УДК 539.3.

М. В. Белубекян, А. В. Геворкян

Магнитоупругие поверхностные сдвиговые волны в
 конечно проводящей среде

(Представлено академиком НАН Армении С. А. Амбарцумяном 29/X 1993)

В работе ⁽¹⁾ установлено, что в присутствии внешнего постоянно-го магнитного поля, параллельного границе конечно проводящего полупространства, диссипация является причиной существования магнитоупругих поверхностных сдвиговых волн. Обсуждается влияние диссипации на существование поверхностных сдвиговых волн в конечно проводящем полупространстве при наличии внешнего постоянного магнитного поля, перпендикулярного границе полупространства.

Пусть упругое конечно проводящее полупространство отнесено к прямоугольной декартовой системе координат $ox_1x_2x_3$: ось x_1 направлена вдоль границы, ось x_2 — в глубь полупространства.

Начальное магнитное поле $H(0, H_0, 0)$ направлено по оси x_2 . Магнитная проницаемость среды принимается равной единице.

Учитывая, что в антиплоской деформации поле смещений и характеристики индуцированного электромагнитного поля имеют вид, соответственно, $\bar{u} = [0, 0, u_3(x_1, x_2, t)]$, $\bar{h} = [0, 0, h_3(x_1, x_2, t)]$, $\bar{e} = [e_1(x_1, x_2, t), e_2(x_1, x_2, t), 0]$, из системы линеаризованных уравнений магнитоупругости, описывающей поведение электромагнитного поля и движение проводящего упругого тела, при пренебрежении током смещения относительно тока проводимости, получим следующую систему уравнений ⁽²⁻⁴⁾:

$$G \nabla^2 u_3 + \frac{H_0}{4\pi} \frac{\partial h_3}{\partial x_1} = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}, \quad x_2 > 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 h_3 - \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{\partial h_3}{\partial t} = - \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{\partial u_3}{\partial x_1 \partial t},$$

где σ — удельная электропроводимость, c — электродинамическая постоянная, G — модуль сдвига, ρ — плотность материала полупространства.

В области $x_2 < 0$ имеем уравнение Максвелла и вытекающее из них волновое уравнение

$$\nabla^2 h_3 = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 h_3}{\partial t^2} \quad (2)$$

Граничные условия имеют вид

$$\frac{\partial u_3}{\partial x_2} = 0, \quad h_3 = h_3^*, \quad e_1 = e_1^* \quad \text{при } x_2 = 0. \quad (3)$$

Решения уравнения (1) и (2) будем искать в виде

$$u_3 = u(x_2) e^{i(kx_1 - \omega t)}, \quad (4)$$

где k — действительное волновое число, ω — комплексная частота.

Характеристическое уравнение соответствующей системы (1) получается в виде

$$\lambda^4 - k^2(2 - \alpha(1+s)z + z^2)\lambda^2 + k^4(1+z^2)(1-\alpha z) = 0, \quad (5)$$

где

$$\alpha = \frac{4\pi\sigma c_2}{kc^2}, \quad z = \frac{i\omega}{kc_2}, \quad c_2^2 = \frac{G}{\rho}, \quad s = \frac{v^2}{c_2^2}, \quad v^2 = \frac{H_0^2}{4\pi\rho}.$$

Так как рассматриваются поверхностные волны, то из корней уравнения (5) выберем только те, которым соответствует уменьшение амплитуд волны с глубиной:

$$\lambda_{1,2} = -k \sqrt{1 - \frac{1}{2}\alpha(1+s)z + \frac{1}{2}z^2 \pm \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\alpha(1+s)z + \frac{1}{2}z^2\right)^2 - (1+z^2)(1-\alpha z)}} \quad (6)$$

при ограничении

$$\operatorname{Re} \lambda_{\pm}(z) > 0. \quad (7)$$

и для того, чтобы эти волны уходили от границы, должно выполняться условие (5)

$$\operatorname{Im} \lambda_{\pm}(z) < 0. \quad (8)$$

Таким образом, решения системы (1) и уравнения (2) запишутся в следующем виде:

$$u_3 = (A_+ e^{-k_+ x_2} + A_- e^{-k_- x_2}) e^{i(kx_1 - \omega t)}, \quad (9)$$

$$h_3 = \frac{kH_0}{s} \left(\frac{\lambda_+^2 - z^2 - 1}{\lambda_+} A_+ e^{-k_+ x_2} + \frac{\lambda_-^2 - z^2 - 1}{\lambda_-} A_- e^{-k_- x_2} \right) e^{i(kx_1 - \omega t)}, \quad (10)$$

$$h_3^* = D e^{k_+ x_2} e^{i(kx_1 - \omega t)}, \quad (11)$$

где

$$v_{\pm} = \sqrt{1 + c_2^2 z^2} \sim 1, \quad \operatorname{Re} v_{\pm} \approx 1; \quad \operatorname{Im} v_{\pm} \approx 0.$$

Удовлетворяя граничным условиям, приходим к дисперсионному уравнению

$$\alpha v_+ (1+z^2)(\lambda_+ + \lambda_-) - c_2^2 c^{-2} z \lambda_+ (\lambda_+ \lambda_- + 1 - \lambda_- s z + z^2) = 0. \quad (12)$$

Ввиду ограниченности величины напряженности внешнего магнитного поля ($s < 0,1$) и в пределах макроскопической теории ($\alpha \gg c_2^2 \cdot c^{-2}$) вторым членом в уравнении (12), по сравнению с первым, можно пренебречь,

В результате приходим к выводу, что при наличии внешнего магнитного поля, перпендикулярного границе конечно проводящего полупространства, поверхностные сдвиговые волны не существуют.

Этот же вывод подтверждается при рассмотрении аналогичной задачи для двух конечно проводящих полупространств одного и того же материала с проскальзывающей границей раздела.

В этом случае решения системы (1) при $x_2 < 0$ имеют вид

$$u_3^{(1)} = (B_+ e^{k\lambda_+ x_2} - B_- e^{k\lambda_- x_2}) e^{i(kx_1 - \omega t)}, \quad (13)$$

$$h_3^{(1)} = -\frac{kH_0}{s} \left(\frac{\lambda_+^2 - z^2 - 1}{\lambda_+} B_+ e^{k\lambda_+ x_2} + \frac{\lambda_-^2 - z^2 - 1}{\lambda_-} B_- e^{k\lambda_- x_2} \right) e^{i(kx_1 - \omega t)}. \quad (14)$$

При $x_2 > 0$ имеем решения (9) и (10), а граничные условия имеют вид

$$\frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0, \quad h_3^{(1)} = h_3, \quad e_1^{(1)} = e_1, \quad x_2 = 0. \quad (15)$$

Отметим, что рассматриваемая задача как при отсутствии внешнего магнитного поля, так и в случае идеально проводящих сред теряет смысл.

Здесь дисперсионное уравнение выглядит так

$$\lambda_+ \lambda_- + 1 - \alpha s z + z^2 = 0 \quad (16)$$

После преобразований приходим к кубическому уравнению

$$z^3 + \alpha(1 - 2s)z^2 + (1 + s^2\alpha^2)z + \alpha(1 - 2s) = 0. \quad (17)$$

По теореме Рауса-Гурвица (6) алгебраическое уравнение не имеет решения, удовлетворяющего условиям задачи. Однако, если магнитное поле направлено параллельно границе раздела полупространств, то в этом случае дисперсионное уравнение совпадает с аналогичным уравнением (13), полученным в работе (1).

Таким образом, влияние диссипации на существование магнитоупругих поверхностных сдвиговых волн является эффективным в случае внешнего магнитного поля, параллельного границе полупространства.

Институт механики НАН Армении

Մ. Վ. ԲԵԼՈՒԹԵԿՅԱՆ, Ա. Վ. ԴԵՎՈՐԳՅԱՆ

Մագնիսաառաձգական սահքի մակերևութային ալիքների վերջավոր հաղորդիչ միջավայրում

Աշխատանքում քննարկված են դիսիպացիայի ազդեցության հետևանքները մագնիսաառաձգական սահքի մակերևութային ալիքների տարածման վրա՝ վերջավոր հաղորդիչ կիսատարածությունում՝ եզրին ուղղահայաց արտաքին հաստատուն մագնիսական դաշտի առկայությամբ:

Հաստատված է, որ դիսիպացիայի ազդեցությունը հանգեցնում է սահքի մակերևութային ալիքների զոյությունը՝ կիսատարածության եզրին զուգահեռ արտաքին հաստատուն մագնիսական դաշտի առկայությամբ (1)՝

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 А. В. Геворкян, Изв. АН Армении. Механика, т. 46, № 1 (1993). 2 Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Наука, М., 1982. 3 Л. И. Седов, Механика сплошной среды, т. 1, М., Наука, 1983. 4 В. Новацкий, Теория упругости, М., Мир, 1975. 5 Л. М. Бреховский, Волны в слоистых средах, Изд. АН СССР, М., 1957. 6 Г. Кори, Т. Кори, Справочник по математике, М., Наука 1984,