ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Том 97 1997 №2

ФИЗИКА

УДК 538.3

Р. А. Багиян

## К теории переходного излучения в случае наклонного падения при условии излучения Вавилова – Черенкова

(Представлено академиком НАН Армении М. Л. Тер-Микаеляном 1/XI 1996)

При скользящем падении заряженных частиц на границы раздела сред реальное состояние поверхности мишеней приводит к аномалиям (см., например, [1,2]), для объяснения которых весьма важно изучение известных формул переходного излучения при наклонном влете.

В работе проведено исследование формул переходного излучения в случае наклонного прохождения заряда через поверхности раздела сред при выполнении условия Вавилова – Черенкова.

Исходим из общих выражений для спектральных плотностей энергии переходного излучения в случае наклонного прохождения заряженной частицы через плоскую границу раздела $z=0$* двух сред с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1$ и $\varepsilon_2$. Движение частицы происходит в плоскости $xoz$ со скоростью $\vec{v}$ под углом $\psi$ к оси $z$. Если при нормальном падении заряда на границу раздела переходное излучения всегда поляризовано линейно в так называемой плоскости наблюдения, то в случае наклонного падения поляризация эллиптическая: помимо параллельной составляющей ($\|$), находящейся в плоскости наблюдения, возникает также составляющая, перпендикулярная к ней ($\perp$).

Выражения для полной энергии переходного излучения в интервале частот $d\omega$ и интервале телесного угла $d\Omega$, представляющие собой сумму параллельной и перпендикулярной составляющих (см., например, [2,3]), перепишем в удобном для нас виде:

---

* Выбрана прямоугольная система координат $xyz$.

$$dI_{1,2} = dI^{\parallel}_{1,2} + dI^{\perp}_{1,2} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \cdot \frac{\left|F^{\parallel}_{1,2}\right|^2 + \left|F^{\perp}_{1,2}\right|^2}{\left|\left(1-\beta_x\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_x\right)^2 - \beta_z^2\varepsilon_{1,2}\cos^2\theta_{1,2}\right|^2} d\omega d\Omega; \quad (1)$$

$$F^{\parallel}_{1,2} = \beta_z \varepsilon_{1,2}^{1/4} \frac{\cos\theta_{1,2}}{\sin\theta_{1,2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{(\varepsilon_{1,2}-\varepsilon_{2,1})\left[(1-\beta_x\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_x \pm \beta_z d - \beta_z^2\varepsilon_{1,2})\sin^2\theta_{1,2} \mp \beta_x\beta_z d\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_x\right]}{\left(\varepsilon_{2,1}\cos\theta_{1,2} + \sqrt{\varepsilon_{1,2}}d\right)\left(1-\beta_x\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_x \pm \beta_z d\right)};$$

$$F^{\perp}_{1,2} = \beta_x\beta_z^2\varepsilon_{1,2}^{3/4} \cdot \frac{\cos\theta_{1,2}\cos\theta_y}{\sin\theta_{1,2}} \cdot \frac{(\varepsilon_{1,2}-\varepsilon_{2,1})}{\left(\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_{1,2}+d\right)\left(1-\beta_x\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_x \pm \beta_z d\right)};$$

$$d = \sqrt{\varepsilon_{2,1} - \varepsilon_{1,2}\sin^2\theta_{1,2}};$$

$$\beta_x = \beta\sin\psi,\ \beta_z = \beta\cos\psi,\ \beta^2 = \beta_x^2 + \beta_z^2$$

$$\cos\theta_x = \sin\theta_{1,2}\cos\varphi,\ \cos\theta_y = \sin\theta_{1,2}\sin\varphi,\ \cos\theta_z = \cos\theta_{1,2}.$$

В (1) верхние знаки и первые индексы определяют энергию излучения в первой среде (излучение "назад"), а нижние знаки и вторые индексы — энергию излучения во второй среде (излучение "вперед"); $e$ — заряд электрона; $\beta = \frac{v}{c}$, $c$ — скорость света в вакууме; $\theta_{1,2}$ — углы излучения, причем $\theta_1$ отсчитываются от отрицательного направления оси $z$, а $\theta_2$ — от положительного направления; $\varphi$ — азимутальный угол, отсчитываемый от оси $x$ в плоскости $xoy$.

Рассмотрим выражение (1) с точки зрения возникновения эффекта Вавилова – Черенкова. Дело в том, что переходное излучение и излучение Вавилова – Черенкова это родственные явления, поскольку и то и другое представляют собой эффект испускания электромагнитных волн множеством атомов среды, электроны которых ускоряются полем равномерно движущейся заряженной частицы. Излучение Вавилова – Черенкова — результат когерентного высвечивания возбужденных атомов, а переходное излучение — результат некогерентного высвечивания этих атомов.

Обращение в нуль знаменателей выражений (1)

$$1-\beta_x\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_x - \beta_z\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_{1,2} = 0 \quad (2)$$

эквивалентно выполнению условия излучения Вавилова – Черенкова

$$\omega - k_x v_x - k_z v_z = \omega - \vec{k}_{1,2}\vec{v} = 0 \qquad (2')$$

(см., например, [4]); $\vec{k}_{1,2} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\,\vec{n}$ — волновой вектор излученного кванта, $\vec{n}\left(\cos\theta_x, \cos\theta_y, \cos\theta_z\right)$ — единичный вектор вдоль направления излучения.

Воспользовавшись одним из представлений $\delta$-функции Дирака (см., например, [5])

$$\delta(x) = \frac{1}{\pi}\lim_{\alpha\to 0}\frac{\alpha}{x^2+\alpha^2}, \qquad (3)$$

$$x = x_{1,2} = 1 - \beta_x\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_x - \beta_z\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_{1,2},$$

представим выражения для полной энергии переходного излучения в следующем виде:

$$dI_{1,2} = \frac{e^2}{c}\left|\delta\left(x_{1,2}\right)\right|^2 \lim_{\alpha\to 0}\left|\frac{x_{1,2}^2+\alpha^2}{\alpha x_{1,2}}\right| \cdot \qquad (4)$$

$$\cdot\frac{\left|F_{1,2}^{\parallel}\right|^2 + \left|F_{1,2}^{\perp}\right|^2}{\left|1 - \beta_x\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_x + \beta_z\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_{1,2}\right|^2}\,d\omega d\Omega.$$

Умножая числитель и знаменатель $F_{1,2}^{\parallel}$, $F_{1,2}^{\perp}$, на сопряженный множитель $1 - \beta_x\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_x \mp \beta_z\sqrt{\varepsilon_{2,1} - \varepsilon_{1,2}\sin^2\theta_{1,2}}$, учитывая (2) и полагая $x \sim \alpha$, (4) представим в следующем виде:

$$dI_{1,2} = \frac{e^2}{2\pi c}\omega^2 T\delta\left(\omega - \vec{k}_{1,2}\vec{v}\right)\left(\left|\frac{\cos\theta_{1,2} - \beta_z\sqrt{\varepsilon_{1,2}}}{\varepsilon_{1,2}^{1/4}\sin\theta_{1,2}}\right|^2 R_{1,2}^{\parallel} + \right.$$

$$\left. + \left|\frac{\beta_x\varepsilon_{1,2}^{1/4}\cos\theta_y}{\sin\theta_{1,2}}\right|^2 R_{1,2}^{\perp}\right)d\omega d\Omega; \qquad (5)$$

$$R_{1,2}^{\parallel} = \left|\frac{\varepsilon_{2,1}\cos\theta_{1,2} \mp \sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2 - \varepsilon_{1,2}^2\sin^2\theta_{1,2}}}{\varepsilon_{2,1}\cos\theta_{1,2} + \sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2 - \varepsilon_{1,2}^2\sin^2\theta_{1,2}}}\right|^2;$$

$$R_{1,2}^{\perp} = \left|\frac{\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_{1,2} \mp \sqrt{\varepsilon_{2,1} - \varepsilon_{1,2}\sin^2\theta_{1,2}}}{\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_{1,2} + \sqrt{\varepsilon_{2,1} - \varepsilon_{1,2}\sin^2\theta_{1,2}}}\right|^2.$$

Здесь одна $\delta$-функция заменена на $\frac{T}{2\pi}$, где $T$ — полное время пролета частицы. $R^{\parallel}_{1,2}$, $R^{\perp}_{1,2}$ представляют собой коэффициенты Френеля (см., например, ([6])).

Таким образом, из выражений (1) получены формулы (5), которые определяют интенсивность неполяризованного излучения Вавилова—Черенкова, испущенного за время $T$ и отразившегося от границы раздела. Степень поляризации излучения определяется следующим образом:

$$p = \left| \frac{dI^{\parallel}_{1,2} - dI^{\perp}_{1,2}}{dI^{\parallel}_{1,2} + dI^{\perp}_{1,2}} \right|. \tag{6}$$

Проведем анализ выражений (5).

В случае *нормального* (*перпендикулярного*) влета электрона в мишень, т.е. когда направление скорости частицы совпадает с направлением оси $z$ ($\psi = 0$ и, следовательно, $\beta_x = 0$, $\beta_z = \beta$; углы $\theta_{1,2}$ совпадают с углом между направлением скорости электрона и направлением излучения), в выражениях для полной интенсивности излучения перпендикулярная составляющая (второе слагаемое) обращается в нуль. Условие излучения Вавилова—Черенкова (2) принимает следующий вид:

$$1 - \beta\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_{1,2} = 0. \tag{2''}$$

Далее, учитывая, что при выполнении (2'')

$$\left| \frac{\cos\theta_{1,2} - \beta_z\sqrt{\varepsilon_{1,2}}}{\varepsilon^{1/4}_{1,2}\sin\theta_{1,2}} \right|^2 = \beta^2\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\sin^2\theta_{1,2}, \tag{7}$$

получаем полностью поляризованное (степень поляризации равна единице) излучение:

$$dI_{1,2} = dI^{B-4}_{1,2}\,(\text{в ед. времени})\,T R^{\parallel}_{1,2}; \tag{8}$$

$$dI^{B-4}_{1,2}\,(\text{в ед. времени}) = \frac{e^2\beta^2}{2\pi c}\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\,\omega^2\sin^2\theta_{1,2}\,\delta\!\left(\omega - k_{1,2}v\cos\theta_{1,2}\right)d\omega d\Omega$$

— энергия излучения Вавилова—Черенкова в единицу времени.

При $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ имеем формулу излучения Вавилова—Черенкова под углом $\theta$ к скорости частицы в безграничной среде за все время пролета $T$:

$$dI = dI^{B-4}\,(\text{в ед. времени})\,T; \tag{9}$$

$$dI^{B-4}\text{ (в ед. времени)} = \frac{e^2\beta^2}{2\pi c}\sqrt{\varepsilon}\omega^2\sin^2\theta\delta(\omega - kv\cos\theta)d\omega d\Omega\,.$$

Детальное исследование излучения Вавилова – Черенкова при нормальном влете электрона в мишень проведено в работе ([7]).

При *скользящем** влете частицы в мишень, т.е. когда электрон движется вдоль границы раздела по оси $x$ ($\psi = \frac{\pi}{2}$, следовательно, $\beta_x = \beta$, $\beta_z = 0$; с углом между направлением скорости частицы и направлением излучения совпадает угол $\theta_x$), для условия излучения Вавилова – Черенкова (2) имеем

$$1 - \beta\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cos\theta_x = 0\,. \tag{2c}$$

Полная энергия излучения равна:

$$dI_{1,2} = dI_{1,2}^{B-4}\text{ (в ед. времени)}$$

$$T\left(\left|\frac{\cos\theta_{1,2}}{\beta\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\sin\theta_{1,2}\sin\theta_x}\right|^2 R_{1,2}^{\parallel} + \left|\frac{\cos\theta_y}{\sin\theta_{1,2}\sin\theta_x}\right|^2 R_{1,2}^{\perp}\right); \tag{10}$$

$$dI_{1,2}^{B-4}\text{ (в ед. времени)} = \frac{e^2}{2\pi c}\beta^2\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\omega^2\sin^2\theta_x\delta\left(\omega - k_{1,2}v\cos\theta_x\right)d\omega d\Omega\,.$$

Если $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$, т.е. граница раздела отсутствует, получаем формулу излучения Вавилова – Черенкова под углом $\theta_x$ к скорости частицы для безграничной среды за все время пролета $T$, поскольку множитель в круглых скобках формулы (10) становится равным единице.

Наконец рассмотрим *общий случай наклонного* влета частицы в мишень для безграничной среды, т.е. когда в формулах (5) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ и $\beta_x, \beta_z \neq 0$.

Полная энергия излучения принимает следующий вид:

$$dI = \frac{e^2}{2\pi c}\omega^2 T\delta\left(\omega - \bar{k}\bar{v}\right)\left(\left|\frac{\cos\theta - \beta_z\sqrt{\varepsilon}}{\varepsilon^{1/4}\sin\theta}\right|^2 + \left|\frac{\beta_x\varepsilon^{1/4}\cos\theta}{\sin\theta}\right|^2\right)d\omega - d\Omega\,. \tag{11}$$

Выражение в круглых скобках (11) при условии (2), а также при учете того, что $\cos^2\theta_y = \sin^2\theta - \cos^2\theta_x$, становится равным

---

* Переходное излучение в этом случае убывает как $\cos^2\psi$ для параллельной поляризации и как $\cos^4\psi$ – для перпендикулярной.

$$\beta^2\sqrt{\varepsilon}\left(1-\frac{1}{\beta^2\varepsilon}\right). \quad (12)$$

Для наглядности введем угол $\theta'$ между направлением скорости частицы и волновым вектором излученного кванта. Если наблюдение производится в плоскости излучения, т.е. $\varphi=0$, то условие (2) принимает следующий вид:

$$1-\beta\sqrt{\varepsilon}\cos(\theta-\psi)=0 \quad (2_1^H)$$

и, следовательно, $\theta'=\theta-\psi$. Если же $\varphi\neq 0$, то удобно перейти в новую систему координат $x'y'z'$, повернув вокруг оси $y$ на угол $\psi$ старую систему так, чтобы новая ось $z'$ совпадала с направлением скорости частицы. Пользуясь известными формулами преобразования координат, из (2) получаем

$$1-\beta\sqrt{\varepsilon}\cos\theta'=0. \quad (2_2^H)$$

Таким образом (12) становится равным $\beta^2\sqrt{\varepsilon}\sin^2\theta'$, и мы имеем из (11) выражение для энергии излучения Вавилова–Черенкова в безграничной среде за все время пролета

$$dI=\frac{e^2}{2\pi c}\beta^2\sqrt{\varepsilon}\omega^2 T\sin^2\theta'\delta(\omega-kv\cos\theta')d\omega d\Omega. \quad (13)$$

В заключение отметим, что впервые получены формулы излучения Вавилова–Черенкова в прозрачной среде из общих выражений для переходного излучения при наклонном прохождении заряда через идеально плоские поверхности раздела.

Получение этих формул играет большую роль в объяснении ряда эффектов, происходящих при взаимодействии заряженных частиц с реальными границами раздела сред.

Автор выражает благодарность академику НАН Армении М.Л.Тер-Микаеляну за обсуждение полученных в работе результатов.

Работа проведена при частичной поддержке Международного научного фонда (грант №RY 6000) и правительства Армении (проект 96-772).

Институт физических исследований НАН Армении

Ռ. Ա. ԲԱՂԻՅԱՆ

## Վավիլով-Չերենկովի ճառագայթման առաջացման ժամանակ թեք անցման դեպքում անցումային ճառագայթման տեսության շուրջը

*Աշխատանքում հետազոտված են անցումային ճառագայթման հայտնի բանաձևերը միջավայրերը բաժանող սահմանը լիցքավորված մասնիկի թեք անցման դեպքում Վավիլով-Չերենկովի ճառագայթման առաջացման տեսակետից:*

*Վերոհիշյալ բանաձևերից առաջին անգամ ստացվել են թափանցիկ միջավայրում Վավիլով-Չերենկովի ճառագայթման արտահայտությունները, որոնք կարևոր դեր են կատարում ռեալ մակերևույթների հետ լիցքավորված մասնիկների փոխազդեցության ժամանակ:*

### ЛИТЕРАТУРА - ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *R.A.Bagiyan*, Acta Physicae Superficierum, v.2, p.13-23 (1990). [2] *М.Л.Тер-Микаелян*, Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях, Ереван, Изд-во АН АрмССР, 1969; *M.L.Ter-Mikaelian*, High energy electromagnetic processes in condenced media, N.Y., John Wiley and Sons. Inc., 1972. [3] *Р.А.Багиян*, Переходное излучение на границе раздела произвольной формы. Препринт ИФИ №19, Ереван, 1975. [4] *В.Л.Гинзбург*, Теоретическая физика и астрофизика, М., Наука, 1975. [5] *А.С.Давыдов*, Квантовая механика, М., Физматгиз, 1963. [6] *Л.Д.Ландау, И.М.Лифшиц*, Электродинамика сплошных сред, М., Изд-во техн.-теоретич. лит., 1957. [7] *Р.А.Багиян*, ДНАН Армении, т.96, №2-4 (1996).