УДК 532.501.32

А. М. Бархударян, А. А. Баблоян, Г. С. Макарян

**Нестационарное движение жидкостей
 в трубопроводах насосной установки**

(Представлено академиком НАН Армении Р.А.Мовсесяном 6/III 1998)

При работе насосной станции часто возникает необходимость открытия или закрытия задвижек, установленных на нагнетательных трубопроводах. При этом в системе возникает нестационарное движение жидкости. Изучение переходных (нестационарных) процессов необходимо для оценки прочности и долговечности систем.

Предположим, что всасывающий и нагнетательный трубопроводы установки залиты водой и насос работает при закрытой задвижке. Начиная с некоторого момента времени с постепенным открытием задвижки в системе возникает нестационарное движение жидкости.

Целью данной работы являлось изучение переходных процессов, происходящих до установления стационарного движения.

Представляя аналитическую зависимость между напором H и расходом Q насоса уравнением (1)

$$H = H_0 + GQ - SQ^2$$

и используя уравнение нестационарного движения несжимаемой жидкости (2), получим дифференциальное уравнение

$$dQ / dt = f(t)Q^2 + qQ + h, \quad Q(0) = 0. \quad (1)$$

где

$$f(t) = -A - B\psi(t); \quad A = C_2 / C_1; \quad B = 8 / \pi^2 g d_{\alpha}^4 c_1; \quad q = G / C_1; \quad h = \frac{H_0 - H_1}{C_1};$$

$$\psi(t) = \frac{(1-t/t_0)^2}{t/t_0} \sum_{k=0}^{\infty} d_k (t/t_0)^k; \quad C_1 = \frac{4}{\pi g} (l_1 / d_{01}^2 + l_2 / d_{02}^2); \quad (1')$$

$$C_2 = \frac{8}{\pi^2 g} [(\xi_1 + \lambda_1 l_1 / d_{01}) \frac{1}{d_{01}^4} + (\xi_2 + \lambda_2 l_2 / d_{02}) \frac{1}{d_{02}^4}] + S;$$

l_1 и l_2 – соответственно длины всасывающего и нагнетательного трубопроводов, d_{01} и d_{02} – соответствующие диаметры, λ_1 и λ_2 – коэффициенты сопро-

тивления трения, ξ_1 и ξ_2 – суммарные коэффициенты местных сопротивлений всасывающего и нагнетательного трубопроводов, $\psi(t)$ – коэффициент местного сопротивления задвижки, t_0 – время полного открытия задвижки, H_1 – статический напор.

Введем новую переменную $\tau = t/t_0$ и представим уравнение (1) в виде

$$\frac{1}{t_0} \frac{dQ}{d\tau} + [A + B\psi(\tau)]Q^2 - qQ = h, \quad Q(0) = 0. \quad (2)$$

Представим функцию $\psi(t)$ в виде ряда

$$\psi(\tau) = \frac{d_0}{\tau} + \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \tau^k \quad (0 \leq \tau \leq 1), \quad (3)$$

где $\alpha_0 = d_1 - 2d_0; \quad \alpha_k = d_{k+1} - 2d_k + d_{k-1} \quad (k \geq 1)$

и ищем решение задачи в виде

$$Q(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \tau^k, \quad \alpha_0 = 0. \quad (4)$$

При этом имеем

$$Q^2(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} Z_k \tau^k; \quad \frac{dQ}{d\tau} = \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)a_{k+1} \tau^k; \quad (5)$$

$$Q^2 \psi = d_0 \sum_{k=0}^{\infty} Z_{k+1} \tau^k + \sum_{k=0}^{\infty} v_k \tau^k,$$

где введены обозначения

$$Z_{2n+1} = 2 \sum_{p=0}^n a_p a_{2n-p+1}, \quad (k = 2n+1)$$

$$Z_{2n} = a_n^2 + 2 \sum_{p=0}^{n-1} a_p a_{2n-p}, \quad (k = 2n) \quad (6)$$

$$v_k = \sum_{p=0}^k a_p Z_{k-p} = \sum_{p=0}^k a_{k-p} Z_p.$$

Подставляя (4) и (6) в уравнение (2) и приравнявая коэффициенты при τ^k к нулю, для определения постоянных α_k получим следующее рекуррентное соотношение:

$$\frac{1}{t_0} (k+1)a_{k+1} + AZ_k + Bd_0 Z_{k+1} + Bv_k - qa_k = h\delta_{p,k} \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (7)$$

где $\delta_{p,k}$ – символ Кронекера.

Из уравнения (7) постоянные a_k ($k \geq 1$) определяются поочередно, единственным образом.

Рассмотрим теперь уравнение (2) в малой окрестности точки $\tau=1$ слева, считая, что $Q|_{\tau=1} = Q_0$, где значение Q_0 подлежит определению.

Вводим новую переменную

$$X = \tau - 1 = \frac{t - t_0}{t_0} \quad \left(\begin{array}{l} 0 \ll t \ll t_0 \\ -1 \ll X \leq 0 \end{array} \right). \quad (8)$$

Представим функцию $\psi(X)$ в виде ряда. В силу (1') этот ряд будет иметь вид

$$\psi(X) = \sum_{k=0}^{\infty} \beta_k X^{k+2} \quad (-1 \ll X \leq 0). \quad (9)$$

Представим решение уравнения (2) в виде

$$Q = \sum_{k=0}^{\infty} b_k X^k \quad (-1 \ll X \leq 0). \quad (10)$$

Для определения неизвестных постоянных аналогичным образом получено следующее рекуррентное соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{1}{t_0} b_1 + AU_0 - qb_0 &= h; & (U_0 = b_0^2) \\ \frac{2}{t_0} b_2 + AU_1 - qb_1 &= 0; & (U_1 = 2b_0 b_1) \\ \frac{k+1}{t_0} b_{k+1} + AU_k + BW_{k-2} - qb_k &= 0; & (k \geq 2), \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} U_{2n+1} &= 2 \sum_{p=0}^n b_p b_{2n-p+1}; & U_{2n} &= b_n^2 + 2 \sum_{p=0}^{n-1} b_p b_{2n-p}; \\ W_k &= \sum_{p=0}^k b_p \beta_{k-p} = \sum_{p=0}^k b_{k-p} \beta_p. \end{aligned} \quad (12)$$

Считая, что $b_0 = Q_0$ известен, по формулам (11) определим все коэффициенты b_k ($k \geq 1$) единственным образом.

Рассмотрим наконец случай, когда $t \geq t_0$ ($\tau \geq 1$ или $X \geq 0$). Считая, что начиная с момента времени $t = t_0$ функция $\psi(t) = 0$, уравнение (1) представим в виде ($B=0$)

$$dQ/dt + AQ^2 = qQ + h. \quad (13)$$

Считая, что $A > 0$ и $h > 0$, решение уравнения (13) представим в виде

$$\ln \frac{|Q - X_1|}{Q - X_2} = -A(X_1 - X_2)(t + C_3), \quad (14)$$

где

$$X_{1,2} = \frac{q \pm \sqrt{q^2 + 4Ah}}{2A} \quad (15)$$

или же (при $0 < Q < X_1$)

$$Q(t) = \frac{X_1 + X_2 K(t)}{1 + K(t)}; \quad K(t) = e^{-A(X_1 - X_2)(t + C_3)} \quad (16)$$

Если при этом для уравнения (13) задано начальное условие

$$Q(t_0) = Q_1, \quad (17)$$

то произвольную постоянную C_3 определим из соотношения

$$t_0 + C_3 = \frac{1}{A(X_1 - X_2)} \ln \frac{Q_1 - X_2}{|Q_1 - X_1|}. \quad (18)$$

Пусть $X_1 \geq X_2$, тогда

$$X_1 = \frac{q + \sqrt{q^2 + 4Ah}}{2A}; \quad X_2 = \frac{q - \sqrt{q^2 + 4Ah}}{2A}, \quad (19)$$

$$X_1 > 0; \quad X_2 < 0$$

При этом $Q(\infty) = X_1$, следовательно

$$Q(\infty) - Q(t) = \frac{(X_1 - X_2)K(t)}{1 + K(t)}. \quad (20)$$

Вопрос, связанный с определением значения Q_0 , остается пока открытым. Так как определение Q_0 связано с решением довольно сложного нелинейного уравнения, целесообразно определить Q_0 путем подбора, т.е. заданием приближенного значения Q_0 и дальнейшей проверкой условий контакта двух решений уравнением (2).

Вопрос определения Q_0 отпадает, если второе решение уравнения (2) построить в малой окрестности точки $\tau = \tau_*$, где $0,5 < \tau_* < 1$. Построение такого решения не вызывает принципиально новых математических трудностей.

Коэффициенты d_k, β_k и α_k можно определить при помощи таблицы $\psi(\tau)$. Пусть из таблицы нам известны значения

$$\psi(\tau_p) = y_p; \quad (p = 1 \div N); \quad (\tau_p \neq 0, \text{ или } 1). \quad (21)$$

Тогда постоянные d_k, β_k и α_k можно определить прямым путем (с помощью таблицы (2)) из следующих систем уравнений:

$$\sum_{k=0}^{N-1} d_k \tau_p^k = \frac{\tau_p}{(\tau_p - 1)^2} y_p; \quad (p = 1 \div N) \quad (22)$$

$$\sum_{k=0}^{N-1} \beta_k (\tau_p - 1)^k = \frac{y_p}{(\tau_p - 1)^2}; \quad (p=1 \div N) \quad (23)$$

$$d_0 + \sum_{k=0}^{N-2} \alpha_k \tau_p^{k+1} = \tau_p y_p; \quad (p=1 \div N) \quad (24)$$

При этом точные соотношения между постоянными d_k, β_k и α_k будут удовлетворяться приближенно (в точном смысле), но практически точно.

Отметим, что при получении уравнений (21)-(24) считалось, что задвижка открывается равномерно. При неравномерном (в том числе скачкообразном) открытии задвижки уравнения (21)-(24) приобретают иной вид.

Ереванский архитектурно-строительный институт

Ա. Մ. ԲԱՐԻՍՈՒԴԱՐՅԱՆ, Ա. Հ. ԲԱԲԼՈՅԱՆ, Հ. Ս. ՄԱԿԱՐՅԱՆ

Հեղուկի ոչ ստացիոնար շարժումը պոմպային սարքավորման խողովակաշարում

Աշխատանքում ուսումնասիրված է հեղուկի ոչ ստացիոնար շարժումը խողովակաշարում, որը առաջանում է մղման խողովակի վրա տեղադրված փականի հավասարաչափ բացման հետևանքով:

Հնդուկված է, որ նախքան փականի բացելը համակարգը լցված էր հեղուկով, պոմպը աշխատում էր հաստատուն պտտաթվերով, իսկ փականը լրիվ փակ էր:

Ուսումնասիրությունները կատարվել են ինչպես փականի բացման ժամանակահատվածում, այնպես էլ փականը լրիվ բացվելուց հետո:

ЛИТЕРАТУРА – ՊՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Е.А. Прегер. Научн. труды ЛИСИ, вып.20 (1955). ² Վ.Մ.Հովսեփյան, Հիդրավիկա, Լույս, Երևան 1973.