

МАТЕМАТИКА

УДК 519.1

А. Г. Саруханян

Дополнительные параметрические блочные последовательности

(Представлено академиком НАН Армении Ю. Г. Шукурьяном 28/III 1996)

В работе вводится понятие дополнительных параметрических блочных последовательностей, на основе которых строится новый класс ортогональных массивов и матриц Адамара.

Пусть  $A_i = (A_{i,j})_{j=1}^n$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  — последовательности параметрических матриц порядка  $k$ , зависящих от  $r$  параметров  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, r$ .

Определение 1. Последовательности  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  назовем дополнительными параметрическими блочными последовательностями длины  $n$  с блочной размерностью  $k$  и обозначим через  $CPB(m; n, k, r)$ , если выполняются следующие условия:

$$A_{i,j} A_{t,p}^T = A_{t,p} A_{i,j}^T, \text{ для всех } i, j, t, p;$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n A_{i,j} A_{i,j}^T = \frac{mnk}{r} \sum_{i=1}^r x_i^2 I_k;$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n-j} A_{i,j} A_{i,j+j}^T = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n-1,$$

где  $T$  — знак транспонирования,  $I_k$  — единичная матрица порядка  $k$ .

Определение 2<sup>(1,2)</sup>. Параметрическая матрица  $H(X_1, X_2, X_3, X_4)$  порядка  $4t$  называется массивом Бомера — Холла порядка  $4t$ , если выполняются условия:

- элементы матрицы  $H$  имеют вид  $\pm X_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ;
- строки (столбцы) матрицы  $H$  формально ортогональны;

$$HH^T = t \sum_{i=1}^4 X_i X_i^T \times I_{4t},$$

где  $\times$  — знак кронекеровского произведения.

Замечание 1. Если  $x_i = \pm 1$ , то  $CPB(m; n, k, r)$ -последовательности являются обычными дополнительными блочными последовательностями и обозначаются через  $CB(m; n, k)$  (3.4).

Замечание 2.  $CPB(2; n, k, r)$ -последовательности называются параметрическими блочными последовательностями Голся и обозначаются через  $GB(n, k, r)$ , а при  $x_i = \pm 1$  — через  $GB(n, k)$ .

Имеют место следующие теоремы:

Теорема 1. Для любых целых неотрицательных чисел  $a, b, c$  и матриц типа Вильямсона порядка  $m$  (1.5) существуют  $CPB(4; 2^a 10^b 26^c + 1, 2m, 4)$ -последовательности.

Теорема 2. Если существуют  $CPB(4; n, k, 4)$ -последовательности и матрицы типа Вильямсона порядка  $m$ , то существуют  $CB(4; n, mk)$ -последовательности.

Теорема 3. Пусть существуют массивы Бомера — Холла порядка  $2^n m$ , матрица Адамара порядка  $2^n r$  и последовательности Голя длины  $k$  (2). Тогда существуют  $CPB(4; 4^n + k + 1, 4^n mr, 4)$ -последовательности.

Теорема 4. Если существуют массивы Бомера — Холла порядка  $2^n m$  и  $2^k r$ , матрица Адамара порядка  $2^n r$  и  $2^k q$ , то существуют  $CPB(4; (2^{2n+1} + 1)(2^{2k+1} + 1), 2^{2(n+k)} mrpq, 4)$ -последовательности.

Теорема 5. Если существуют  $CPB(4; n, k, 4)$ -последовательности, то существует массив Бомера — Холла порядка  $4nk$ .

Из вышеприведенных теорем, в частности, следует

Следствие. Существуют массивы Бомера — Холла следующих порядков:

$$4^{n+1}(2^a 10^b 26^c + 4^n + 1)mr, 4^{n+1}(2^{2n+1} + 1)mrk,$$

$$2^{10} \cdot 33^2 \prod_{i=1}^4 (2^{a_i} 10^{b_i} 26^{c_i} + 1)w,$$

где  $2^n m$  — порядок массива Бомера — Холла,  $2^n r$  — порядок матрицы Адамара,  $k = 3, 7, 13$ ,  $w$  — порядок матриц Вильямсона,  $a_i, b_i, c_i$  — целые неотрицательные числа.

Отсюда, используя теорему Бомера — Холла о построении матриц Адамара (1.2), получаем также класс матриц Адамара новых порядков.

Институт проблем информатики и автоматизации НАН Армении

#### Հ. Գ. ՍԱՐՈՒՆԱՆՅԱՆ

##### Պարամետրական բլոկային լրացուցիչ հաջորդականություններ

Աշխատանքում ներմուծված է պարամետրական բլոկային լրացուցիչ հաջորդականությունների գաղափարը, որը թույլ է տալիս կառուցել Բոմբեր-Հոլլի զանգվածների և Հադամարի մատրիցների նոր դաս: Ապացուցված է, որ ունենալով  $2^m$  կարգի Բոմբեր-Հոլլի զանգված,  $2^r$  կարգի Հադամարի մատրից և  $k$  երկարության Գոլբյի հաջորդականություններ, գոյություն ունեն  $4^m + k + 1$  երկարության  $4^m$  կարգի բլոկների պարամետրական բլոկային լրացուցիչ հաջորդականություններ: Բերված է պարամետրական բլոկային լրացուցիչ հաջորդականությունների միջոցով Բոմբեր-Հոլլի զանգվածների կառուցման թեորեմ: Մասնավորապես կառուցված են  $4^{m+1}(2^a 10^b 26^c + 4^m + 1)m$  և  $4^{m+1}(2^{2^{n+1}} + 1)m$  կարգի Բոմբեր-Հոլլի զանգվածներ, որտեղ  $2^m$ -ը Բոմբեր-Հոլլի զանգվածի կարգ է,  $2^r$ -ը Հադամարի մատրիցի կարգ է,  $k = 3, 7, 13$  իսկ  $a, b, c$ -ն ոչ բացասականամբողջ թվեր են:

#### ЛИТЕРАТУРА-ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> W.D.Wallis, A.P.Street, J.S.Wallis, Lecture Notes in Math., v.232 (1972). <sup>2</sup> J.Seber, M.Yamada, Contemporary Design Theory: A Collection of Surveys, 1992. <sup>3</sup> А.Г.Саруханян, Мат.вопр. кибернетики и выч. техники, т.12, с.105-129 (1984). <sup>4</sup> H.Khaghani, Discrete Math., v.120, p.115-120 (1993). <sup>5</sup> С.С.Агаян, А.Г.Саруханян, Мат. заметки, т.30, №4, с.603-617 (1981).