frac{1}{2} \left[A_{21} \left(\frac{\partial^2 \overline{\Phi}^{(s-1)}(-1, \zeta)}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 \overline{\Phi}^{(s-1)}(1, \zeta)}{\partial \zeta^2} \right) + \right. \\
& \left. + A_{61} \omega_*^2 (\overline{\Phi}^{(s-1)}(-1, \zeta) + \overline{\Phi}^{(s-1)}(1, \zeta)) \right],
\end{aligned}$$

т.е. рассмотрение приближений $s > 0$ не приводит к появлению в общем решении новых произвольных постоянных. Напряжения, соответствующие (2.2), вычисляются по формулам (1.7).

Отметим также, что при $s > 0$ формы собственных колебаний взаимосвязаны и задаются формулами (2.2), (2.3).

Институт механики НАН Армении

Լ. Մ. Խալատյան

Կոշտ ամրացված երկայնական եզրերով անիզոտրոպ շերտի սեփական տատանումների հաճախականությունների մասին

Անիզոտրոպ մարմնի առաձգականության տեսության դինամիկ հավասարումների հիման վրա կատարված է կոշտ ամրացված երկայնական եզրերով անիզոտրոպ շերտի սեփական տատանումների հաճախականությունների հավասարումները, կառուցված են սեփական ֆունկցիաները:

Ապացուցված է, որ, ի տարբերություն իզոտրոպ և օրթոտրոպ շերտերի, ընդհանուր անիզոտրոպիայով օժտված շերտում առաջացած սեփական տատանումները չեն հանդիսանում զուտ սաՀքային և երկայնական:

Ասիմպտոտիկ մեթոդով ստացված են հաճախականությունների համար չորս դասերի պատկանող արժեքներ, որոնք որոշվում են ներքին խնդրի ասիմպտոտիկ լուծման սկզբնական մոտավորությունից:

Ցույց է տրված, որ ասիմպտոտիկ վերլուծության բարձր մոտավորությունները չեն ազդում հաճախականությունների արժեքների վրա, այլ ազդում են սեփական տատանումների ամպլիտուդաների վրա: Ապացուցված է, որ, ի տարբերություն իզոտրոպ դեպքի, չկան բացահայտ կապեր տատանման հաճախականությունների և սեյսմիկ սաՀքային և երկայնական ալիքների տարածման արագությունների միջև:

ЛИТЕРАТУРА – ՓՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С.Г.Левецкий, Теория упругости анизотропного тела, М., Наука, 1977.
- ² Л.А.Агаловян, Межвуз.сб. Механика. Изд. ЕГУ, вып.2, 1982. ³ Л.А.Агаловян, Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек, М., Наука, 1997.
- ⁴ Л.А.Агаловян, В сб. Юбилейной науч. конфер. к 60-летию ГПИ, Гюмри, 1994