ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Том 96 1996 № 1

ФИЗИКА

УДК [535:621.373.8]:539

А. Ж. Мурадян, А. М. Чалабян

Блоховские состояния двухуровневого атома в квантованном поле интенсивных встречных волн

(Представлено академиком НАН Армении Д. М. Седракяном 17/X 1994)

Концепция одетых состояний атома является одной из удачных в теории взаимодействия атома с резонансным полем излучения. В этом представлении диагонализируется гамильтониан взаимодействия излучения с внутренними степенями свободы атома: атом и поле рассматриваются как единая система с собственным энергетическим спектром и собственными волновыми функциями.

В большинстве работ по одетым состояниям атома в поле встречных (стоячих) волн последние рассматриваются классически (см., например, [1]). Квантовая природа поля в гамильтониане системы учтена в [2], но в конкретных расчетах она подавляется и полученные результаты относительно поля имеют классический характер. Квантование поля последовательно учтено в [3]. Энергетический спектр одетого атома получается n-кратным расщеплением энергетических уровней атома, где n—число фотонов в поле. Однако расстояние между соседними расщепленными уровнями очень мало (о параметре расщепления $\hbar\Gamma$ см. ниже), и в этом смысле полученный спектр является аналогом известного неоднородного штарковского уширения атомных уровней в классическом поле стоячей волны.

В данной статье состояния атома в периодическом поле квантованных встречных волн (КВВ) определяются с учетом квантовомеханического движения атома. Аналогично терминологии, принятой в теории твердого тела, такие состояния называются блоховскими. Гамильтониан рассматриваемой системы можно представить в виде [4].

$$\frac{\hat{H}}{\hbar}=\frac{\omega_0}{2}\sigma_3+\frac{\hat{p}^2}{2M\hbar}+\omega(c_1^+c_1+c_2^+c_2)+\beta(c_1^+e^{-ikz}+c_2^+e^{ikz})\sigma_-+$$
$$+\beta(c_1e^{ikz}+c_2e^{-ikz})\sigma_+, \qquad (1)$$

где ω_0 и ω—частоты атомного перехода и поля КВВ соответственно, $k=\omega/c$, $\hat{P}$ и M—оператор импульса и масса атома, c_i^+ и c_i ($i=1, 2$)—операторы рождения и уничтожения фотонов, β—постоянная взаимодействия, $\sigma_\pm=\sigma_1\pm i\sigma_2$, σ_j ($j=1, 2, 3$)—матрицы Паули. Матрица σ_+ обеспечивает переход атома из основного в возбужденное состояние, а матрица σ_- обратный процесс. С гамильтонианом (1) коммутируют операторы числа „возбуждений“ $\hat{N} = \frac{\sigma_3}{2} + c_1^+ c_1 + c_2^+ c_2$, трансляции $\hat{T} = \exp\left(i \frac{2\pi}{\hbar k} \hat{P}\right)$ и наложения трансляции с инверсией атома $\hat{I} = \sigma_3 \exp\left(i \frac{\pi}{\hbar k} \hat{P}\right)$.

В поле встречных волн атом может когерентно переизлучить фотоны из одной волны в другую [5]. Поэтому решение соответствующего уравнения Шредингера целесообразно искать в виде

$$\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \sum_{s=-n_1}^{n_2} a_s |n_1+s> |n_2-s> e^{\frac{i}{\hbar} pz - i2skz - \frac{i}{\hbar} Et} + \\ + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \sum_{s=-n_1}^{n_2-1} b_s |n_1+s> |n_2-s-1> e^{\frac{i}{\hbar} pz - ikz - i2skz} e^{-\frac{i}{\hbar} Et}. \tag{2}$$

Здесь $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ представляют изолированный атом в основном и возбужденном состояниях. $|l>$—фоковское состояние с определенным числом фотонов, E—квазиэнергия системы, а параметры P, n_1 и n_2 пока свободны. Полная система волновых функций представляется видом (2) при наборе всевозможных значений параметров $L \leq P/2\hbar k \leq L+1$ (L—целое число); n_1 и $n_2 = 0, 1, 2 \ldots$

Подставляя (2) и (1) в уравнение Шредингера, получаем систему рекуррентных соотношений для неизвестных амплитуд a_s и b_s. Анализ их свойств инвариантности показывает, что P можно представить как аналог квазиимпульса атома, а n_1 и n_2—как числа в начальных (без взаимодействия) состояниях КВВ.

Указанные рекуррентные соотношения в общем случае не имеют точного аналитического решения. Численное же решение показывает [6], что для интенсивных лазерных полей в динамике атомных состояний доминирующую роль играет член многофотонной отдачи. Поэтому интерес представляют решения, сохраняющие этот член

Поскольку число фотонов в волнах обычно очень велико, то амплитуды являются медленными функциями от S. Используя тейлоровское разложение с сохранением членов до вторых производных и считая расстройку резонанса $\varepsilon = \omega_0 - \omega$ больше энергии взаимодействия, деленной на $\hbar$, получим следующее уравнение

$$\frac{d^2 A(s)}{ds^2} + \left(\frac{2(n_1 - n_2)}{n} - \frac{4s}{n}\right) \frac{dA(s)}{ds} + \left(\frac{2\iota\varepsilon}{\hbar n \beta^2} + 4 + \frac{4kv\varepsilon}{n\beta^2} s - \right. \\ \left. - \frac{4\hbar k^2 \varepsilon s^2}{M n \beta^2}\right) A(s) = 0, \tag{3}$$

где $\lambda = E + \frac{\hbar\omega_0}{2} - n\hbar\omega - \frac{P^2}{2M}$ есть энергия взаимодействия, $A(s) = a_s[(n_1 + s)!(n_2 - s)!]^{1/2}$.

Собственные функции и собственные значения этого уравнения определяют амплитуды в блоховских функциях (2) и энергетический спектр системы:

$$a_s^{(q)} = \frac{c_q}{((n_1+s)!(n_2-s)!)^{1/2}} H_q\left((2/m)^{1/2}\left(s - \frac{\Delta n}{2} \cdot \frac{m^2}{n^2} - \frac{2\hbar\delta}{U} m^2\right)\right) \times$$
$$\times \exp\left\{-\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right)s^2 + \left(\frac{2\hbar\delta}{U} + \frac{\Delta n}{n}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{m}\right)\right)ms\right\}, \quad (4)$$

где $q = 0, 1, 2, \ldots, n$ есть энергетическое квантовое число, $n = n_1 + n_2$, $\Delta n = n_2 - n_1$, $m = (n^{-2} + E_r/U)^{-1/2}$ — число энергетических зон в поле периодического потенциала глубины $U = 2n\hbar\beta^2/\varepsilon$, $E_r = (2\hbar k)^2/2M$ — энергия отдачи, c_q — нормировочный коэффициент, $H_q(x)$ — полиномы Эрмита;

$$E_q = -\frac{\hbar\omega_0}{2} + n\hbar\omega + \frac{P^2}{2M[1 + n^2E_r/U]} - \left(U + \frac{\Gamma}{2}\right) +$$
$$+ (\hbar^2\Gamma^2 + E_rU)^{1/2}(q + 1/2) - \Delta n\frac{m^2}{n^2}(\hbar\delta - \Delta n \cdot E_r), \quad (5)$$

где $\delta = kp/M$ — допплеровское смещение частоты, $\Gamma = 2\beta^2/\varepsilon$ — скорость «частичного» спонтанного перехода, обусловленного спонтанным излучением на частоте и в направлении КВВ.

Первое и второе слагаемые в (5) представляют внутреннюю энергию атома и энергию КВВ соответственно, третий член совместно с последним определяют дисперсионную зависимость квазиэнергии от квазиимпульса; четвертый член в сущности есть глубина потенциала и, наконец, пятый член представляет квантование энергетического спектра. Расстояние между энергетическими зонами

$$\Delta E = (\hbar^2\Gamma^2 + E_rU)^{1/2} \simeq (E_rU)^{1/2} \quad (6)$$

и определяется лишь произведением энергии отдачи на глубину периодического потенциала.

Выражения (4), (2) дают возможность приближенного расчета квантовомеханических средних. Среди атомных величин наибольший интерес представляют среднее значение $\bar{P} = \langle\Psi|\hat{P}|\Psi\rangle$ и дисперсия $\Delta P = (\overline{(p - \bar{p})^2})^{1/2}$ импульса. Для первого из них получаем

$$\bar{P} \simeq \frac{\Delta n}{\sqrt{n}} 2\hbar k\left(\frac{\hbar\Gamma}{E_r}\right)^{1/2}\left(q + \frac{3}{2}\right) \ll 2\hbar k. \quad (7)$$

Значением $\bar{P}$ в общем случае можно пренебречь. Тогда можно сказать, что блоховские состояния атома в КВВ образуются путем переизлучения из одной волны в другую такого количества фотонов, чтобы приобретаемый при этом импульс отдачи компенсировал начальный импульс атома и он находился в связанном (захваченном) состоянии.

В приближении тейлоровского разложения ширина энергетических зон равна $\frac{E_r}{U+n^2E_r}$ $(L=0)$, не зависит от квантового числа q и меньше энергии отдачи при любых значениях глубины потенциала.

Для дисперсии импульса получаем $(n_1=n_2)$

$$\Delta P=\hbar k(m(2q+1))^{1/2}\simeq(2MU(2q+1))^{1/2}.$$

Как и следовало ожидать, дисперсия увеличивается с ростом номера энергетического уровня и интенсивности встречных волн.

Один из авторов (А. Ж. М.) выражает благодарность академику НАН Армении Д. М. Седракяну за обсуждение результатов работы.

Ереванский государственный университет

Ա. Ժ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ, Ա. Մ. ՉԱԼԱԲՅԱՆ

Երկմակարդականի ատոմի բլոխյան վիճակները ինտենսիվ հանդիպակաց ալիքների քվանտացված դաշտում

Աշխատանքում որոշված են «ատոմը հանդիպակաց ալիքների քվանտացված դաշտում» համակարգի սեփական արժեքները և սեփական ֆունկցիաները։ Արդյունքները ստացված են ատոմ-դաշտ ռեզոնանսի ապալարքի մեծ արժեքների և Թեյլորյան վերլուծության մեթոդի սահմաններում։ Սեփական ֆունկցիաները ներկայացվում են Էրմիտի բազմանդամների օգնությամբ, իսկ էներգետիկ սպեկտրը իրենից ներկայացնում է որոշակի լայնություններով հավասարահեռ էներգետիկ շերտեր։ Հարևան շերտերի միջև եղած հեռավորությունը հավասար է հանդիպակաց ալիքների կողմից ինդուկցված պարբերական պոտենցիալի խորության և ատոմի հետհարվածի էներգիայի միջին երկրաչափականին։ Ատոմի համընթաց շարժման բլոխային վիճակները ձևավորվում են հանդիպակաց ալիքներից մեկից մյուսը այնքան ֆոտոնների վերաճառագայթմամբ, որ դրա հետևանքով ատոմի ստացած հետհարվածի իմպուլսը ճիշտ կոմպենսացնում է նրա ունեցած նախնական իմպուլսը և ատոմը գտնվում է դաշտի կողմից գերված վիճակում (կապված վիճակ)։ Ատոմի միջին իմպուլսը հավասար է զրոյի, իսկ իմպուլսի դիսպերսիան աճում է դաշտի ինտենսիվության և էներգետիկ շերտերի համարների աճին զուգընթաց։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am., v. 2, № 11, p. 1707—1720 (1985).
2. G. Compagno, J. S. Peng, F. Persico, Phys. Rev., A, v. 26, № 4, p. 2065—2084 (1982).
3. В. М. Арутюнян, А. Ж. Мурадян, Квантовая электроника, т. 20, вып. 9, с. 856—858 (1993).
4. B. W. Shore, P. Meystre, S. Stenholm, J. Opt. Soc. Am., B, v. 8, № 4, p. 903—910 (1991).
5. В. М. Арутюнян, А. Ж. Мурадян, ДАН АрмССР, т. 10, с. 90—101 (1975).
6. A. F. Bernhardt, B. W. Shore, Phys. Rev. A, v. 23, № 3, p. 1290—1301 (1981).