ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Том 94 1993 № 1

АСТРОФИЗИКА

УДК 524.354.6:532.132

А. Д. Седракян, академик АН Армении Д. М. Седракян

Уравнение динамики вращающейся нейтронной звезды с учетом изгиба вихрей

(Представлено 15 XI 1992)

Как показали наблюдения последнего скачка пульсара «Vela», его угловая скорость $\omega_c(t)$ до скачка и после эпохи релаксации является квазиперозической функцией времени с периодом порядка 10—20 дней [1]. Такое поведение пульсара можно объяснить, если учесть, что при скачке угловой скорости пульсара часть нейтронных вихрей должна изгибаться. Действительно, из-за наличия в «пре» фазе протонных кластеров, связанных с нейтронным вихрем, коэффициент трения между вихрем и нормальным веществом звезды резко уменьшается в точке перехода вихря из «пре» фазы в «Aen» фазу. Поэтому при ускорении нормальной компоненты звезды часть нейтронного вихря, находящаяся в «пре» фазе, увлекается с нормальным веществом, а участок в «Aen» фазе отстает от этого движения, благодаря чему возникает изгиб вихря в точке перехода этих фаз. Это приводит к тому, что на участок вихря в «Aen» фазе, кроме силы трения, действует и сила упругости вихря. Под действием этих сил этот участок вихря совершает затухающие колебания относительно направления, параллельного оси вращения. Если учесть, что взаимодействие между вихрями слабое и их начальные изгибы происходят одновременно, то можно заключить, что их колебания будут синхронны.

При нахождении нестационарного решения для $\omega_c(t)$ в эпоху релаксации этими колебаниями можно пренебречь, так как основной вклад в решение $\omega_c(t)$ дают движения вихрей в «пре» фазе [2]. Однако, как мы увидим ниже, после эпохи релаксации нестационарное решение $\omega_c(t)$ в основном определяется этими колебаниями.

Цель настоящей статьи—получение уравнений, описывающих вращение нейтронной звезды с учетом синхронного колебания участков вихрей, находящихся в «Aen» фазе.

Система уравнений, описывающая рассмотренную задачу, суть уравнения динамики нормальной компоненты звезды и уравнения движения нейтронного вихря с учетом изгиба

Первое из них имеет следующий вид [2]:

$$I_c \frac{d\Omega_c}{dt} = \frac{1}{q} \frac{I_s}{\theta^2} \frac{d\theta}{dt} - \gamma I_c \Omega_c^3. \qquad (1)$$

Если учесть, что после эпохи релаксации $q = 1$, а

$$\Omega_s(t) = \frac{\omega_s(t)}{\omega_s(0)} = \frac{1}{\theta} \quad \text{и} \quad \Omega_c(t) = \frac{\omega_c(t)}{\omega_c(0)}, \qquad (2)$$

то уравнение (1) можно переписать в виде:

$$\frac{d\Omega_c}{dt} = -p \frac{d\Omega_s}{dt} - \gamma \Omega_c^3, \qquad (3)$$

где $p = \frac{I_s}{I_c}$. Здесь I_c и I_s — моменты инерции частей звезды, имеющие угловые скорости ω_c и ω_s соответственно.

Вне эпохи релаксации для вихря в «пре» фазе можно ввести понятие среднего коэффициента трения между ним и нормальным веществом. Так как этот коэффициент большой, то сверхтекучее вещество, связанное с вихрями в «пре» фазе, будет двигаться вместе с нормальным веществом, а вихрь не будет изгибаться. С нормальным веществом будут двигаться также нейтронные вихри или их участки, находящиеся в «Aen» фазе и имеющие координаты $r<r_1$ и $r>r_2$, где r_2—радиус «пре» фазы, так как они пиннингованы с нормальной решеткой атомных ядер в «Aen» фазе ([3]). Что касается участков нейтронных вихрей в «Aen» фазе с координатами $r_1 \leqslant r \leqslant r_2$, то они свободны, и сверхтекучее вещество, связанное с ними, может вращаться с угловой скоростью ω_s отличной от ω_c. После ускорения нормальной части звезды именно эти участки нейтронных вихрей изгибаются и совершают колебательное движение.

Из вышесказанного вытекает, что I_c есть сумма моментов инерции «пре» фазы, нормального вещества и пиннингованных участков вихрей, находящихся в «Aen» фазе, а I_s—суммарный момент инерции непиннингованных участков нейтронных вихрей. Если движение вещества звезды с моментом инерции I_c подчиняется уравнению (3), то уравнение движения сверхтекучей жидкости с моментом инерции I_s можно получить из уравнения движения нейтронного вихря с учетом изгиба. Действительно, уравнение движения нейтронного вихря без изгиба имеет вид ([2]).

$$\frac{d\theta}{dt} = a[1 - \Omega_c \theta], \qquad (4)$$

где

$$a = \frac{2\rho_s \omega_s \alpha}{\alpha^2 + \rho_s^2}, \quad \alpha = \frac{\eta}{\Gamma_0}, \quad \Gamma_0 = \frac{h}{2m_n}.$$

Если учесть (2), то это уравнение можно переписать в следующем виде:

$$\frac{d\Omega_s}{dt} = a\Omega_s(\Omega_c - \Omega_s). \qquad (5)$$

Учет изгиба вихря приводит к появлению в уравнении (5) дополнительного момента сил, связанного с упругостью нейтронного вихря, следовательно, имеем

$$\frac{d\Omega_s}{dt} = a\Omega_s(\Omega_c - \Omega_s) + \frac{M(t)}{I_s}, \qquad (6)$$

где $M(t)$ — момент упругих сил, действующий на сверхтекучее вещество со стороны нейтронных вихрей.

Сначала получим стационарные (т. е. средние по времени) решения системы уравнений (3) и (6). Так как изменение угловой скорости $\Omega_s(t)$ будет следовать изменению $\Omega_c(t)$, то естественно предположить, что средние значения производных угловых скоростей $\overline{\dot{\Omega}}_c$ и $\overline{\dot{\Omega}}_s$ должны равняться друг другу, т. е. из (3) имеем

$$\overline{\dot{\Omega}}_c = \overline{\dot{\Omega}}_s = -\gamma \frac{I_c}{I} \overline{\Omega_c^3}, \qquad (7)$$

где $I = I_c + I_s$ — полный момент инерции нейтронной звезды. Из решения (7) в частности вытекает, что время жизни пульсаров $\tau_0 \sim \frac{I}{I_c \gamma \overline{\Omega^3}}$. Подставляя решение (7) в уравнение (6), получим среднюю во времени разность угловых скоростей;

$$\overline{|\Omega_c - \Omega_s|} = \frac{1}{a\tau_0 \Omega_s} = \frac{I}{I_c} \frac{\tau}{\tau_0} \frac{1}{\Omega_s}, \qquad (8)$$

где $\tau \sim \frac{1}{a}$. Здесь мы учли, что $\overline{M(t)} = 0$, так как $M(t)$ периодическая функция времени. Из (8) видно, что $\overline{|\Omega_s - \Omega_c|} \ll 1$, т. е. $\overline{\Omega}_c \simeq \simeq \overline{\Omega}_s$. Докажем это, в частности, для пульсара „Vela". Согласно работе ([2]), τ меняется от 4 до $3 \cdot 10^2$ дней, а $\tau_0 \sim 10^4$ лет, следовательно, $\frac{\tau}{\tau_0} \ll 1$. Если учесть также, что $\overline{\Omega}_s \simeq 1$ и $I \sim I_s$, то окончательно получим $\overline{|\Omega_c - \Omega_s|} \ll 1$.

Итак, усредненные по времени решения уравнений (3) и (6) дают: $\overline{\dot{\Omega}}_c = \overline{\dot{\Omega}}_s = \text{const}$, $\overline{\Omega}_c = \overline{\Omega}_s \simeq 1$.

Для получения точных решений системы уравнений (3) и (6) сначала мы должны получить выражение для момента сил $M(t)$. Согласно работе ([4]), сила, связанная с изгибом вихря и действующая на участок нейтронного вихря в «Aen» фазе, имеет вид

$$\vec{F}^b = \varepsilon \int [\vec{\nu} \operatorname{rot} \vec{\nu}]\, dz, \qquad (9)$$

где ε — энергия единицы длины нейтронного вихря, а ν — единичный вектор, указывающий направление вихря. Следовательно, проекция момента сил на ось вращения, действующего на вихрь в целом, равна

$$M_z^b = \varepsilon \int [\vec{r}\,[\vec{v}\operatorname{rot}\vec{v}]]_z\,dz = \varepsilon \int \{v_z(\vec{n}\operatorname{rot}\vec{v}) - (\operatorname{rot}\vec{v})_z(\vec{v}\,\vec{r})\}\,dz. \qquad (10)$$

Из симметрии задачи вытекает, что вектор $\vec{v}$ не зависит от r и φ, следовательно $\vec{v} = \vec{v}(z)$ — функция только от z. Тогда имеем

$$(\operatorname{rot}\vec{v})_r = -\frac{\partial v_\varphi}{\partial z} \quad \text{и} \quad (\operatorname{rot}\vec{v})_z = 0.$$

Подставляя это в (10), окончательно получим

$$M_z^b = -\varepsilon r \int v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z}\,dz. \qquad (11)$$

Если угловое смещение вихря от параллельности к оси вращения обозначить ϑ, то для v_z и v_φ получим следующие выражения:

$$v_z = \theta(z - z_0)\cos\vartheta \quad \text{и} \quad v_\varphi = \theta(z - z_0)\sin\vartheta, \qquad (12)$$

где $\theta = 1$ при $z > z_0$ и $\theta = 0$ при $z < z_0$. Здесь z_0 — точка пересечения вихрем границы между „пре" и „Аеп" фазами. Отметим, что именно в этой точке и происходит изгиб нейтронного вихря. Из (12) легко получить

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial z} = \delta(z - z_0)\sin\vartheta. \qquad (13)$$

Подставляя (12) и (13) в (11), имеем

$$M_z^b = -2\varepsilon r\cos\vartheta\sin\vartheta$$

и для малых ϑ окончательно получим

$$M_z^b = -2\varepsilon r\vartheta. \qquad (14)$$

Представим ϑ через разность угловых скоростей $\Omega_c - \Omega_s$. Азимутальное смещение участка нейтронного вихря в „Аеп" фазе происходит из-за разности угловых скоростей $\Omega_c - \Omega_s$ и равняется

$$\Delta\varphi = \int (\Omega_c - \Omega_s)\,dt. \qquad (15)$$

Если обозначить длину этого участка через $l(r)$, то

$$\vartheta l(r) = r\Delta\varphi.$$

Отсюда, учитывая (15), окончательно получим

$$\vartheta = \frac{r}{l(r)} \int (\Omega_c - \Omega_s)\,dt. \qquad (16)$$

Если суммировать M_z^b по всем вихрям, которые потерпели изгиб, мы получим искомое выражение для $M(t)$:

$$M(t) = \int M_z^b n 2\pi r\,dr, \qquad (17)$$

где $n = \frac{2\omega_s}{\Gamma_0}$ — равновесное значение плотности нейтронных вихрей. Если обозначить среднюю длину участка вихря в „Aen" фазе через l_0 и учесть, что $\varepsilon = \pi\rho_s \ln\frac{b}{a}$ и $I_s = \int r^2 dm_s$, где $dm_s = 2l_0\rho_s(2\pi r dr) = \rho_s dv$, то, подставляя (14) и (16) в выражение (17), окончательно получим

$$M(t) = \nu_0^2 \int (\Omega_c - \Omega_s)\, dt, \tag{18}$$

где

$$\nu_0^2 = \frac{2\pi\Gamma_0 I_s \omega_s}{l_0^2} \ln\frac{b}{a}.$$

Система уравнений (3) и (6), описывающая вращение нейтронной звезды с учетом изгиба вихрей, окончательно примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega_c}{dt} &= -pa\Omega_s(\Omega_c - \Omega_s) - \frac{\nu_0^2}{I_c}\int(\Omega_c - \Omega_s)\,dt - \gamma\Omega_c^3; \\ \frac{d\Omega_s}{dt} &= a\Omega_s(\Omega_s - \Omega_s) + \frac{\nu_0^2}{I_s}\int(\Omega_c - \Omega_s)\,dt. \end{aligned} \tag{19}$$

Полученная система уравнений (19) для искомых функций $\Omega_c(t)$ и $\Omega_s(t)$ является нелинейной. Однако если учесть, что угловые скорости Ω_c и Ω_s мало меняются, то (19) можно линеаризировать, подставляя $a\overline{\Omega}_s = a = \text{const}$ и $\overline{\Omega}_c^3 \simeq 1$. Полученная таким образом система уравнений совпадает с уравнениями, приведенными в работе ([5]). Отметим только, что в этих уравнениях ν_0—некоторая феноменологическая постоянная, тогда как здесь мы получили конкретное выражение (18) для ν_0, исходя из физики поведения вихрей после скачка угловой скорости нейтронной звезды.

Оставляя нахождение решений системы уравнений (19) и их сравнение с наблюдениями на будущее, отметим только, что она содержит затухающие периодические решения для $\Omega_c(t)$ с периодом порядка

$$\omega_0 = \left(\frac{\nu_0^2}{I_s}\right)^{1/2}, \tag{20}$$

если выполняется условие $\nu_0^2 \gg \gamma a I_s$. Можно показать, что для пульсара «Vela» это условие выполняется, и, следовательно, оценивая по формуле (20), получаем значение порядка нескольких десятков дней, что достаточно близко к значению, полученному из наблюдательных данных ([1]).

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Академии наук Армении

Ա. Դ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱ ակադեմիկոս Դ. Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ

Պտտվող նեյտրոնային աստղերի դինամիկայի հավասարումները մրրիկների ծնման հաշվառմամբ

Ստացված են նեյտրոնային աստղերի ոչ ստացիոնար պտույտը նկարագրող դինամիկայի հավասարումներ մրրիկների ծնման հաշվառմամբ, որոնք նկարագրում են բաբախիչների անկյունային արագության կախումը ժամանակից նրանց հանկարծակի թռիչքից հետո։ Ցույց է տրված, որ այդ հավասարումները կարող են բացատրել «Vela» բաբախիչի անկյունային արագության և նրա ածանցյալի դիտվող քվազի-պարբերական վարքագիծը։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *P. M. McCulloch, P. A. Hamilton, D. McConnel e. a.*, Nature, v. 346, p. 622 (1990). [2] *А. Д. Седракян, Д. М. Седракян*, ДАН СССР, т. 320, № 5, с. 1078 (1991). [3] *P. B. Jones*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc., v. 245, p. 315 (1990). [4] *И. М. Бекаревич, И. М. Халатников*, ЖЭТФ, т. 40, с. 9[illegible]3 (1961). [5] *F. K. Lamb, D. Pines, J. Shaham*, Astrophys. J., v. 225, p. 582 (1978).