ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Том 94 1993 № 5

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 62—501.12

В. К. Брутян

Однородное развязывание нестационарных систем с применением обратных связей по выходу

(Представлено чл.-корр. НАН Армении Ю. Г. Шукуряном 18/VIII 1993)

Постановка задачи. Рассмотрим систему, описываемую уравнениями

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + D(t)u(t), \qquad x(t_0) = x_0, \tag{1}$$
$$y(t) = H(t)x(t).$$

Здесь $x(t)$ — n-мерный вектор состояния, $u(t)$ и $y(t)$ — m-мерные векторы входных (управляемых) и выходных (наблюдаемых) координат, соответственно. Система (1) рассматривается на конечном промежутке времени $T \overset{\Delta}{=} [t_0, t_1]$. A, D и H — матрицы соответствующих размеров. Предполагается, что элементы этих матриц являются действительными функциями времени и дифференцируемы любое число раз на интервале T.

Закон управления, который представляет интерес, имеет вид (¹)

$$u(t) = C(t)x(t) + Q(t)\xi(t), \tag{2}$$

где $\xi(t)$ — m-мерный вектор входных переменных, $C(t)$ и $Q(t)$ — невырожденные матрицы.

Задача состоит в том, чтобы выбрать такой закон управления, при котором достигается развязка переходных процессов системы (1), то есть замкнутая система имеет диагональную матрицу фундаментальных решений.

Предварительные замечания. В данной задаче важную роль играет оператор

$$N_A(\cdot) = \frac{d}{dt}(\cdot) + (\cdot)A(t). \tag{3}$$

Аргументами этого оператора могут быть любые матрицы. Обозначим через $N_A^i(\cdot)$ композицию этого оператора. Пусть $h_1(t), \ldots, h_m(t)$ есть m строк матрицы $H(t)$. Определим целочисленную функцию времени

$l_s(t)$ как наименьшее неотрицательное число i для каждого момента времени $t \in T$, такую, что $N_A^i(h_s)(t)D(t) \neq 0$, $s = 1, 2, \ldots, m$. Здесь предполагается, что каждая функция $l_s(t)$ есть константа l_s, и пусть $l^s = \min\limits_s l_s$. В общем случае можно считать функции $l_s(t)$ постоянными на подынтервалах общего интервала T.

По существу задачи развязывания линейных нестационарных систем встречались в работах ([2-5]). В ([2-4]) показано, что необходимыми и достаточными условиями существования развязывающего закона управления является условие, согласно которому матрицы

$$D^*(t) = \begin{bmatrix} N_A^{l_1}(h_1)(t) & D(t) \\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot \\ N_A^{l_m}(h_m)(t) & D(t) \end{bmatrix} \tag{4}$$

являются невырожденными для каждого момента времени $t \in T$. Показано также, что если матрица $D^*(t)$ невырождена в каждой точке $t \in T$ и $l_1 = l_2 = \ldots = l_m = l^*$, то

$$l^* \leqslant (n-m)\, m. \tag{5}$$

Кроме того, если пара (A, H) однородно наблюдаема на интервале T с индексом наблюдаемости η, то тогда

$$l^* < \eta - 1. \tag{6}$$

В настоящей работе основное внимание уделяется развязке каскадных систем ([6]).

Развязка переходных процессов каскадных систем. Рассмотрим фильтры с m входами и выходами, описываемые системой уравнений ([1, 7]).

$$\begin{aligned} \dot z(t) &= B(t)\, z(t) + F(t)\, v(t), \qquad z(t_0) = 0, \\ g(t) &= \Phi(t)\, z(t). \end{aligned} \tag{7}$$

Определим параметры фильтров $p_j(t)$ как наименьшее отрицательное число i такое, что $N_B^i(f_j)(t)\, F(t) \neq 0$, где $f_j(t)$ есть j-тая строка матрицы $\Phi(t)$, $j = 1, \ldots, m$. Предположим, что $p_j(t)$ есть константа p_j для всех $t \in T$ и пусть $p^* = \min\limits_j p_j$.

Известно, что если фильтр (7) соединен каскадно с (1) так, что $u(t) = g(t)$, то результирующая система описывается уравнениями ([1, 4])

$$\dot{\tilde x}(t) = \tilde A(t)\, \tilde x(t) + \tilde D(t)\, v(t), \qquad \tilde x(t_0) = \tilde x_0,$$

$$y(t) = \tilde H(t)\, \tilde x(t),$$

где

$$\tilde x(t) = \begin{vmatrix} x(t) \\ z(t) \end{vmatrix}, \qquad \tilde A(t) = \begin{vmatrix} A(t) & D(t)\,\Phi(t) \\ 0 & B(t) \end{vmatrix}, \qquad \tilde D(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ F(t) \end{bmatrix},$$

$$\tilde H(t) = [H(t)\ 0],$$

и при этом для любых неотрицательных целых чисел i и ν верны соотношения (4)

$$N_B^i(N_A^\nu(h_j)(t)\,D(t)\,\Phi(t))(t)\,F(t) =$$

$$= \begin{cases} 0, & i < p^*, \\ N_A^\nu(h_j)(t)\,D(t)\,N_B^{p^*}(\Phi)(t)\,F(t), & i = p^*. \end{cases} \qquad (9)$$

$$v(t) = \tilde{C}(t)\,\tilde{x}(t) + \tilde{Q}(t)\,\xi(t) = C_1(t)\,x(t) + C_2(t)\,z(t) + \tilde{Q}(t)\,\xi(t), \qquad (10)$$

где $\tilde{Q}(t)$ невырожденная матрица для каждого момента времени $t \in T$.

Развязывание нестационарной системы с помощью обратных связей. Предположим, что каскадная система, составленная из (1) и (7), охвачена обратными связями по соответствующим выходам. Если предположить, что $p_1 = p_2 = \ldots = p_m = p^*$, то можно доказать следующие положения.

Лемма. Для любого неотрицательного целого числа i справедлива формула

$$\frac{d^i y(t)}{dt^i} = N_A^i(H)(t)\,x(t) + \sum_{k=0}^{i-1} N_B^k(N_A^{i-k-1}(H)(t)\,D(t)\,\Phi(t))(t)\,z(t) +$$

$$+ \sum_{\sigma=0}^{i-2} \frac{d^\sigma}{dt^\sigma}\left[\sum_{k=0}^{i-\sigma-2} N_B^k(N_A^{i-\sigma-k-2}(H)(t)\,D(t)\,\Phi(t))(t)\,F(t)\,v(t)\right]. \qquad (11)$$

Доказательство леммы приведено ниже.

Теорема 1. *Пусть пара (A, H) однородно наблюдаема на интервале T с индексом наблюдаемости η и пусть обе матрицы: $D^*(t)$ (см. формулу (4)) и $F^*(t)$ являются невырожденными в каждый момент времени $t \in T$. Тогда, если для фильтра выполняется условие $p^* \geq \eta - l^* - 2$, то существует развязывающий закон управления*

$$v(t) = \sum_{l=0}^{\eta-1} \hat{C}_{1l}(t)\,d^l y(t)/dt^l + \hat{C}_2(t)\,z(t) + \hat{Q}(t)\,\xi(t), \qquad (12)$$

где $\hat{Q}(t)$ — невырожденная матрица.

Доказательство теоремы 1 приведено ниже.

По аналогии с (6) при условиях теоремы 1 имеем $l^* \leq \eta - 1$, и следовательно, $\eta - l^* - 2 \in (-1, 0, 1, 2, \ldots)$.

Следствие. *Если для системы (1) справедливы гипотезы теоремы 1 и, кроме того, $\eta - l^* - 2 = -1$, то для развязывания не требуется наличия фильтров. Если $\eta - l^* - 2 = 0$, то тогда можно использовать фильтр $z(t) = v(t)$.*

Доказательство этого следствия также смотри ниже.

При выполнении условий теоремы 1, а также в силу (5) имеем

$$\eta - l^* - 2 \leq p^* \leq (n - m)/m.$$

Таким образом, нижняя граница для требуемого порядка фильтра согласно теореме 1 определяется неравенством $n_0 \geq m(\eta - l^* - 1)$. Чтобы применить фильтр низкого порядка, требуется получить соотношение между параметрами p^* и n_0 для систем различных классов (·). Существует один класс фильтров, который легко использовать для произвольной системы. Пусть

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & 1 \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \dots 1 \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 \end{vmatrix}, \qquad \begin{aligned} F' &= [0 \quad 0 \dots 0 \quad 1], \\ \Phi &= [1 \quad 0 \dots 0 \quad 0], \end{aligned} \tag{13}$$

где каждый элемент 1 и 0 матриц B, F и Φ либо единичная, либо нулевая матрицы размером $m \times m$, соответственно. Если каждая строка и столбец матрицы B содержит μ матриц размера $m \times m$, то можно вычислить, что $p_1 = p_2 = \dots = p_m = p^* = \mu - 1$ и $n_0 = m\mu$. Фильтр, удовлетворяющий условиям (13), имеет не наименьший порядок. Однако его преимуществом является применимость к различным системам и отсутствие производных от выходных переменных в развязывающем законе управления.

Т е о р е м а 2. *Пусть пара (A, H) однородно наблюдаема на интервале T с индексом наблюдаемости η, и пусть матрица $D^*(t)$ невырождена на интервале T. Тогда, если фильтр определяется матрицами (13) и имеет порядок $n_0 = m(\eta - 1)$, то существует закон управления*

$$v(t) = C_1(t)\,y(t) + C_2(t)\,z(t) + Q(t)\,\xi(t), \tag{14}$$

который развязывает переходные процессы составной системы.

Заметим, что эти результаты обобщаются на случай, когда в нижней строке матрицы B стоят блоки матриц B_i размера $m \times m$.

Доказательство теоремы 2 также приводится ниже.

Д о к а з а т е л ь с т в о л е м м ы. Воспользуемся методом математической индукции. Для $i = 0$ результат тривиален. Предположим, что формула (11) верна для $i = 0, 1, \dots, i_1$. Пусть $i = i_1 + 1$. Дифференцируя производную $d^i y(t)/dt^i$, получим выражение

$$d^{i+1} y(t)/dt^{i+1} = [dN_A^i(H)/dt]\,x + N_A^i(H)(Ax + D\Phi z) +$$

$$+ \sum_{k=0}^{i-1} \left\{ [dN_B^k(N_A^{i-k-1}(H)D\Phi)/dt]\,z + N_B^k(N_A^{i-k-1}(H)D\Phi)(Bz + Fv) \right\} +$$

$$+ \sum_{\sigma=0}^{i-2} d^{\sigma+1} \left[\sum_{k=0}^{i-\sigma-2} N_B^k(N_A^{i-\sigma-k-2}(H)D\Phi)\,Fv \right] / dt^{\sigma+1},$$

из которого нетрудно получить искомое выражение (11).

Доказательство теоремы 1. Используя определение числа l^*, из равенства (11) получим

$$d^l y/dt^l = N_A^l(H)x + \sum_{k=0}^{l-1} N_B^k(N_A^{l-k-1}(H)D\Phi)z +$$
$$+ \sum_{\sigma=0}^{l-2} d^\sigma \left| \sum_{k=0}^{l-\sigma-l^*-2} N_B^k(N_A^{l-\sigma-k-2}(H)D\Phi)Fv \right| / dt^\sigma .$$

Если $p^* \geqslant \eta - l^* - 2$, то $N_B^k(\Phi)F = 0$, $k = 0, 1, \ldots, \eta - l^* - 3$. Используя этот факт, а также формулу (9), приходим к условию

$$N_B^k(N_A^{l-\sigma-k-2}(H)D\Phi)F = 0,$$

где $k = 0, 1, \ldots, \eta - l^* - 3$; $i = 0, 1, \ldots, \eta - 1$; $\sigma = 0, 1, \ldots, \eta - 3$.

Таким образом,

$$d^l y/dt^l = N_A^l(H)x + \sum_{k=0}^{l-1} N_B^k(N_A^{l-k-1}(H)D\Phi)z,$$
$$l = 0, 1, \ldots, \eta - 1.$$

После подстановки этого выражения в формулу (12) требуется показать, что существуют матрицы $\widehat{C}_2$ и $\widehat{C}_{1l}$, $i = 0, 1, \ldots, \eta - 1$ такие, что закон управления

$$v(t) = \sum_{l=0}^{\eta-1} \widehat{C}_{1l} \left| N_A^l(H)x + \sum_{k=0}^{l-1} N_B^k(N_A^{l-k-1}(H)D\Phi)z \right| + \bar{C}_2 z + \tilde{Q}\xi \quad (15)$$

развязывает составную систему. Итак, существует закон управления в форме (10). Приравнивая (10) и (15), получим

$$C_1 = \sum_{l=0}^{\eta-1} \widehat{C}_{1l} N_A^l(H), \quad (16)$$

$$C_2 = \sum_{l=0}^{\eta-1} C_{1l} \sum_{k=0}^{l-1} N_B^k(N_A^{l-k-1}(H)D\Phi) + \bar{C}_2, \qquad \tilde{Q} = \widehat{Q}. \quad (17)$$

Так как пара (A, H) однородно наблюдаема с индексом η, то существует по крайней мере одна совокупность $\widehat{C}_{1l}$, $i = 0, 1, \ldots, \eta - 1$, которая удовлетворяет формуле (16). Тогда матрицу $\bar{C}_2$ можно получить из соотношения (17). Таким образом, получим развязывающий закон управления требуемой формы, что и требовалось доказать.

Доказательство следствия. Если $\eta - l^* - 2 = -1$, то тогда $l^* = \eta - 1$ и, таким образом, $N_A^l(H)D = 0$, $i = 0, 1, \ldots, \eta - 2$. Используя это условие в соотношении (11), получим $d^l y/dt^l = N_A^l(H)x$. Итак, развязывающий закон управления в форме (2) можно представить в виде

$$u = \sum_{l=0}^{\eta-1} \widehat{C}_{1l} d^l y/dt^l + Q\xi.$$

Если $\eta - l^* - 2 = 0$, то тогда можно принять, что $p^* = 0$, и следовательно, можно применить фильтр $\dot{z} = v$.

Доказательство теоремы 2. Так как выход системы является входом для фильтра, то фильтр можно описать системой уравнений [1, 7, 8]

$$\dot{u}_1 = u_2, \qquad \dot{u}_2 = u_3, \ldots, \dot{u}_{\eta-1} = v, \qquad u_1 = u.$$

Вектор состояния фильтра можно представить как $z' = [u_1 u_2 \ldots \ldots u_{\eta-1}]$. Нетрудно также показать, что для фильтра $p^* = \eta - 2$ и $F^* = N_B^{\eta-2}(\Phi) F = I$. В соответствии с теоремой 1 составная система может быть развязана с помощью закона управления

$$v = \sum_{i=0}^{\eta-1} \hat{C}_{1i} d^i y / dt^i + \hat{C}_2 z + Q\xi,$$

который можно представить в виде

$$\dot{u}_{\eta-1} = \sum_{i=0}^{\eta-1} \hat{C}_{1i} d^i y / dt^i + \sum_{i=0}^{\eta-2} \hat{C}_{2i} d^i u_1 / dt^i + \hat{Q}\xi. \tag{18}$$

Целесообразно рассмотреть такой вариант фильтра, для которого в законе управления не требуется производных от выходных координат $y(t)$ [3]. Пусть $\hat{u}_1 = u_1 - G_0 y$, где $G_0 = \hat{C}_{1, \eta-1}$. Тогда уравнение (18) можно представить как

$$\begin{vmatrix} \dot{\hat{u}}_1 \\ \dot{\hat{u}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\hat{u}}_{\eta-2} \\ \dot{\hat{u}}_{\eta-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ \hat{C}_{2,0} & \hat{C}_{2,1} & \hat{C}_{2,2} & \ldots & \hat{C}_{2,\eta-2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{\eta-2} \\ \hat{u}_{\eta-1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \vdots \\ G_{\eta-2} \\ G_{\eta-1} \end{vmatrix} y + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} Q\xi, \tag{19}$$

где G_j — нестационарные матрицы размера $m \times m$, $j = 1, \ldots, \eta - 1$ такие, что

$$G_j = \hat{C}_{1, \eta-j-1} + \sum_{r=0}^{j-1} \sum_{k=0}^{j-r} \binom{\eta + k - j - 1}{\eta - j - 1} \hat{C}_{2, \eta-j+r+k-1} d^k G_r / dt^k$$

и $C_{2,\eta-1} \overset{\Delta}{=} 1$. В таком случае закон управления имеет форму, заданную выражением (14).

Пример. Рассмотрим систему [10]

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & \exp(t) \end{bmatrix} u(t). \qquad y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t),$$

для которой $n = 3$, $m = 2$. Прямые вычисления дают $l_1 = 1$, $l_2 = 0$, $\eta = 2$, $l^* = 0$, матрица $D^*(t)$ невырождена. Поэтому система может быть развязана с помощью обратных связей. Так как $\eta - l^* - 2 = 0$, то в соответствии со следствием выбираем фильтр второго порядка, описываемый уравнением $\dot{z}(t) = v(t)$. В этом случае система определяется уравнениями:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \exp(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} v(t),$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix}.$$

Теперь можно развязывающий закон управления представить в форме (10), где

$$\hat{Q}(t) = D^{*-1}(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\exp(-t) \\ 0 & \exp(t) \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -1 & \exp(-t) & 0 \\ 0 & -\exp(-t) & 0 \end{bmatrix}, \qquad C_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 - \exp(t) \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Развязывающий закон управления в форме (12) можно получить из соотношений (16) и (17). В данном примере имеем

$$\begin{bmatrix} -1 & \exp(-t) & 0 \\ 0 & -\exp(-t) & 0 \end{bmatrix} = \hat{C}_{10}(t) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \hat{C}_{11}(t) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

и следовательно,

$$\hat{C}_{10}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \hat{C}_{11}(t) = \begin{bmatrix} \exp(-t) & 0 \\ -\exp(-t) & 0 \end{bmatrix}.$$

Отсюда равенство (17) имеет вид

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 - \exp(-t) \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \hat{C}_2(t) + \begin{bmatrix} \exp(-t) & 0 \\ -\exp(-t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \exp(t) \end{bmatrix}$$

и поэтому

$$\hat{C}_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 - \exp(t) \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Окончательно получим

$$v(t) = \hat{C}_{10}(t)\, y(t) + \hat{C}_{11}(t)\, \dot{y}(t) + \hat{C}_2(t)\, z(t) + \hat{Q}(t)\, \xi(t).$$

Чтобы получить закон управления в форме (14), используем процедуру, изложенную при доказательстве теоремы 2. Пусть $\bar{u}(t) = u(t) - G_0(t)\, y(t)$, где

$$G_0(t) = \hat{C}_{11}(t) = \begin{bmatrix} \exp(-t) & 0 \\ -\exp(-t) & 0 \end{bmatrix}.$$

Используя равенство (19), получим

$$\hat{u}(t) = \hat{C}_{20}(t)\,\hat{u}(t) + G_1(t)\,y(t) + Q(t)\,\xi(t),$$

где

$$\hat{C}_{20}(t) = \hat{C}_2(t), \quad G_1(t) = \hat{C}_{10}(t) + C_{20}(t)\,G_0(t) - G_0(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Таким образом,

$$\hat{u}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1-\exp(-t) \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \hat{u}(t) + \begin{bmatrix} 1 & -\exp(-t) \\ 0 & \exp(-t) \end{bmatrix} \xi(t),$$

и следовательно, развязывающий закон управления имеет вид

$$u(t) = \hat{u}(t) + G_0(t)\,y(t).$$

Ереванский институт народного хозяйства

Վ. Կ. ԲՐՈՒՏՅԱՆ

Ոչ ստացիոնար համակարգերի համասեռ արձակումն ըստ ելքի հետադարձ կապերի կիրառման

Դիտարկվում է գծային ոչ ստացիոնար համակարգերի անցումային պրոցեսների արձակման խնդիրը հետադարձ կապերի օգնությամբ։ Խնդրում պահանջվում է ընտրել այնպիսի կառավարման օրենք, որում իրագործվում է համակարգերի հակազդումների առանձնացում, այսինքն փակ համակարգերը ունենում են ֆունդամենտալ լուծումների անկյունագծային մատրիցներ։ Դիտարկվում է նաև բազմաչափ մուտքերով և ելքերով ֆիլտր, որը կասկադային եղանակով միացված է ուսումնասիրվող համակարգի հետ։ Կազմածո համակարգի անցումային պրոցեսների արձակման խնդրի լուծման համար ենթադրվում է, որ գծային համակարգի բոլոր ելքերը հանդիսանում են ֆիլտրի մուտքեր և այդ նկատառումով հաշվարկվում է կառավարման օրենքը, որը առանձնացնում է կազմածո համակարգի անցումային պրոցեսները։ Դիտարկվում է թվային օրինակ։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *В. К. Брутян*, Основные аспекты теории непрерывных марковских систем и ее приложение. Айастан, Ереван, 1934. [2] *W. M. Wonham*, SIAM J. Control, v. 2, № 13, p. 424–437 (1981). [3] *E. Warren Michael, K. Mitter Sanjoy*, Int. J. Contr., v. 21, № 2, p. 177—192 (1975). [4] *N. Viswanadham*, Int. J. Contr., v. 21, № 3, p. 451—463 (1975). [5] *Р. Е. Калман, М. Арбиб, П. Фалб*, Очерки по математической теории систем, Мир, М., 1971. [6] А. И. Мороз, Курс теории систем, Высшая школа, М., 1987. [7] *В. К. Брутян*, Автоматика и телемеханика, № 7, с. 51—61, 1980. [8] *В. К. Брутян*, ДАН Армении, т. 22, № 4, с. 154—161 (1991). [9] *Л. Заде, Ч. Дезоер*, Теория линейных систем, Наука, М., 1970. [10] *В. К. Брутян*, Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 6, с. 27—36, 1980.