

УДК 539.3

Л. А. Левонян

Термопластическое состояние полого цилиндра под воздействием внутреннего давления, кручения и осевой силы

(Представлено академиком НАН Армении М. А. Задосяном 22/VII 1998)

Предельное состояние толстостенных цилиндров под воздействием внутреннего давления, осевой силы и крутящего момента рассмотрены в работе (1). Для упрочняющихся материалов задача рассмотрена в работа (2). Термоупруго-пластическое предельное состояние цилиндра под внутренним давлением рассмотрено в работе (3).

Здесь рассматривается напряженно-деформированное состояние толстостенного цилиндра из упрочняющегося несжимаемого материала, находящегося в осесимметричном высоком стационарном температурном поле под внутренним давлением при одновременном кручении и растяжении (рис.1). Упругие и пластические характеристики материала считаются зависящими от температуры и описываются непрерывными функциями от координат поперечного сечения.

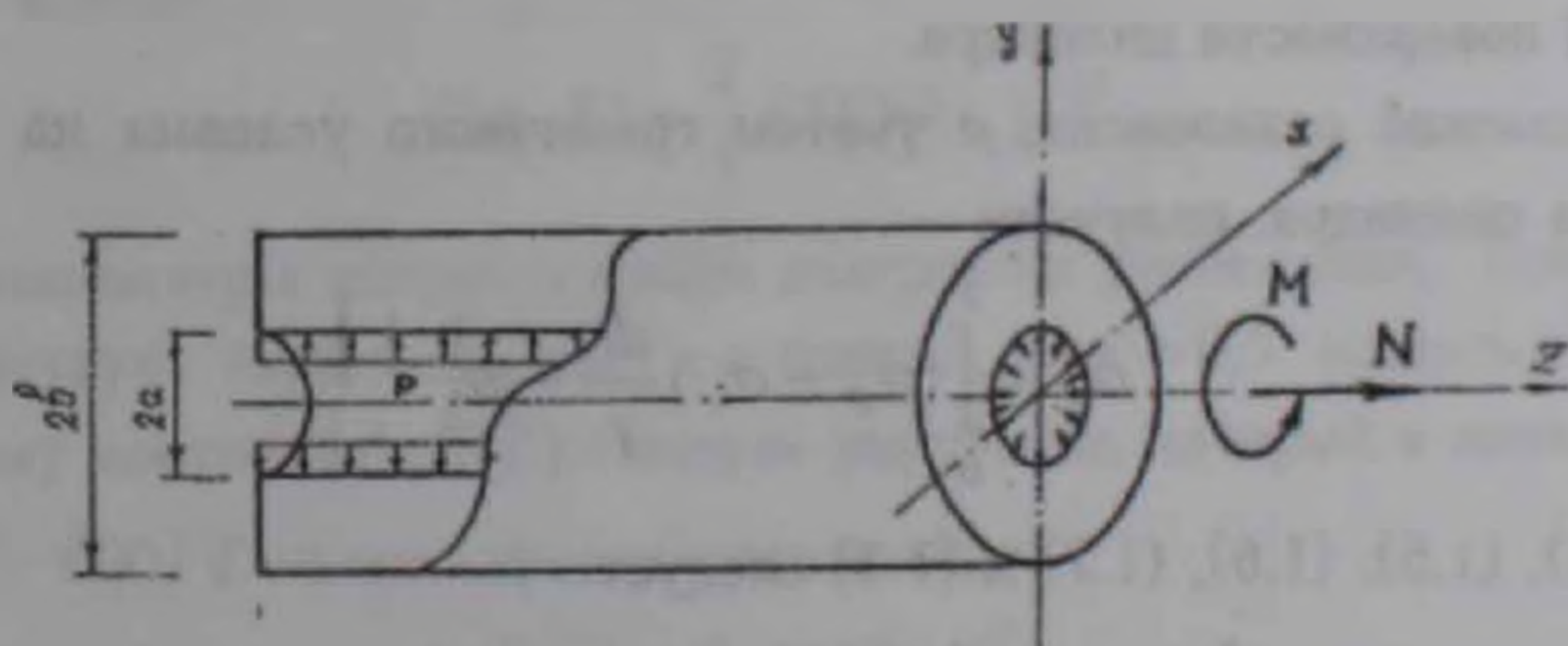


Рис. 1

1. На основе теории малых упруго-пластических деформаций упрочняющихся тел между компонентами напряжений, деформаций и перемещений принимаются зависимости:

$$\sigma_r - \sigma = f(\epsilon_i, T)(\epsilon_r - \alpha T) \dots, \tau_{\theta z} = f(\epsilon_i, T)\gamma_{\theta z} \dots \quad (1.1)$$

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \dots, 2\gamma_{\theta z} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \dots, \quad (1.2)$$

где функция f характеризует закон упрочнения материала цилиндра,

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_r - \varepsilon_z)^2 + 6(\gamma_{r\theta}^2 + \gamma_{\theta z}^2 + \gamma_{rz}^2)} \quad (1.3)$$

T — распределение температуры в цилиндре, α — коэффициент линейного расширения материала.

Исходя из характера внешнего воздействия полуобратным способом ⁽²⁾, полагая тензор деформаций лишь функцией от r , а $\tau_{r\theta}$ и τ_{rz} равными нулю по всему объему цилиндра, компоненты перемещений и деформаций можно представить в виде

$$u = -Ar + \frac{B}{r} + \frac{3}{r} \int_a^r \alpha T r dr, \quad (1.4)$$

$$v = 2Crz, \quad w = 2Az,$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= -A - \frac{B}{r^2} - \frac{3}{r^2} \int_a^r \alpha T r dr, \\ \varepsilon_\theta &= -A + \frac{B}{r^2} + \frac{3}{r^2} \int_a^r \alpha T r dr, \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\varepsilon_z = 2A,$$

где A, B, C постоянные.

При осесимметричном установившемся поле температуры ее распределение в сечениях цилиндра имеет вид

$$T = T_1 + T_* \ln r / a, \quad (1.6)$$

где $T_* = (T_2 - T_1) / \ln b / a$; T_1, T_2 — соответственно температуры внутренней и наружной поверхности цилиндра.

Из уравнений равновесия, с учетом граничного условия на внутренней поверхности цилиндра, получаем

$$\sigma_r = \int_a^r (\sigma_\theta - \sigma_r) \frac{dr}{r} - p. \quad (1.7)$$

Из (1.1), (1.5), (1.6), (1.7) и (1.3) следует

$$\sigma_r = \int_a^r f(\varepsilon_i, T) \left(\frac{2B}{r^2} + 2Q(r) - 3\alpha T \right) \frac{dr}{r} - p,$$

$$\sigma_\theta = \sigma_r + f(\varepsilon_i, T) \left(\frac{2B}{r^2} + 2Q(r) - 3\alpha T \right),$$

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \sigma_r + f(\varepsilon_i, T) \left(\frac{2B}{r^2} + Q(r) + 3A - 3\alpha T \right), \\ \tau_{\theta r} &= Cf(\varepsilon_i, T)r,\end{aligned}\quad (1.8)$$

где

$$Q(r) = \frac{3}{4}\alpha \left[(2T_1 - T_*) \frac{r^2 - a^2}{r^2} + 2T_* \ln r/a \right], \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_i^2 &= 3A^2 + C^2 r^2 + \frac{B^2}{r^4} + C \frac{Q(r)}{r} - 3\alpha TA - \\ &- 3\alpha TQ(r) + 3\alpha^2 T^2 + Q^2(r).\end{aligned}\quad (1.10)$$

Удовлетворяя граничным условиям на внутренней и наружной поверхностях цилиндра при $r=a$, $\sigma_r = -P$; при $r=b$, $\sigma_r = 0$, а также условиям на торцах цилиндра

$$2\pi \int_a^b \sigma_r r dr = N, \quad 2\pi \int_a^b \tau_{\theta r} r^2 dr = M, \quad (1.11)$$

получаем систему уравнений, определяющую постоянные интегрирования

$$\begin{aligned}3\pi \int_a^b (2A - \alpha T) f(\varepsilon_i, T) r dr &= N - pa^2, \\ 2\pi C \int_a^b f(\varepsilon_i, T) r^3 dr &= M, \\ \int_a^b \left(\frac{2B}{r^2} + Q(r) - 3\alpha T \right) f(\varepsilon_i, T) \frac{dr}{r} &= p.\end{aligned}\quad (1.12)$$

2. Для жаропрочных сталей и сплавов функцию упрочнения f можно представить в виде

$$f(\varepsilon_i, T) = \frac{2}{3} E(T) (k\varepsilon_i)^{-2\lambda}, \quad (2.1)$$

где λ и k параметры аппроксимации диаграммы растяжения, при этом $\lambda = 0$ соответствует термоупругому состоянию, а $\lambda = 0,5$ предельному термопластическому состоянию, $E(T)$ - модуль упругости, который в интервале температур $(200-600)^\circ\text{C}$ можно представить в виде

$$E(T) = E_0 \exp(-\mu T), \quad (2.2)$$

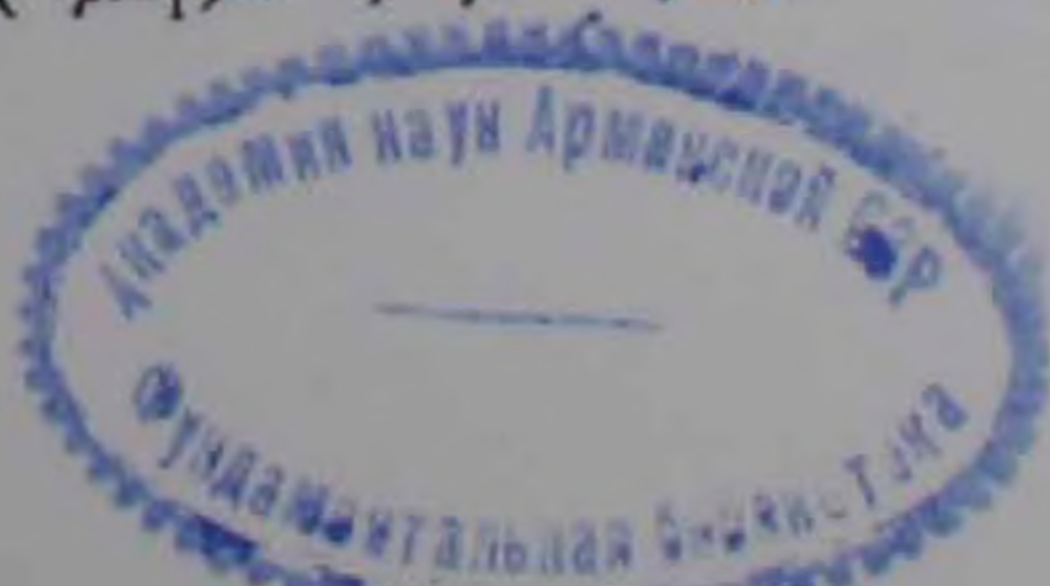
где μ - параметр аппроксимации, а $E_0 = E(T_1)$.

С учетом (1.6) получаем

$$E = E_1 r^\beta, \quad (2.3)$$

где

$$E_1 = E_0 \exp(-\mu T_1) a^{-\beta}, \quad \beta = -\mu T_*. \quad (2.4)$$



Обозначая $r = ax$, $b/a = \nu$, выражения (1.8) и (1.12) после некоторых преобразований представляются в следующем виде:

$$\sigma_r = E_* \int_{\nu}^x x^{\beta-3} [2B_* + \frac{3}{4} \alpha (T_* - 2T_1 - T_* x^2)] H(x) dx,$$

$$\sigma_\theta = \sigma_r + E_* x^{\beta-2} [2B_* + \frac{3}{4} \alpha (T_* - 2T_1 - T_* x^2)] H(x), \quad (2.5)$$

$$\sigma_z = \sigma_r + E_* x^{\beta-2} [(Q(x) + 3A - 3\alpha T) x^2 + B_*] H(x),$$

$$\tau_{\theta z} = C_* E_* H(x) x^{\beta+1},$$

$$\int_1^{\nu} (2A - \alpha T) x^{\beta+1} H(x) dx = \frac{N - \pi a^2 p}{3\pi E_*},$$

$$C_* \int_1^{\nu} x^{\beta+3} H(x) dx = \frac{M}{2\pi a^3 E_*}, \quad (2.6)$$

$$\int_1^{\nu} x^{\beta-3} [2B_* + \frac{3}{4} \alpha (T_* - 2T_1 - T_* x^2)] H(x) dx = \frac{p}{E_*},$$

где

$$H(x) = (k\varepsilon_i)^{-2\lambda}, \quad B_* = B/a^2, \quad C_* = C \cdot a,$$

$$\varepsilon_i^2 = 3A^2 + C_*^2 x^2 + \frac{B_*^2}{x^4} + B_* \frac{Q(x)}{x^2} + 3\alpha T(x) -$$

$$- 3\alpha T(x)Q(x) + 3\alpha^2 T^2(x) + Q^2(x), \quad (2.7)$$

$$Q(x) = \frac{3}{4} \alpha \left[(2T_1 - T_*) \frac{x^2 - 1}{x^2} + 2T_* \ln x \right], \quad (2.8)$$

$$T(x) = T_1 + T_* \ln x, \quad T_* = (T_2 - T_1) / \ln \nu, \quad (2.9)$$

$$E_* = \frac{2}{3} E(T_1) \exp(-\mu T_1). \quad (2.10)$$

В частном случае, при $\lambda = 0$, из (2.5) и (2.6) получаем решение (2).

3. Для числового примера рассмотрен полый цилиндр из нержавеющей стали марки IX18H9T. При $T_1 = 500^\circ\text{C}$, $T_2 = 200^\circ\text{C}$ модуль упругости, предел прочности, параметры λ и k можно представить в виде:

$$E = 1,7 \cdot 10^5 x^\beta \text{ МПа}, \quad x \in [1; \nu],$$

$$\beta = -\mu T_* \cdot \mu = 4,744 \cdot 10^{-4},$$

$$\sigma_T = 252,6 \exp(-0,0009T) \text{ МПа},$$

$$\sigma_b = 522,7 \exp(-0,00016T) \text{ МПа},$$

$$\lambda = 0,4015 - 0,0001T(x),$$

$$k = 500(2,676x^{\beta - \frac{0,27}{\ln \nu}})^{\frac{1}{2\lambda}}.$$

Картина напряженного состояния при $a=1,8$ м, $\nu=1,2$, $T_1=500^\circ\text{C}$, $T_2=200^\circ\text{C}$, $\alpha=1,8\cdot 10^{-7}$ 1/град., $p=20$ МПа, $M=220a^3$ кН.м, $N=\pi a^2 p$, показана на рис.2 и 3 (в МПа).

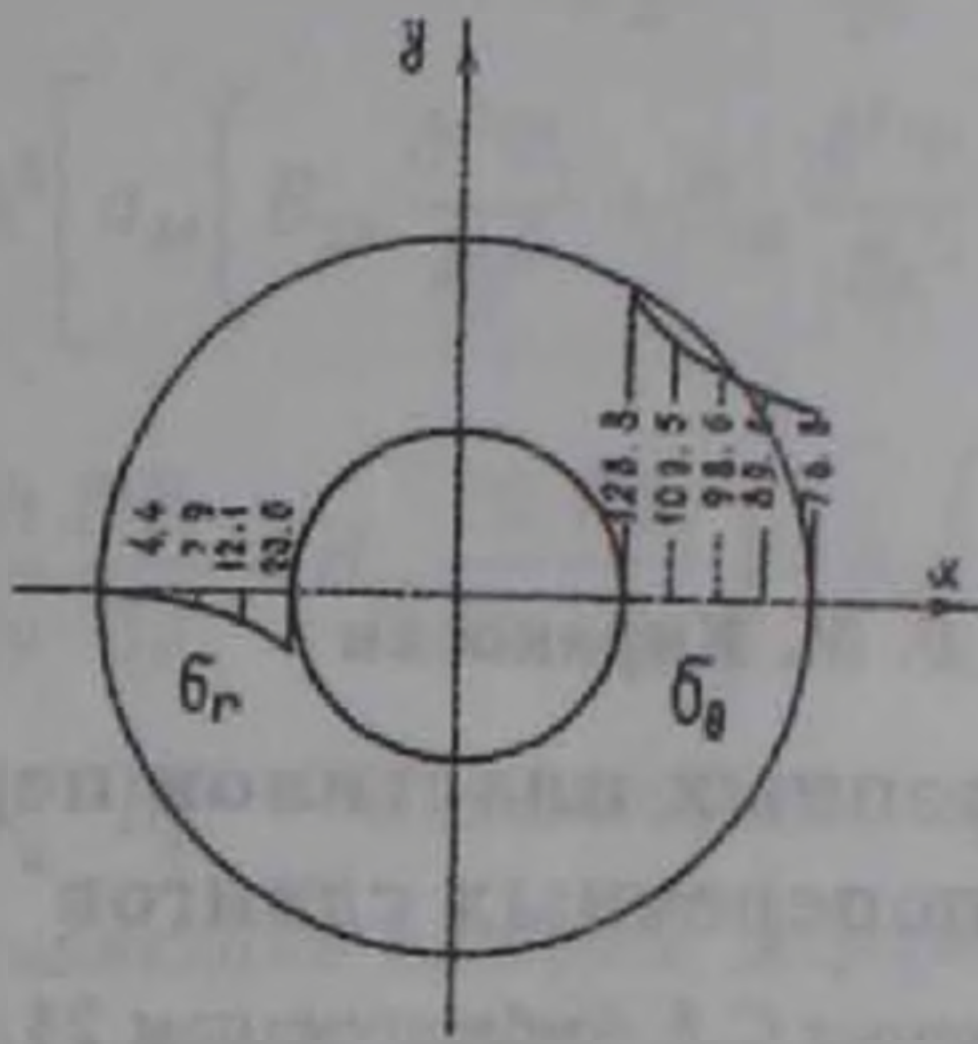


Рис.2.

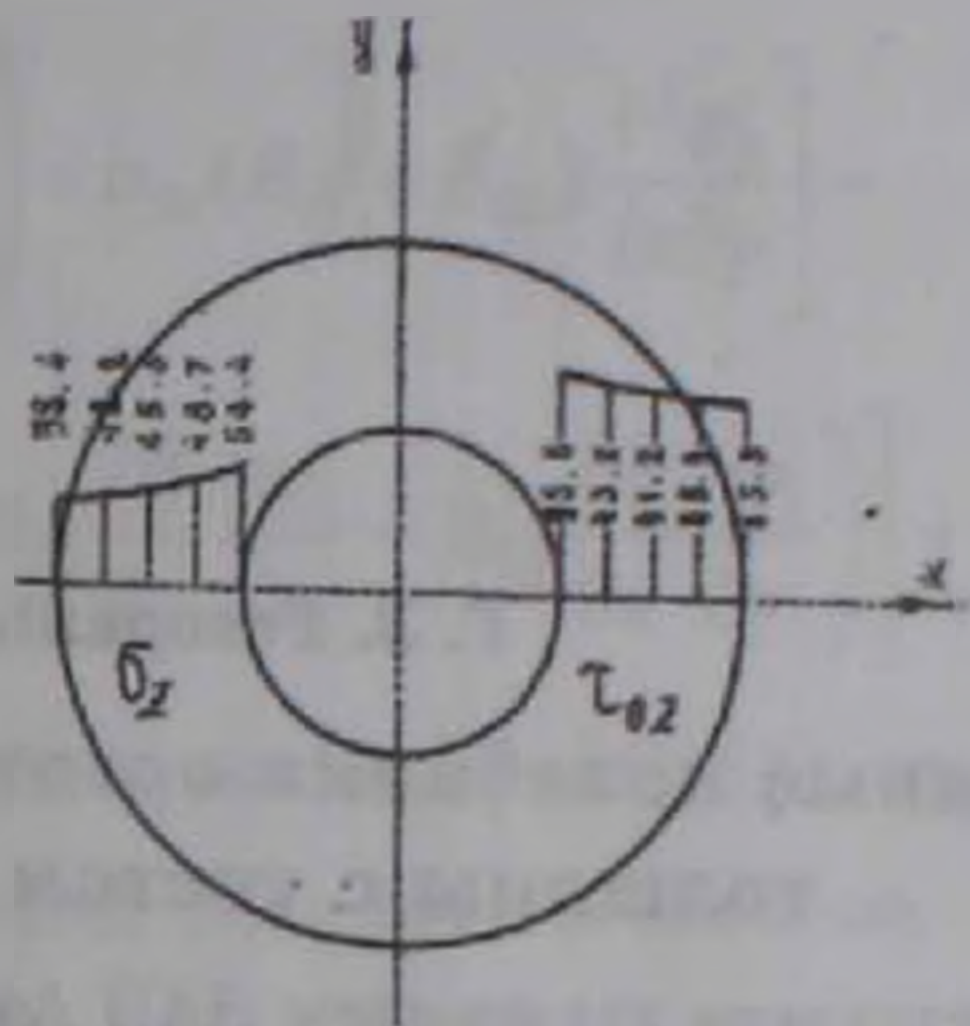


Рис.3.

Институт механики НАН Армении

Լ. Կ. ԼԵՎՈՆՅԱՆ

Սնամեջ գլանի ջերմապլաստիկական վիճակը ներքին ճնշման, ոլորման եվ առանցքային ուժի ազդեցության տակ

Դիտարկված է ստացիոնար բարձր ջերմային դաշտում ներքին ճնշման տակ գտնվող հաստապատ երկար գլան՝ ամրապնդվող անսեղմելի նյութից, որի ճակատային մասերում գործում են ոլորող մոմենտներ և ձգող ուժեր: Նյութի մեխանիկական բնութագրիչները կախված են ջերմային դաշտից և նկարագրվում են չառավղային կոորդինատից կախված անընդհատ ֆունկցիաներով:

Ջերմապլաստիկության դեֆորմացիոն տեսության հիման վրա ստացված են լարումների արտահայտությունները աստիճանային ամրապնդումով նյութի համար:

Բերված են թվային հաշվարկների արդյունքները հրակայուն պողպատից սնամեջ փակ հիմքերով հաստապատ գլանի համար:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Ж.Панарелли, П.Ходж, Прикл.механика, Тр. Амер. о-ва инж.-мех., Сер.Е, т.30, №3, с.87-91 (1963).
- ² М.А.Задоян, Пространственные задачи теории пластичности, М., Наука, 1992.
- ³ Л.М.Качанов, ЖТФ, №10, 1940.
- ⁴ М.А.Задоян, Л.А.Левонян, Изв.АН АрмССР. Тех. науки, т.28, №6 с.10-16 (1975).
- ⁵ Л.А.Левонян, Инж.пробл. строительной механики. Меж.тем.сб.науч.тр. по строительству и архитектуре, Ереван, с.80-90, 1987.
- ⁶ Б.Боли, Дж.Уэйнер, Теория температурных напряжений, М., Мир, 1964.
- ⁷ Расчет конструкций на тепловые воздействия, М., Машиностроение, 1969.