

УДК 681.32

Э. В. Казарян, М. К. Багдасарян

**Стохастические модели для оценки надежности
дискретных систем**

(Представлено академиком НАН Армении В. В. Алексеевский 17/IX 1997)

Многие технологические процессы и производства имеют дискретный режим работы. Их техническое состояние и работоспособность определяются при проведении профилактических мероприятий, однако отказы могут проявиться также и в непредвиденные моменты. Для повышения показателей надежности используется резервирование отдельных блоков, находящихся в ненагруженном режиме до начала выполнения ими функций основного элемента. При количественном анализе таких систем наибольший интерес вызывают вероятностные характеристики их функционирования. Поэтому, представляя резервированную систему стохастической моделью (сети Петри), становится возможным вычислить соответствующие вероятности смены состояний и перейти к анализу интересующих показателей надежности.

В данной работе делается попытка ввести модель для оценки надежности резервированных систем на основе стохастической сети Петри ⁽¹⁾, так как в ней время, требуемое возбужденному переходу для срабатывания, является случайной величиной, распределенной по экспоненциальному закону ⁽²⁾. Это обстоятельство облегчает аналитическое исследование количественных характеристик надежности, поскольку случайные процессы, протекающие в них, являются однородными марковскими процессами.

Стохастическая сеть Петри задается совокупностью множеств

$$N = (P, T, F^+, F^-, M'),$$

где P – множество позиций ($P = \{p_0, p_1, \dots, p_n\}$); T – множество переходов ($T = \{t_0, t_1, \dots, t_m\}$); F^+ – функция входных инциденций; F^- – функция выходных инциденций. M' описывает вектор каждой позиции распределения вероятностей наличия фишек $M'(P_i)$ ⁽¹⁾. В стохастических сетях Петри при сра-

бывании переходов происходит процесс перераспределения фишек, который отражается в изменении векторов распределения вероятностей наличия фишек в позициях.

Пример стохастической сети Петри, используемой для оценки надежности систем, приведен на рис.1. Такая сеть может служить моделью резервированной системы с m рабочими блоками (время работы которых имеет экспоненциальное распределение) с восстанавливающимися и резервными блоками. Следовательно, каждый блок может быть в одном из следующих трех состояний:

- работоспособное (А);
- восстановленное (В);
- неисправное (С).

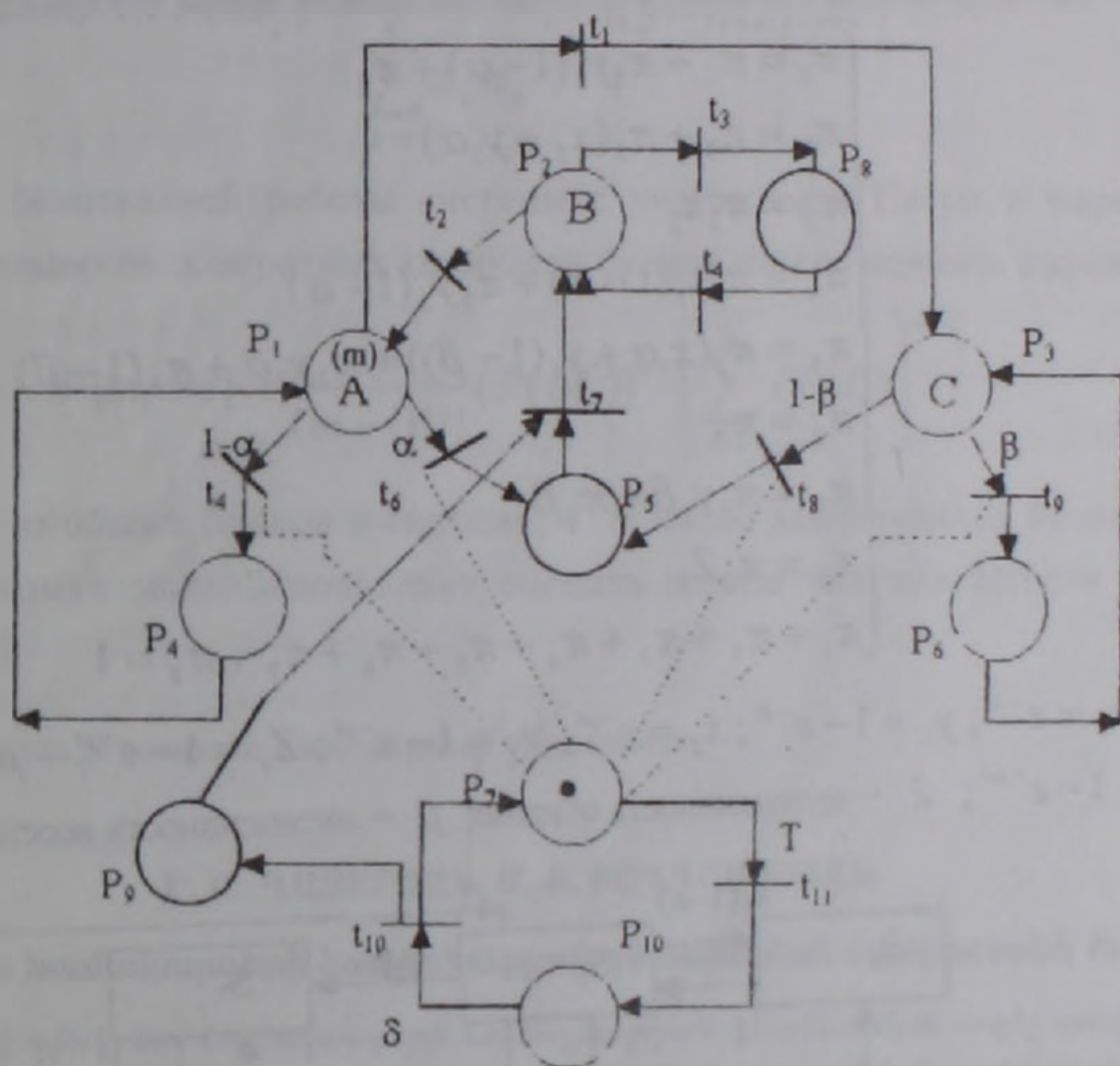


Рис 1.

Элементы сети, показанной на рис.1, имеют следующую интерпретацию: P_1 – рабочее состояние системы; P_2 – состояние восстановления блока; P_3 – состояние выявления отказывающего блока; P_8 – характеризует число резервных блоков; $P_4, P_5, P_6, P_7, P_9, P_{10}$ характеризуют состояние системы; $t_1, t_2, \dots, t_{11}$ – события, связанные с инициализацией указанных выше действий; T – интервал между двумя последовательными выявлениями состояний; δ – время выявления состояния.

Если позиция P_7 содержит маркер (на рис.1 в виде точки), то система находится в процессе поиска. Если позиция P_{10} содержит маркер, то система находится в процессе выявления.

После процесса выявления блоки, которые были в состоянии (А), останутся в состоянии (А) с вероятностью $1 - \alpha$ и перейдут на состояние (В) с вероятностью α . В аналогичном случае блоки, которые были в состоянии (С), перейдут в состояние (В) с вероятностью $1 - \beta$ и состояние (С) с вероятностью β .

При выходе из строя рабочего блока он заменяется на резерв или самовосстанавливается. В системе наступает отказ, если все рабочие блоки окажутся неисправными и резерв исчерпан.

Описанный процесс удовлетворяет определению полумарковского процесса (ПМП).

Граф состояний показан на рис.2. Вектор стационарных вероятностей марковских процессов ($\pi_i = P(S_i)$) определяется из решения системы линейных уравнений, полученных из графа состояний ПМП (3) (рис.2)

$$\begin{cases} \pi_1 = \pi_4 + \pi_3 y_3 (1 - \alpha) + \pi_8 \\ \pi_2 = \pi_5 + \pi_3 (x_3 + y_3 \alpha) \\ \pi_3 = \pi_2 x_2 \\ \pi_4 = \pi_1 x_1 (1 - \alpha) + \pi_2 y_2 (1 - \alpha) \\ \pi_5 = \pi_1 (x_1 \alpha + y_1 (1 - \beta)) + \pi_2 y_2 \alpha + \pi_6 (1 - \beta) \\ \pi_6 = \pi_7 \\ \pi_7 = \pi_1 y_1 \beta + \pi_6 \beta \\ \pi_8 = \pi_2 Z_2 \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 + \pi_6 + \pi_7 + \pi_8 = 1 \end{cases} \quad (1)$$

где $x_1 = e^{-\lambda}$; $y_1 = 1 - e^{-\lambda}$; $x_2 = e^{-\mu}$; $y_2 = 1 - e^{-\mu}$; $Z_2 = 1 - e^{-\mu} - \mu t e^{-\mu}$; $x_3 = e^{-\mu \delta}$; $y_3 = 1 - e^{-\mu \delta}$; λ - интенсивность отказов; μ - интенсивность восстановления.

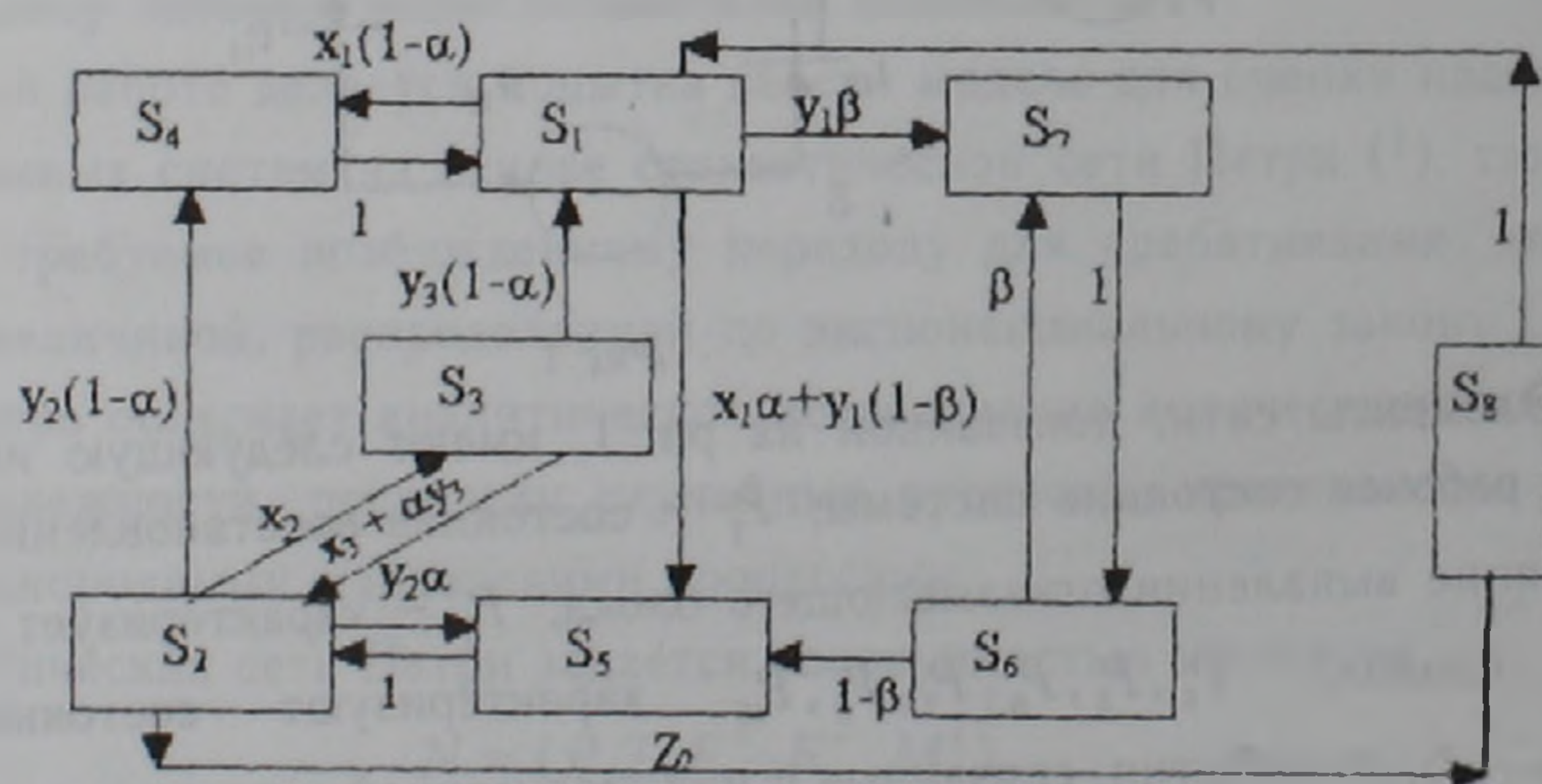


Рис.2.

Однако для того чтобы получить переходные вероятности $P(M_j)$, необходимо вычислить весовые коэффициенты. Приведенная модель имеет следующие ненулевые весовые коэффициенты:

$$\begin{aligned}
w_{11} &= \int_0^T e^{-\mu} dt, \quad w_{16} = \int_0^T (1 - e^{-\mu}) dt, \\
w_{22} &= \int_0^T e^{-\mu} dt, \quad w_{21} = \int_0^T (1 - e^{-\mu}) dt, \\
w_{33} &= \int_0^\delta e^{-\mu} dt, \quad w_{34} = (1 - \alpha) \int_0^\delta (1 - e^{-\mu}) dt, \quad w_{35} = \alpha \int_0^\delta (1 - e^{-\mu}) dt, \\
w_{44} &= \delta, \quad w_{55} = \delta, \quad w_{66} = T, \quad w_{77} = \delta, \quad w_{88} = T.
\end{aligned}$$

Переходная вероятность определяется в виде

$$P(M_j) = \frac{\pi_j w_j}{\sum_{k=1}^8 \pi_k w_k}, \quad i, j = 1, 2, \dots, 8. \quad (2)$$

Вероятность безотказной работы системы с учетом сети Петри и марковских случайных процессов для разных количеств блоков можно оценить выражением

$$P\{m_i = i\} = \frac{m!}{(m-i)!i!} (P(M_i))^i \cdot \left[\sum_{i=2}^8 P(M_i) \right]^{m-i}, \quad (3)$$

где m — число общих блоков в системе; i — число действующих блоков.

Предлагаемая модель позволяет оценить показатели надежности резервных систем.

Армянский государственный инженерный университет

Է. Վ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Մ. Զ. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ

Ղիսկրեւտ համակարգերի հուսալիության գնահատման ստոխաստիկ մոդել

Մշակված է ղիսկրեւտ համակարգերի հուսալիության գնահատման մոդել ստոխաստիկ Պետրիի ցանցի հիմքով: Նման ցանցային մոդելներում անցումների բանեցման համար անհրաժեշտ գրգռման ժամանակը ներկայացնելով որպես պատահական մեծություններ, որոնք հանդիսանում են պատահական մարկովյան պրոցեսներ, նշանակալիորեն պարզեցված է հուսալիության քանակական բնութագրերի անալիզը: Մասնավորապես, կիսամարկովյան պրոցեսների գրաֆիկական ներկայացման արդյունքով գնահատվել են համակարգի մի վիճակից մյուսին անցման և անխափան աշխատանքի հավանականությունը:

ЛИТЕРАТУРА – ՎՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А.А.Лескин, П.А.Мальцев, Сети Петри в моделировании и управлении, Л., Наука, 1989.
- ² В.С.Королук, Стохастические модели систем, Киев, Наукова думка, 1989.
- ³ G.Ciardo, C.Lindemann, IEEE Trans, v.43, p.1453-1456 (1994).