

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 534.832:725.055

Ю. А. Гаспарян, А. Г. Манучарян, Б. Ю. Гаспарян

Определение акустических характеристик резонансных
конструкций в низкочастотном диапазоне

(Представлено чл.-корр. НАН Армении Г. И. Тер-Степаняном 10/XII 1993)

С целью расширения низкочастотного диапазона, повышения точности и автоматизации процессов измерения нормального коэффициента звукопоглощения (НКЗП) и комплексного импеданса звукопоглощающих материалов и конструкций разработан новый метод определения импеданса [1, 2].

При использовании метода акустической передаточной функции для теоретического обоснования методики измерений запишем, следуя Л. Беранеку [3], величину звукового давления в трубе акустического интерферометра при измерении НКЗП и импеданса акустических конструкций, характеризующую падающие и отраженные звуковые волны, определим по формуле

$$|P| = B |\operatorname{ch} 2(\beta x_i + \Psi_i) + \cos 2(kx_i + \Psi_i)|^{0.5}, \quad (1)$$

где β — коэффициент затухания звуковой волны в трубе, который пренебрежимо мал, тогда $\beta = 0$; x — координата, отсчитывается от лицевой поверхности образца в направлении к источнику звука.

При рассмотрении акустической передаточной функции перепад звукового давления в произвольных микрофонных позициях x_1 , x_2 , x_3 с учетом $\beta = 0$ и согласно формуле (1) равен

$$\begin{aligned} P_{x_1}^2 &= B^2 |\operatorname{ch} 2\Psi_i + \cos 2(kx_1 + \Psi_i)|; \\ P_{x_2}^2 &= B^2 |\operatorname{ch} 2\Psi_i + \cos 2(kx_2 + \Psi_i)|; \\ P_{x_3}^2 &= B^2 |\operatorname{ch} 2\Psi_i + \cos 2(kx_3 + \Psi_i)|. \end{aligned} \quad (2)$$

Путем некоторых простых преобразований, вычитая значения звуковых давлений P_i в различных микрофонных позициях x_i и раскрыв разность косинусов, получаем:

$$\begin{aligned} P_{x_2}^2 - P_{x_1}^2 &= -2B^2 \sin[k(x_1 + x_2) + 2\Psi_i] \sin[k(x_1 - x_2)]; \\ P_{x_3}^2 - P_{x_1}^2 &= -2B^2 \sin[k(x_1 + x_3) + 2\Psi_i] \sin[k(x_1 - x_3)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Разделив отношения разности звуковых давлений и раскрыв значения синуса, получим

$$\frac{P_{x_2}^2 - P_{x_1}^2}{P_{x_2}^2 - P_{x_1}^2} = \frac{\sin[k(x_1 + x_2)] \cos 2\psi_2 + \cos[k(x_1 + x_2)] \sin 2\psi_2}{\sin[k(x_1 + x_2)] \cos 2\psi_2 + \cos[k(x_1 + x_2)] \sin 2\psi_2} \cdot \frac{\sin[k(x_1 - x_2)]}{\sin[k(x_1 - x_2)]}$$

откуда

$$\frac{P_{x_2}^2 - P_{x_1}^2}{P_{x_2}^2 - P_{x_1}^2} = \frac{\operatorname{tg}[k(x_1 + x_2)] + \operatorname{tg} 2\psi_2}{\operatorname{tg}[k(x_1 + x_2)] + \operatorname{tg} 2\psi_2} \cdot \frac{\cos[k(x_1 + x_2)] \cdot \sin[k(x_1 - x_2)]}{\cos[k(x_1 + x_2)] \cdot \sin[k(x_1 - x_2)]} \quad (4)$$

Следовательно,

$$\frac{\left(\frac{P_{x_2}}{P_{x_1}}\right)^2 - 1}{\left(\frac{P_{x_2}}{P_{x_1}}\right)^2 - 1} = \frac{\operatorname{tg}[k(x_1 + x_2)] + \operatorname{tg} 2\psi_2}{\operatorname{tg}[k(x_1 + x_2)] + \operatorname{tg} 2\psi_2} \cdot \frac{\sin[k(x_1 - x_2)] \cdot \cos[k(x_1 + x_2)]}{\sin[k(x_1 - x_2)] \cdot \cos[k(x_1 + x_2)]} \quad (5)$$

Преобразуя произведение синуса и косинуса, получаем

$$\frac{\cos[k(x_1 + x_2)] \cdot \sin[k(x_1 - x_2)]}{\cos[k(x_1 + x_2)] \cdot \sin[k(x_1 - x_2)]} = \frac{\sin 2kx_1 + \sin 2kx_2}{\sin 2kx_1 + \sin 2kx_2} \quad (6)$$

На основании формулы (5) и обозначая $N_1 = P_{x_2}/P_{x_1}$ и $N_2 = -P_{x_2}/P_{x_1}$, можно записать

$$\frac{N_1^2 - 1}{N_2^2 - 1} = \frac{\operatorname{tg}[k(x_1 + x_2)] + \operatorname{tg} 2\psi_2}{\operatorname{tg}[k(x_1 + x_2)] + \operatorname{tg} 2\psi_2} \cdot \frac{\sin 2kx_1 + \sin 2kx_2}{\sin 2kx_1 + \sin 2kx_2} \quad (7)$$

Обозначая

$$A = \frac{N_1^2 - 1}{N_2^2 - 1}; \quad B = \frac{\sin 2kx_1 + \sin 2kx_2}{\sin 2kx_1 + \sin 2kx_2},$$

на основании (7) имеем

$$A = \frac{\operatorname{tg}[k(x_1 + x_2)] + \operatorname{tg} 2\psi_2}{\operatorname{tg}[k(x_1 + x_2)] + \operatorname{tg} 2\psi_2} \cdot B \quad (8)$$

Преобразуя (8), получим

$$\operatorname{tg} 2\psi_2 = \frac{B \cdot \operatorname{tg}[k(x_1 + x_2)] - A \cdot \operatorname{tg}[k(x_1 + x_2)]}{A - B} \quad (9)$$

Откуда сдвиг фазовых углов определяется

$$\psi_2 = 0,5 \operatorname{arctg} \left\{ \frac{B \cdot \operatorname{tg}[k(x_1 + x_2)] - A \cdot \operatorname{tg}[k(x_1 + x_2)]}{A - B} \right\} \quad (10)$$

Зная значения перепада звуковых давлений $N_1 = P_{x_2}/P_{x_1}$; $N_2 = -P_{x_2}/P_{x_1}$, на основании формул (2) получим

$$N_1^2 = \left(\frac{P_{x_2}}{P_{x_1}}\right)^2 = \frac{\operatorname{ch} 2\psi_2 + \cos[2(kx_2 + \psi_2)]}{\operatorname{ch} 2\psi_2 + \cos[2(kx_1 + \psi_2)]} \quad (11)$$

Преобразуя предыдущее уравнение, имеем:

$$\operatorname{ch} 2\psi_1 = \frac{\cos|2(kx_{23} + \psi_2)| - N_{1,2}^2 \cos|2(kx_1 + \psi_2)|}{N_{1,2}^2 - 1}; \quad (12)$$

$$\psi_1 = 0,5 \operatorname{Arch} \frac{\cos|2(kx_{23} + \psi_2)| - N_{1,2}^2 \cos|2(kx_1 + \psi_2)|}{N_{1,2}^2 - 1}.$$

Известно, что $\operatorname{arcsinh} \varphi_{1,2} = \ln[\varphi_{1,2} + (\varphi_{1,2}^2 - 1)^{1/2}]$ при φ_1, x_1, x_2 и N_1 и при φ_2, x_2, x_3, N_2 , причем $\varphi > 1$.

Следовательно, согласно (12), имеем

$$\psi_1 = 0,5 \ln[\varphi_{1,2} + (\varphi_{1,2}^2 - 1)^{0,5}]. \quad (13)$$

Для повышения точности и автоматизации процессов определения нормального коэффициента звукопоглощения и комплексного импеданса конструкций измеряют уровни звукового давления, оцениваемого спадом звуковых давлений $P_{x_1}(f), P_{x_2}(f), P_{x_3}(f)$, осуществляемым в трех произвольно выбранных фиксированных микрофонных позициях с координатами точек x_1, x_2, x_3 , определяют акустические передаточные функции $N_1 = P_{x_2}(f)/P_{x_1}(f), N_2 = P_{x_3}(f)/P_{x_2}(f)$, рассчитывают численные значения изменений амплитуды и фазы ψ_1, ψ_2 ; активные и реактивные компоненты комплексного импеданса и КЗП материалов и конструкций определяют по формулам:

$$\frac{R(f)}{\rho c} = \frac{\operatorname{th} \psi_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \psi_2)}{\operatorname{th}^2 \psi_1 + \operatorname{tg}^2 \psi_2}, \quad \frac{Y(f)}{\rho c} = \frac{\operatorname{th} \psi_2 (1 - \operatorname{tg}^2 \psi_1)}{\operatorname{th}^2 \psi_1 + \operatorname{tg}^2 \psi_2}. \quad (14)$$

Здесь $R(f), Y(f)$ даны в долях волнового сопротивления воздуха ρc .

Использование предлагаемого способа позволяет по изменениям амплитуды и фазовых углов ψ_1 и ψ_2 рассчитать активные и реактивные компоненты $R(f), Y(f)$ импеданса, а этим самым коэффициент звукопоглощения $\alpha(f)$ акустических элементов и конструкций

$$\alpha(f) = \frac{4R(f)}{[R(f) + 1]^2 + Y^2(f)}. \quad (15)$$

Если первая измерительная точка x_1 выбирается непосредственно у образца, нужно сделать следующие преобразования:

$$x_1 = 0 \Rightarrow P_1 \rightarrow P_0; P_2 \rightarrow P_1; x_2 \rightarrow x_1; x_3 \rightarrow x_2; N_1 = \frac{P_{x_1}}{P_{x_0}}.$$

$$\begin{aligned} \text{Согласно (12) и (13) имеем: } B &= \sin kx_1 \cdot \cos kx_1 / \sin kx_2 \cdot \cos kx_2 = \\ &= \sin 2kx_1 / \sin 2kx_2; \operatorname{ch} 2\psi_1 = \frac{\cos 2(kx_1 - \psi_2) - N_2^2 \cos 2(kx_2 - \psi_2)}{N_2^2 - 1} \end{aligned}$$

Тогда

$$\operatorname{tg} 2\psi_1 = \frac{B \cdot \operatorname{tg} kx_1 - A \cdot \operatorname{tg} kx_2}{B - A}. \quad (16)$$

В выражения (12) входят значения $\text{th}\Psi_1$, $\text{tg}\Psi_2$, тогда из формул (12) и (13) нет надобности определять обратные функции. Можно найти функции половинного аргумента для подстановки в (14) и (15) или преобразовать соответствующие функции к двойному аргументу.

Известно, что $\text{tg}2\Psi_2 = 2\text{tg}\Psi_2 / (1 - \text{tg}^2\Psi_2)$, преобразуя и решая как квадратное уравнение тангенса, получим

$$\text{tg}^2\Psi_2 + \frac{2\text{tg}\Psi_2}{\text{tg}2\Psi_2} - 1 = 0; \quad \text{tg}\Psi_2 = \frac{\pm[(\text{tg}^22\Psi_2 + 1)^{0.5} - 1]}{\text{tg}2\Psi_2}. \quad (17)$$

Подставляя значения $\text{tg}2\Psi_2$ из выражения (12) и (13) в формулу, после некоторых преобразований получим

$$\text{tg}\Psi_2 = \frac{(B-A) \pm \{(B-A)^2 + [B \cdot \text{tg}k(x_1 + x_2) - A \cdot \text{tg}k(x_1 + x_2)]^2\}^{0.5} - (B-A)}{|B-A| [B \text{tg}k(x_1 + x_2) - A \text{tg}k(x_1 + x_2)]}. \quad (18)$$

Аналогичные преобразования сделаем для $\text{th}\Psi_1$.

$$\text{th}\Psi_1 = (\text{ch}2\Psi_1 - 1) / \text{sh}2\Psi_1 = (\text{ch}2\Psi_1 - 1) / (\text{ch}^22\Psi_1 - 1)^{0.5}; \quad (19)$$

$$\text{th}\Psi_1 = [(\text{ch}2\Psi_1 - 1) / (\text{ch}2\Psi_1 + 1)]^{0.5}.$$

Подставляя значения (2) в выражение (19), имеем

$$\text{th}\Psi_1 = \left\{ \frac{|\cos2(kx_1 - \Psi_2) + 1| - N_2^2 |\cos2(kx_1 - \Psi_2) + 1|}{|\cos2(kx_1 - \Psi_2) - 1| - N_2^2 |\cos2(kx_1 - \Psi_2) - 1|} \right\}^{0.5}. \quad (20)$$

Таким образом, $\text{tg}\Psi_2$ и $\text{th}\Psi_1$ можно непосредственно подставить в (12) при определении импедансных характеристик, не выполняя операции обратных функций arctg , Arch . При измерении звукового давления P_{r1} , P_{r2} , P_r в дБ в различных микрофонных позициях уровни звукового давления характеризуются: $L_{P_{r1}} = 20 \lg \frac{P_{r1}}{P_0}$, дБ

$$L_{P_1} - L_{P_2} = 20 \left(\lg \frac{P_1}{P_0} - \lg \frac{P_2}{P_0} \right); \quad \Delta L = 20 \lg \frac{P_1}{P_2}; \quad 10^{0.05 \Delta L} = \frac{P_1}{P_2}. \quad (21)$$

Откуда $N = 10^{0.07(L_{P_{r1}} - L_{P_{r2}})}$; $N = P_{r1} / P_{r2}$;

$$D_1 = 0.05(L_{P_{r1}} - L_{P_{r2}}); \quad D_2 = 0.05(L_{P_{r2}} - L_{P_{r1}}). \quad (22)$$

Следовательно: $N_1 = 10^{D_1}$; $N_2 = 10^{D_2}$; $D_1 = 0.05(P_{r1} - P_{r2})$;

$$|\cos2(kx_{12} - \Psi_2) - N_2^2 \cos2(kx_{12} - \Psi_2)| \geq (N_2^2 - 1);$$

$$N_2^2 \leq \frac{\cos2(kx_{12} - \Psi_2) + 1}{\cos2(kx_{12} - \Psi_2) - 1} \approx 2; \quad 0 \leq N_2 = \frac{P_{x_{12}}}{P_{x_{10}}} \leq 1.41 \Rightarrow \varphi \geq 1.0. \quad (23)$$

Согласно (23), имеем $10^{D_1} \leq 1.41$; $D_1 = \lg \sqrt{2} \approx 0.15$; $D \leq 0.15 \Rightarrow \varphi \leq 1$; $10^{D_1} \leq 10^{0.15} \Rightarrow \varphi \geq 1$.

Коэффициент звукопоглощения $\alpha(f)$ при нормальном падении звуковой волны можно определить по значениям $\text{th}\Psi_1$, $\text{tg}\Psi_2$, зная R , $Y(f)$.

т.е. выразим $\alpha(f)$ через Ψ_1, Ψ_2 . Подставив значения $R, Y(f)$ в $\alpha(f)$ и обозначив $\operatorname{th}^2 \Psi_1 + \operatorname{tg}^2 \Psi_2 = \Phi$, получим

$$\alpha(f) = - \frac{\operatorname{th} \Psi_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \Psi_2)}{\Phi \left| 1 + \frac{2 \operatorname{th} \Psi_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \Psi_2)}{\Phi} + \frac{\operatorname{th}^2 \Psi_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \Psi_2)^2 + \operatorname{tg}^2 \Psi_2 (1 + \operatorname{th}^2 \Psi_1)^2}{\Phi^2} \right|}. \quad (24)$$

После преобразования знаменателя выражение в квадратных скобках будет равно $\Phi^{-1}(1 + \operatorname{tg}^2 \Psi_2)(1 + 2 \operatorname{th} \Psi_1 + \operatorname{th}^2 \Psi_1)$.

$$\text{Откуда } \alpha(f) = \frac{4 \operatorname{th} \Psi_1}{1 + 2 \operatorname{th} \Psi_1 + \operatorname{th}^2 \Psi_1} \quad \text{или} \quad \alpha(f) = \frac{4}{2 + \operatorname{th} \Psi_1 + \operatorname{th}^{-1} \Psi_1}. \quad (25)$$

При стандартном методе измерений, согласно ГОСТу, имеем:

$$\alpha(f) = \frac{4}{(2 + N + N^{-1})}; \quad N = \frac{P_{\max}}{P_{\min}} \quad \text{или} \quad N_{1,2} = \frac{P_{x_{1,2}}}{P_{x_0}}. \quad (26)$$

Следовательно, при упрощенном методе измерений КЗП амплитуды имеем $N = \operatorname{th} \Psi_1 = \frac{P_{x_{1,2}}}{P_{x_0}}$. Тогда формула (14) приобретает вид:

$$\frac{R, Y(f)}{\rho c} = \frac{N_{1,2} (1 \pm \operatorname{tg}^2 \Psi_2)}{N_1^2 + \operatorname{tg}^2 \Psi_2}; \quad \frac{R, Y(f)}{\rho c} = \frac{N_{1,2}^2 (1 \pm \Psi_2^2)}{N_1^2 + \Psi_2^2}. \quad (27)$$

Для расчета КЗП и импеданса акустических конструкций была составлена программа ЭВМ для значений (15) и (26) при подстановке формул (12) и (13), а затем (15) и (20) в выражение (24). Программы новых методов акустических измерений активных $R(f)$ и реактивных $Y(f)$ компонент, импеданса и КЗП составлены на алгоритмическом языке «Cu-Si» под управлением операционной системы MS-DOS. Графики построены на печатающем устройстве марки «PANASONIC», включенном в состав персональной ЭВМ, IBM/PC AT (286). Предлагаемые методики определения погрешности измерений и расчета характеристик звукопоглощения находятся в пределах акустических измерений.

Ереванский архитектурно-строительный институт

ՅՈՒ. Ա. ԴԱՍՊԱՐՅԱՆ, Ա. Գ. ՄԱՆՈՒԶԱՐՅԱՆ, Բ. ՅՈՒ. ԴԱՍՊԱՐՅԱՆ

Ռեզոնանսային կոնստրուկցիաների ակուստիկական բնութագրերի
որոշումը ցածր հաճախության տիրույթում

Իտարկված է ռեզոնանսային կոնստրուկցիաների իմպեդանսի և ձայնակլանման գործակցի (ԶԳ) չափումների մեթոդը ցածր հաճախության տիրույթում:

Ցույց է տրված զոյոթություն ունեցող մեթոդների նկատմամբ զերր բերված մեթոդի առավելությունները, որը բնութագրվում է իմպեդանսի և ձայնակլանման

ման գործակցի (ՉԴ) չափումների բարձր ճշտությամբ և հրեւոյթների ավտոմատացումով:

Ստացված մեծությունները (10, 12, 18, 20) տեղադրելով (14, 15, 24, 25, 27) բանաձևերում հնարավոր է հաշվարկել ցածր հաճախության ռեզոնանսային կոնստրուկցիաների իմպեդանսը ՉԴ-ը, հրք նախագծվում և պատրաստվում են շինարարական ակուստիկական կոնստրուկցիաները:

Իմպեդանսի բնութագրի հաշվարկի և չափման սխալմունքի որոշման հնարավորությունը մեթոդները գտնվում են ակուստիկական չափումների հնարավորության սահմաններում:

ЛИТЕРАТУРА—ՔՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. А. С. 1458714 СССР, G 01 Н 15 00. Способ измерения КЗП и импеданса звукопоглощающих конструкций/Ю. А. Гаспарян, Ю. М. Чудинов, Л. А. Борисов, Б. Ю. Гаспарян, С. А. Маргарян, Б. Н. № 6, —Зс. Опубл. 15.02.89.
2. Л. А. Борисов, Ю. М. Чудинов, Т. П. Борисова, Сборник трудов НИ ИСФ, М., с. 17—23, 1987.
3. Л. Беранек, Акустические измерения, ИЛ, 1952, с. 627.