ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Том 95 1995 № 1

МАТЕМАТИКА

УДК 517.53

А. А. Вагаршакян

О задаче выявления скрытых периодичностей

(Представлено чл.-корр. НАН Армении Н. У. Аракеляном 23/XI 1993)

В прикладных задачах часто возникает необходимость на основании поведения некоторой величины в промежутке конечной длины делать вывод о механизме, порождающем эту величину. Достаточно общей моделью, характерной для подобных ситуаций, является предположение о возможности представления интересующей нас величины в виде

$$f(t)=\sum_{k=-n}^{n} a_k e^{i\lambda_k t}+u(t),$$

где λ_k — действительные числа, а $u(t)$—малая, по сравнению с $f(t)$, функция, появление которой обусловлено точностью выбора модели, ошибками вычисления и т. п. Здесь мы обсуждаем задачу о нахождении чисел λ_k, которые принято называть скрытыми периодами. Эта задача была поставлена очень давно.

Основная идея, используемая в большинстве методов, применяемых к решению этой задачи, состоит в осуществлении селекции периодической компоненты. Этого можно добиться, используя различного вида преобразования исходного процесса, позволяющие усилить в преобразованном процессе роль одной периодической компоненты. Эти методы имеют ту характерную особенность, что если мы хотим все более точно определять периоды λ_k, то нам необходимо располагать значениями исследуемой величины на все более длительном промежутке времени.

В данной статье развивается предложенный ранее автором [1] метод выявления скрытых периодов, который лишен вышеупомянутой нежелательной особенности.

Теорема 1. Пусть λ_n, $n=0,\pm 1,\cdots$ — действительные числа, удовлетворяющие условию

$$|\lambda_k-\lambda_j|\geq\frac{\pi}{T}\alpha,\quad k\neq j,$$

где $2<\alpha<\infty$. Пусть функция $f(x)\neq 0$, $x\in[-T, T]$, допускает представление

$$f(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i\lambda_n x},$$

где ряд сходится в $L_2(-T, T)$. Тогда семейство чисел $\{\lambda_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ единственным образом определяется по функции $f(x)$, $x\in[-T, T]$.

Теорема 2. Пусть функция $f(x)$, $x\in[-T, T]$, допускает представление

$$f(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i\lambda_n x},$$

где ряд сходится в $L_2(-T, T)$, а действительные числа λ_n удовлетворяют условию

$$|\lambda_k-\lambda_j|\geq\frac{\pi}{T}\alpha, \quad k\neq j,$$

где $2<\alpha<\infty$ заранее фиксированное число. Введем функцию

$$\rho(\lambda)=\inf_{n\geq 1}\frac{G\left(e^{i\lambda x}, f(x), f\left(x-\frac{T}{n}\right), \ldots, f(x-T)\right)}{G\left(f(x), f\left(x-\frac{T}{n}\right), \ldots, f(x-T)\right)},$$

где

$$G(\varphi_1, \ldots, \varphi_n)=\det\|(\varphi_i, \varphi_j)\|_{i, j=1}^{n}$$

и

$$(\varphi_i, \varphi_j)=\int_0^T \varphi_i(x)\overline{\varphi_j(x)}dx.$$

Тогда функция $\rho(\lambda)$ обращается в нуль только при $\lambda\in\{\lambda_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$.

Давно было обнаружено, что солнце в течение времени меняет свою активность. Это проявляется во многих параметрах, характеризующих поведение солнца. Одна из таких характеристик—число солнечной активности по Вольфу за период с 1749 по 1924 гг. — приведена в книге Т. Андерсона ([2]). Там же приведены результаты вычисления Шустера и Шерфа, которые для обработки этой информации использовали классические методы. Из этих вычислений следует, что в данном процессе есть период, равный 11 годам.

Вычисления, основанные на предложенном в данной статье методе, показывают, что существуют периоды, равные 4 годам и 1,4 года.

Пользуясь случаем, автор благодарит Р. Дарбиняна за предоставление приведенных выше результатов вычисления, проделанных им на ЭВМ.

Институт математики
НАН Армении

Ա. Ա. ՎԱՂԱՐՇԱԿՅԱՆ

Թաքնված պարբերականությունների ի հայտ բերման խնդրի մասին

Հոդվածում դիտարկվում է կիրառական հարցերում հաճախ հանդիպող մի խնդիր, որը կապված է դիտարկվող մեծության համար յուրահատուկ ներքին պարբերությունների ի հայտ բերման հետ։ Քննարկվում է այդ խնդրի լուծման սկզբունքային հնարավորության հարցը։ Առաջարկվում է նաև կոնկրետ ալգորիթմ, որի միջոցով կարելի է կամայական ճշտությամբ գտնել ներքին պարբերությունները։

Հոդվածում բերված են նաև արևի ակտիվության դիտարկումների տվյալների մշակման արդյունքները առաջարկված մեթոդով։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] **A. Vagarshakian**, J. Integral Eq. Math. Phys., v. 1, № 1, p. 13—26 (1992).

[2] **Т. Андерсон**, Статистический анализ временных рядов. М., Мир, 1976.