

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Академик НАН Армении Б. Л. Абрамян, А. В. Саакян,
А. В. Гаспарян

О действии на весомый фундамент нормальной сосредоточенной
силы, приложенной на конечном от него расстоянии

(Представлено 15/VI 1994)

Решение задачи о действии на фундамент нормальной сосредоточенной силы, приложенной на конечном расстоянии от него на поверхности упругого однородного полупространства—основания фундамента, можно получить из результатов нашей работы [1], посвященной неосесимметричным колебаниям жесткого фундамента под действием гармонической нагрузки.

Осуществив в указанной работе предельный переход при $\omega \rightarrow 0$ и пользуясь оценками

$$L_1^{(n)}(\beta, 0) = \frac{\beta \mu_a b^2 \omega^2}{D(\beta, \omega)} \Big|_{\omega \rightarrow 0} = 1 - \nu \quad (1)$$

$$L_2(\beta, 0) = \frac{\beta^2 (2\beta^2 - b^2 \omega^2 - 2\mu_a \mu_b)}{D(\beta, \omega)} \Big|_{\omega \rightarrow 0} = \frac{1 - 2\nu}{2},$$

где использованы обозначения

$$\mu_a = \sqrt{\beta^2 - s^2 \omega^2}, \quad D(\beta, \omega) = 4\beta^2 \mu_a \mu_b - (2\beta^2 - \beta^2 \omega^2)^2, \quad \frac{a^2}{b^2} = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} \quad (2)$$

из систем интегральных уравнений (4) и (7), приведенных в работе [1] для определения нулевых и первых гармоник дополнительных контактных напряжений, возникающих под фундаментом от действия сосредоточенной силы T , получим уравнения

$$\sigma_z^{(0)}(t, 0) = f_1^{(0)}(t, 0) + \int_0^R K_{12}^{(0)}(t, z, 0) \tau_{rz}^{(0)}(z, 0) dz; \quad (3)$$

$$\tau_{rz}^{(0)}(t, 0) = \int_0^R K_{r1}^{(0)}(t, z, 0) \sigma_z^{(0)}(z, 0) dz \quad (0 < t < R),$$

где

$$\begin{aligned}
 f_1^{(0)}(t,0) &= \frac{2T}{\pi^2 G \sqrt{R^2 - t^2}} \left(\frac{\sqrt{r_0^2 - R^2}}{r_0^2 - t^2} - \frac{1}{R} \arcsin \frac{R}{r_0} \right) \quad (R < r_0) \\
 K_{12}^{(0)}(t,z,0) &= \frac{1-2\nu}{\pi(1-\nu)R} \left| \sqrt{\frac{R^2 - z^2}{R^2 - t^2}} + \frac{R}{t} \frac{d}{dt} \int_{\max(t,z)}^R \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2 - t^2)(x^2 - z^2)}} \right| \\
 K_{21}^{(0)}(t,z,0) &= -\frac{1-2\nu}{\pi(1-\nu)} \frac{d}{dt} \int_{\max(t,z)}^R \frac{dx}{\sqrt{(x^2 - t^2)(x^2 - z^2)}} \quad (0 < t, z < R)
 \end{aligned} \tag{4}$$

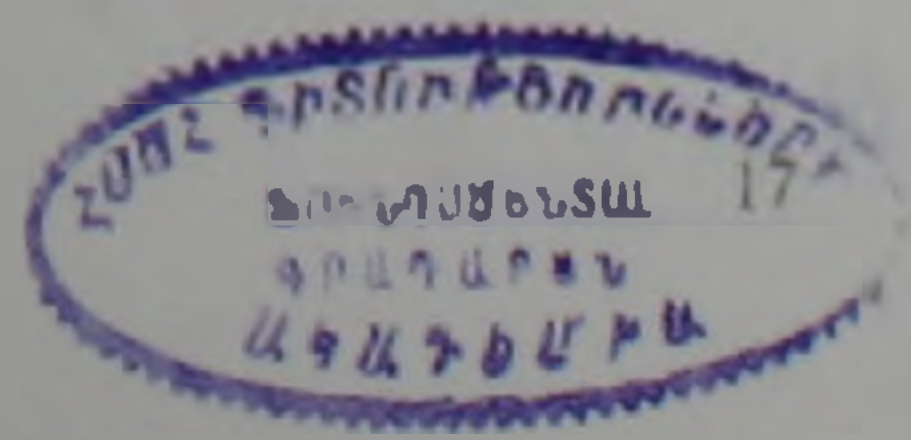
и

$$\begin{aligned}
 \psi_i^{(1)}(t,0) &= f_i^{(1)}(t,0) + \int_0^R K_{11}^{(1)}(t,z,0) \psi_1^{(0)}(z,0) dz + \int_0^R K_{12}^{(1)}(t,z,0) \psi_2^{(0)}(z,0) dz + \\
 &+ \int_0^R K_{13}^{(1)}(t,z,0) \psi_3^{(0)}(z,0) dz \quad (i=1,2,3; 0 < t < R) \\
 \psi_1^{(1)} &= \sigma_z^{(1)}, \quad \psi_2^{(1)} = \tau_{rz}^{(1)}, \quad \psi_3^{(1)} = \tau_{z\varphi}^{(1)},
 \end{aligned} \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned}
 f_1^{(1)}(t,0) &= \frac{4R}{\pi^2 G \sqrt{R^2 - t^2}} \left[\frac{3M}{2R^3} + \frac{T \sqrt{r_0^2 - R^2}}{r_0} \left(\frac{1}{r_0^2 - t^2} + \frac{3}{2R^2} \right) - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3Tr_0}{2R^3} \arcsin \frac{R}{r_0} \right] \\
 K_{11}^{(1)}(t,z,0) &= 0 \\
 K_{12}^{(1)}(t,z,0) &= \frac{(1-2\nu)t}{(1-\nu)\pi z} \left| \frac{(R^2 + 2z^2) \sqrt{R^2 - z^2}}{R^3 \sqrt{R^2 - t^2}} + \frac{1}{t} \frac{d}{dt} \int_{\max(t,z)}^R \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2 - t^2)(x^2 - z^2)}} \right| \\
 K_{13}^{(1)}(t,z,0) &= \frac{(1-2\nu)t}{(1-\nu)\pi z} \left| \frac{\sqrt{(R^2 - z^2)^3}}{R^3 \sqrt{R^2 - t^2}} + \frac{1}{t} \frac{d}{dt} \int_{\max(t,z)}^R \sqrt{\frac{x^2 - z^2}{x^2 - t^2}} dx \right| \\
 f_2^{(1)}(t,0) &= 0 \\
 K_{21}^{(1)}(t,z,0) &= \frac{2(1-2\nu)z^2}{\pi(2-\nu)t} \left| \frac{d}{dt} \int_{\max(t,z)}^R \frac{\text{Arch} \left(\frac{x}{z} \right) dx}{x \sqrt{x^2 - t^2}} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{d}{dt} \int_{\max(t,z)}^R \frac{dx}{\sqrt{(x^2 - t^2)(x^2 - z^2)}} \right|
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\tag{7}$$



$$K_{22}^{(1)}(t, z, 0) = \begin{cases} \frac{8(1-2\nu)z^2}{3(2-\nu)\pi t^2} \left(\frac{1}{\sqrt{R^2-t^2}} + \frac{1}{t} \arccos \frac{t}{R} \right) & R > t > z \geq 0 \\ \frac{8(1-2\nu)z^2}{3(2-\nu)\pi} \left(\frac{\frac{t}{\sqrt{R^2-t^2}} - \arcsin \frac{t}{R}}{t^2} \right) + \frac{2}{3z} & R > z > t \geq 0 \end{cases}$$

$$K_{23}^{(1)}(t, z, 0) = \begin{cases} \frac{8(1+\nu)z^2}{3(2-\nu)\pi t^2} \left(\frac{1}{\sqrt{R^2-t^2}} + \frac{1}{t} \arccos \frac{t}{R} \right) & R > t > z \geq 0 \\ \frac{8(1+\nu)z^2}{3(2-\nu)\pi} \left(\frac{\frac{t}{\sqrt{R^2-t^2}} - \arcsin \frac{t}{R}}{t^2} \right) + \frac{2}{3z} & R > z > t \geq 0 \end{cases}$$

$$f_3^{(1)}(t, 0) = - \frac{8(1-2\nu)T}{\pi^2(2-\nu)Gr_0\sqrt{R^2-t^2}};$$

$$K_{31}^{(1)}(t, z, 0) = - \frac{2(1-2\nu)}{\pi(2-\nu)R} \left[\sqrt{\frac{R^2-z^2}{R^2-t^2}} + \frac{z^2 \text{Arch}\left(\frac{R}{z}\right)}{R\sqrt{R^2-t^2}} + \frac{R}{t} \frac{d}{dt} \int_{\text{inL}_2(t, z)}^R \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2-t^2)(x^2-z^2)}} \right]; \quad (8)$$

$$K_{32}^{(1)}(t, z, 0) = \frac{z}{\pi(2-\nu)^2 R \sqrt{R^2-t^2}} \left[\pi\nu(2+\nu) + \frac{16(1-2\nu)z}{3R} \right] + \begin{cases} 0 & t > z \geq 0 \\ \frac{2\nu}{(2-\nu)z} & z > t \geq 0 \end{cases}$$

$$K_{33}^{(1)}(t, z, 0) = \frac{z}{\pi(2-\nu)^2 R \sqrt{R^2-t^2}} \left[\frac{16(1+\nu)z}{3R} - \pi\nu(2+\nu) \right] + \begin{cases} 0 & t > z \geq 0 \\ \frac{2\nu}{(2-\nu)z} & z > t \geq 0 \end{cases}$$

Из формул для определения амплитуд колебаний фундамента предельным переходом при $\omega \rightarrow 0$, для определения дополнительной осадки (ε_0) центральной точки круглого в плане фундамента, горизонтального сдвига (γ_0) фундамента и угла наклона (α_0), вызванных действием нормальной сосредоточенной силы T , получим, соответственно, следующие формулы:

$$\varepsilon_0 = \frac{7(1-\nu)}{\pi GR} \arcsin \frac{R}{r_0} + \frac{1-2\nu}{2R} \int_0^R (R - \sqrt{R^2-t^2}) \varepsilon_{zz}^{(0)}(z, 0) dz \quad (9)$$

$$\gamma_0 = \frac{T(1-2\nu)}{2\pi Gr_0} - \frac{1-2\nu}{4} \int_0^R \sigma_z^{(1)}(z, 0) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{z^2}{R^2}} - \frac{z^2}{R^2} \text{Arch}\left(\frac{R}{z}\right) \right] dz -$$

$$- \frac{1}{(2-\nu)R} \int_0^R z \tau_{rz}^{(1)}(z,0) \left[\frac{\pi\nu(4-\nu)}{8} + \frac{2(1-2\nu)z}{3R} \right] dz + \quad (10)$$

$$+ \frac{1}{(2-\nu)R} \int_0^R z \tau_{z\varphi}^{(1)}(z,0) \left[\frac{\pi\nu(4-\nu)}{8} - \frac{2(1+\nu)z}{3R} \right] dz$$

$$z_0 = \frac{3(1-\nu)M}{2\pi GR^2} + \frac{3T(1-\nu)}{2\pi GR^2} \left(\sqrt{1 - \frac{R^2}{r_0^2}} - \frac{r_0}{R} \arcsin \frac{R}{r_0} \right) +$$

$$+ \frac{1-2\nu}{4R} \int_0^R \tau_{rz}^{(1)}(z,0) \left[\frac{\sqrt{R^2 - z^2} - R}{z} + \frac{2z\sqrt{R^2 - z^2}}{R^2} \right] dz + \quad (11)$$

$$+ \frac{1-2\nu}{4R} \int_0^R \tau_{z\varphi}^{(1)}(z,0) \left[\frac{\sqrt{(R^2 - z^2)^3}}{zR^2} - \frac{R}{z} \right] dz.$$

В формуле (11) первое слагаемое в правой части равенства соответствует дополнительному моменту M , который может быть обусловлен воздвигнутым на фундаменте сооружением.

В формуле (9) дополнительная осадка круглого фундамента представлена в виде, зависящем от величины сосредоточенной нагрузки, расстояния точки приложения этой силы от фундамента, модуля сдвига упругого основания, радиуса фундамента и коэффициента Пуассона материала упругого основания.

Численные результаты, полученные сотрудником Института механики НАН РА А. С. Акопяном, показывают, что для круглого фундамента, лежащего на поверхности упругого однородного полупространства, с учетом трения осадка меньше, если упругое основание мягкое, и больше, если упругое основание жесткое.

Аналогично по формуле (11) также можно выяснить характер связи геометрических и физических параметров фундамента и его упругого основания (с учетом их сцепления) с величиной углового наклона фундамента и с параметрами действующей на конечном расстоянии от фундамента дополнительной сосредоточенной силы.

Институт механики
НАН Армении

Հանրաստանի ԿԱԱ թղթակից անդամ Բ. Լ. ԱՐՐԱՀԱՄՅԱՆ, Ա. Վ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Ա. Վ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ

Կշռելի ֆունդամենտի վրա, նրանից վերջավոր հեռավորության վրա
կիրառված ուղղահայաց կենտրոնացած ուժի ազդեցության մասին

Հեղինակների [1] աշխատանքում առաձգականության տեսության դի-
նամիկ խնդրի համար ստացված արդյունքների հիման վրա, տատանումնե-

րի հաճախականության պարամետրի զրոյի ձգտեցնելու սահմանային ան-
ցումով ստացվել են իր առաձգական հիմքին ամրակցումով տեղադրված
կշռելի, կոշտ ֆունդամենտի, նրանից վերջավոր հեռավորության վրա կի-
րառված կենտրոնացած ուժի ազդեցության տակ ֆունդամենտի կենտրոնի
լրացուցիչ նստվածքի, հորիզոնական տեղափոխության և առաձգական հիմ-
քի մակերևույթի վրա նրա թեքման անկյան մեծությունների որոշման հա-
մար բանաձևեր:

Այդ բանաձևերում որոշվող մեծություններն արտահայտվել են կախված
ֆունդամենտի և նրա առաձգական հիմքի եղբայրափական և ֆիզիկական
պարամետրերից, կիրառված կենտրոնացած ուժի մեծությունից և նրա ֆուն-
դամենտից ունեցած հեռավորությունից:

ЛИТЕРАТУРА— ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Б. Л. Абрамян, А. В. Саакян, А. В. Гаспарян. ДИАП Армении, т. 95, № 4, с 224—
228 (1995).