

УДК 534.833.26

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Ю. А. Гаспарян, С. А. Маргарян, Б. Ю. Гаспарян

Определение импеданса низкочастотного резонатора
 с учетом акустических потерь

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. И. Тер-Степаняном 3/V 1989)

На практике при расчете импедансных характеристик низкочастотного звукопоглотителя (1) наиболее широко применяется способ волнового распространения акустических колебаний (2-6). Предположим, что звуковое поле распространяется вдоль координат x в зависимости от времени t , потенциал скорости которой выражается $\Phi(x, r, t) = \Psi(r, x)e^{j\omega t}$. После подстановки этой функции в волновое уравнение приходим к уравнению Гельмгольца. Решение волнового уравнения будем искать в виде потенциала скоростей

$$\Phi(r, x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n e^{jk_p x} + B_n e^{-jk_p x}) J_0(k_n r) e^{-j\omega t}, \quad (1)$$

здесь A_n, B_n — значения коэффициентов, которые определяются граничными условиями: $k_p^2 = k^2 - k_n^2 = k[1 - (f_{0n}/f)^2]^{1/2}$; $f_{0n} = \frac{c}{\lambda_{0n}}$; λ — волновое число и длина падающей звуковой волны для нормальных волн, распространяющихся вдоль оси on ; k — волновой вектор $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} =$

$= \frac{2\pi f}{c}$; $\lambda_{0n} = \frac{2\pi}{k_n}$; f_{0n} — критическая частота моды on и частота звука — f ; $J_0(k_n r), J_1(k_n r)$, соответственно, цилиндрические функции Бесселя нулевого и первого порядка; k_n — волновое число поперечных волн, определяемое из граничных условий равенства нулю радиальной компоненты колебательной скорости на жестких стенках резонатора волновода, т. е. из условия $J_1(k_n R) = 0$ нулевого и первого порядка, $k_n = \frac{\pi n}{R}$. Задачу будем решать в цилиндрической симметрии. В резонаторе можно выделить характерные области: $0 < r \leq R - r_n$; $\delta < r \leq R$; $R - r_n = \delta$; $0 \leq x \leq L + \tau$.

Для нахождения постоянных следует использовать граничные условия. Предположим, что амплитуда колебательной скорости в кольце резонатора $\delta < r \leq R$ площадью $S_k = S - S_n = \pi(R^2 - r^2)$; $u(r) = U_0$; $0 < r \leq \delta$; $u(r) = 0$; $\delta < r \leq R$; $Z_{pc} = \frac{1}{\pi S_k} \int P_n dS$

Разложим амплитуду колебательной скорости в ряды по собственным функциям резонатора: $U_r = \sum_{n=1}^{\infty} a_n J_0(k_n r)$; $a_0 = U_0 (\delta/R)^2$;

$$a_n = U_0 \frac{2(\delta/R) J_1(k_n \delta)}{(k_n R) J_0'(k_n R)} = U_0 F_n(\delta/R); \quad Z_r = U_0^{-2} \int_0^{\delta} P_{n=0} 2\pi r dr$$

$$Z_r = S_{k\rho c} \sum_{n=0}^{\infty} F_n(\delta/R) \text{th} \delta. \quad (2)$$

Пользуясь граничными условиями $y=0$ и $y=R-r$, получим

$$\Phi(r, x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{k_p} \frac{\cos k_p(x-L)}{\sin k_p l} J_0(k_n \delta) e^{j\omega t}. \quad (3)$$

Звуковое давление двухсекционного резонатора рассматривается в виде P_1, P_2 :

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} (A_n e^{jk_p x} + B_n e^{-jk_p x}) J_0(k_n \delta) \\ P_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n \text{ch}[jk_p(l_2 - x_2)] J_0(k_n \delta) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Для низких частот, при $l \gg R$, $k_p \approx jk_r$, при определении коэффициентов A_n, B_n, C_n , выражающих непрерывность осевой скорости U_x , имеем:

$$\left. \begin{aligned} A_n e^{jk_p l_1} - B_n e^{-jk_p l_1} - C_n \text{sh}(jk_p l_2) &= 0 \\ A_n e^{jk_p l_1} + B_n e^{-jk_p l_1} - C_n \left[\text{ch} jk_p l_2 + \frac{\delta k \text{sh}(jk_p l_2)}{k_p \rho c} \right] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Пользуясь $P = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t}$; $U = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}$, найдем выражение для звукового давления и колебательной скорости в резонаторе:

$$\left. \begin{aligned} P &= j\omega \rho (A e^{jk_p x} + B e^{-jk_p x}) J_1(k_n \delta) e^{j\omega t}; \\ U &= jk_p (A e^{jk_p x} + B e^{-jk_p x}) J_1(k_n \delta) e^{j\omega t}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Для плоских волн при нулевой моде колебаний имеем:

$$Z_{Bx} = \left(\frac{S - S_n}{S} \right)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k}{k_p} F_n \left(\frac{\delta}{R} \right) \left(\frac{Z_s \text{sh} k l_2 \cos k l_1 + j \cos k L}{\sin k L - j Z_s \sin k l_1 \text{sh} k l_2} + Z_r \right). \quad (7)$$

Отсюда реактивная компонента $Y(j)$ импеданса равна:

$$Y(j) = \left(\frac{S - S_n}{S} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} F_n \left(\frac{\delta}{R} \right) k \frac{(Z_s k/k_p)^2 \text{sh} k_p l_1 \text{sh}^2 k_p l_2 + \text{sh} k_p L \cdot e^{jk_p l_1}}{\text{sh}^2 k_p L + (Z_s k_p/k)^2 (\text{sh} k_p l_1 \text{sh} k_p l_2)^2} \quad (8)$$

Первый член выражения (7) определяет импеданс кольцевого отверстия звукопоглотителя. При этом диссипативные потери будут обеспечиваться за счет вязкости и теплопроводности воздуха, протекающего в кольцевых отверстиях, и находиться в колебательном движении за счет кольцевого излучателя входного отверстия и податливой лицевой панели. Второй член представляет упругое сопротивление воздуш-

ной полости, характеризующей дополнительную инерционность отверстия.

При совместной работе двух излучателей в двухсекционном резонаторе акустическое сопротивление каждого из них изменяется на величину вносимого (или изанятого) импеданса, обусловленного реакцией входного излучателя и других внутренних излучателей. Наличие ряда излучателей в резонаторе приводит к изменению энергии, излучаемой каждым из них, а также к изменению фазы колебаний. Если резонатор, настроенный в резонанс ($\psi = 0$), расположен вблизи источника, т. е. kl весьма мало, когда $\psi = \pi/2 + kl$, т. е. $\psi = \pi/2$ — колебание в резонаторе — отстает по фазе от колебаний входного источника на $\pi/2$ градусов. При настройке резонатора на низкую частоту колебаний входного источника получается сдвиг фаз на π . Реактивный импеданс второй секции резонатора согласно рекомендациям Ю. Ингарда и Н. Н. Ворониной, с учетом воздушной полости $Y_p = -ctgkl_2$ равен

$$Y = k(\tau + 2\delta_z)\tau_1 + j \left[\left(\omega M_p - \frac{k}{\omega} \right) - ctgkl_2 \right], \quad (9)$$

где $\tau_1 = \frac{S_{in}}{S_1}$ — коэффициент перфорации, S_{in} , S_1 — площади входного сечения щели и резонатора, τ , $2\delta_z$ — толщина и двухсторонняя концевая поправка к толщине лицевой панели.

Эффективная инерционность кольцевого отверстия S_k , определяемая как масса воздуха в отверстии и резонирующей полости, так и дифракционными эффектами входной податливой сплошной панели, согласно рекомендациям (2), равна: $M_p = M_n + \left(\frac{S_k}{S} \right)^2 (M_r + M_L) + M_{12}$; $M_r =$

$$= \frac{S_k \rho}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_n(\delta/R)}{a_n} \operatorname{cth}(k\alpha_n r); \quad M_L = \frac{S_k \rho}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_n(\delta/R)}{a_n} \operatorname{cth}(k\alpha_n L)$$

$$a_n = -jk_p; \quad a_n \ll 1; \quad M_{12} = 2S_k \rho k^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} (H_n^2 \alpha_n) \sin^{-1}(k\alpha_n L) \quad (10)$$

Ее — физический смысл характеризуется уравнениями:

$$H_n = -\frac{\delta r}{R^2 - r^2} \frac{4J_0^2(k_p \delta) J_1(k_p \delta)}{(k_p)^2 J_1^2(k_p R)}; \quad F_n = \frac{4J_1^2(k_n \delta)}{(k_n R)^2 J_1^2(k_n R)} \quad (11)$$

$M_n = S_n \rho_n \tau$ — масса поршневой входной панели; M_r , M_L — соответственно, внутренние присоединенные массы воздуха в отверстиях площади кольцевого отверстия с щелевым зазором $\delta = (0,1 \div 0,5)$ см и с глубиной резонирующей полости резонатора L ; M_{12} — взаимная присоединенная масса, возникающая вследствие наложения кольцевых излучателей S_{k_1} , S_{k_2} в полости резонатора при $L/\lambda \ll 1$; $R/\lambda \ll 1$; M_k , M_p — массы воздуха во входных кольцевых отверстиях и в полости резонатора:

$$M_k = \frac{S_k \rho}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_n}{a_n} — внутренняя присоединенная масса кольцевого отверстия.$$

тия.

Концевая поправка кольцевого отверстия резонатора

$$\delta_z = S_{\text{ш}}^{1/2} \frac{4}{V^{\pi}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_n^2(k_{mn} R_{\text{ш}})}{(k_{mn} R)^2 \left| 1 - \left(\frac{m}{k_{mn} R} \right)^2 \right| J_n^2(k_{mn} R)} \quad (12)$$

Активная компонента импеданса резонатора обусловлена вязкими потерями фрикционного характера на трение в кольцевом отверстии при протекании воздуха за счет разности звукового давления: основную роль градиента давления можно отнести за счет сопротивления в кольцевом отверстии $S_{\text{ш}}$ и податливой лицевой панели:

$$R(f) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n \left(\frac{\delta}{R} \right) \frac{Z_1 \text{sh}^2 k_p l_2}{\text{sh}^2 k_p l_1 + (Z_1 k_p / k)^2 \text{sh} k_p l_1 \text{sh} k_p l_2} \quad (13)$$

Энергетическое уравнение акустического импеданса полости резонатора, в диапазоне от адиабатических до изотермических условий, представлено в виде: $\lambda_T \nabla^2 T_T - j \omega \rho [c_p T_T + (c_p - c_v) i R_B] = 0$,

$$\nabla^2 T_T = \xi^2 (T_T - B_T); \quad B_T = \frac{P T_0}{T_0} \left(1 - \frac{1}{x} \right); \quad \xi = 3,9 f^{1/2} (1 + j), \quad (14)$$

где $x = (\omega \rho c_p / 2 \lambda_T)^{1/2} = 3,9 f^{1/2}$, c_p , c_v — удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме, $x = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$ при $t = 20^\circ \text{C}$; P , P_0 — статическое

давление и амплитуда давления; T_T , T_0 — амплитуда и температура окружающей среды; λ_T — удельная теплопроводность; R_B — газовая постоянная Больцмана; $\rho = 1,29 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$ — плотность воздуха; ρc — волновое сопротивление воздуха; k_p — волновое число для вязкой волны, см^{-1} ; $\mu = 1,88 \cdot 10^{-4} \text{ г/см}$; ν — коэффициент вязкости воздуха; λ_μ — длина вязкой волны, см.

Согласно закону Бойля — Мариотта, используя значение T_T , B_T с введением временного множителя $e^{j\omega t}$ получаем: $-\frac{\delta V}{V} = \frac{P}{P_0} -$

$$-\frac{P}{P_0} (1 - x^{-2})(A + jB); \quad \frac{\delta V}{V} = \frac{P}{x P_0} (c^2 + d^2) e^{j(\theta + \omega t)}; \quad \Phi = \frac{\pi}{2} - \theta - \text{tg}^{-1} c_1 / d_1,$$

где $c = A(x-1) - x$; $d = B(x-1)$. (15)

Акустический импеданс равен $\frac{\partial(\delta V)}{\partial t} = -\frac{P e^{j\omega t}}{Z}$. Дифференцируя значение δV , получим импеданс полости резонатора:

$$Z_T = \frac{j x P_0 e^{-j\theta}}{\omega V (c^2 + d^2)^{1/2}} = |Z_T| e^{j\Phi}; \quad |Z_T| = \frac{x P_0}{\omega V} (c_1^2 + d_1^2)^{-1/2}. \quad (16)$$

Для резонатора, имеющего цилиндрическую полость радиуса a , решение, удовлетворяющее граничному условию $T_T = 0$ при $r = a$, имеет вид:

$$\frac{T_T}{B_T} = 1 - \frac{J_1 |2d f_1 (-2j)^{1/2}|}{J_0 |2D f_1 (-2j)^{1/2}|}; \quad d = 2r; \quad D = 2R. \quad (17)$$

Усредняя по цилиндрической внутренней поверхности, получим

$$\frac{T_T}{B_T} = 1 - \frac{2}{2D f_1 (-2j)^{1/2}} \frac{J_1 |2D (-2j f^{1/2})|}{J_0 |2D (-2j f^{1/2})|} = A'' + jB'', \quad (18)$$

где $A'' = 1 - (F + G)(-2Df_1)^{-1}$; $B'' = 1 - (F - G)(2Df_1)^{-1}$; $F = vx - vy/v^2 + u^2$
 $G = (vy + ux)/(v^2 + u^2)$; $u = J_0[2D(-2jf^{1/2})]$; $v = J_0[2L(-2j)^{1/2}]$
 $x = J_1[2D(-2jf^{1/2})]$; $y = J_1[2L(-2j)^{1/2}]$;

x, y, u, v — действительная и мнимая часть звуковой волны.

Исследования показали, что наряду с диссипативными потерями при движении воздуха в щелевых входных отверстиях резонатора происходят тепловые потери, обусловленные вязкостью граничного слоя и характеризующиеся термодинамическими параметрами — термометрической проводимостью, вязкостью среза и плотностью воздуха. Потери, обусловленные вязкостью и теплопроводностью, характеризуются тепловой релаксацией и происходят в граничном слое. Вязкие потери и изменение теплопроводности вязких и тепловых волн в объеме резонирующей полости, в частности, значения температуры и составляющих колебательной скорости, влияют на акустические свойства звукопоглотителя.

Экспериментальная проверка проведенной работы была произведена на модели конструкции цилиндрической формы, сечением радиуса $R = 4,9$ см, толщина лицевой панели $\tau = 0,5$ см, контурный щелевой зазор лицевой панели $\delta = (0,1 \div 0,5)$ см. Корпус модели резонатора и лицевая панель были изготовлены из фанеры $\rho_f = (0,5 \div 1,0)$ г/см³. Инерционный импеданс конструкции резонатора определялся экспериментально на акустическом интерферометре, в частотном диапазоне $(100 \div 1700)$ Гц. На рис. 1 показана экспериментальная частотная зависимость реактивного импеданса исследуемой системы. Сравнение теор-

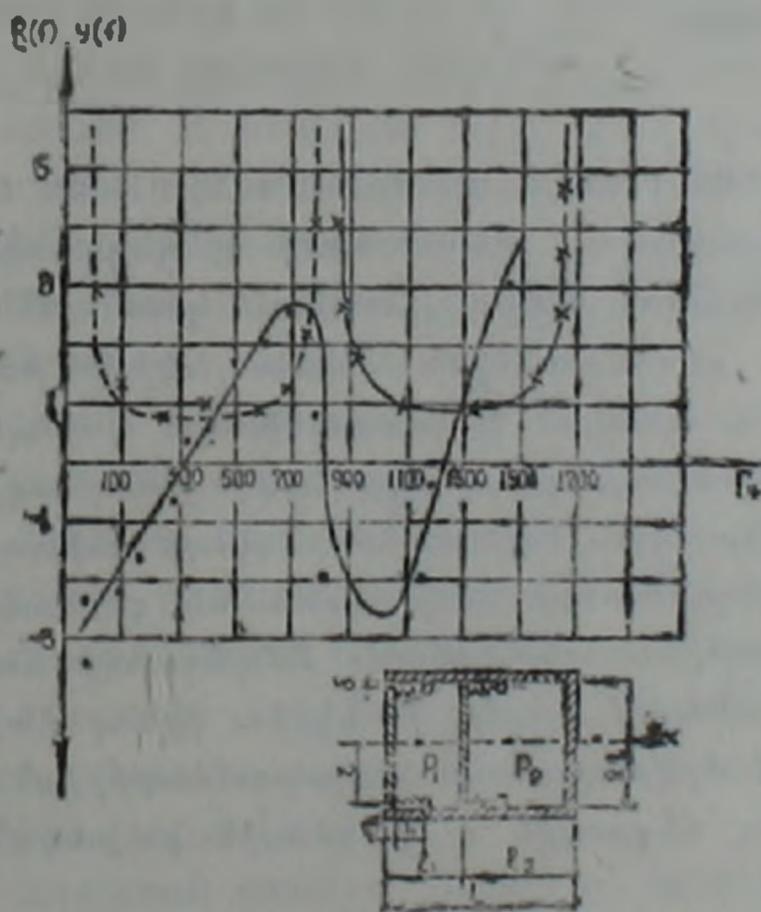


Рис. 1. Частотная характеристика поверхностного импеданса двухсекционного резонатора с лицевой сплошной и внутренней перфорированной податливой панелью на упругих связях. \bullet — $y(f)$, \times — $R(f)$, соответственно, реактивные и активные компоненты импеданса, полученные экспериментально; сплошные линии — те же величины, полученные расчетным путем.

ретических и экспериментальных данных, рассчитанных по формулам (8), (9), с учетом (10), (12), (16), произведены на ЭВМ. Вычисление импеданса производилось модами низших порядков, при δ_{opt} и M_p как функции от R/ρ , L/ρ , $l_{1,2}/\rho$. Масса M_p , полученная в результате действия мод низших порядков, дает максимум, когда оптимальный щелевой контурный зазор лицевой панели находится в пределах $\delta_{opt} = (0,1-0,3)$ см (рис. 2); в этом случае происходит наибольшее сме-

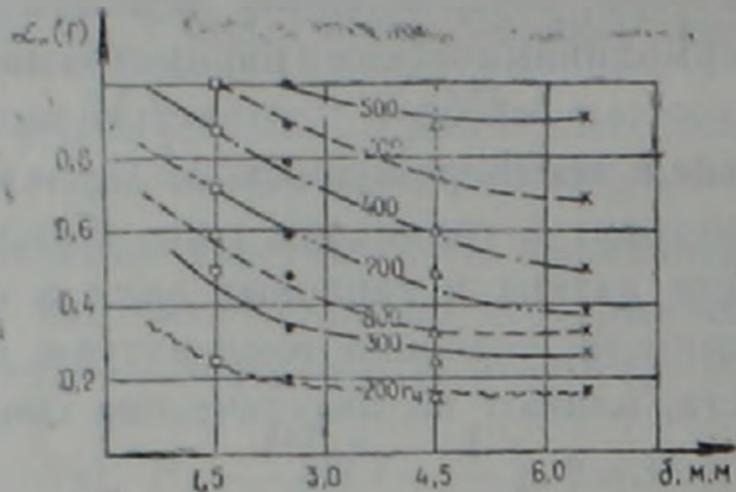


Рис. 2. Зависимость нормального коэффициента звукопоглощения от ширины щелевого контурного зазора δ (мм) лицевой панели, установленной на упругих связях — пружинах.

щение резонансной частоты в сторону низких частот. Измерения импеданса системы как функции расстояния между секциями резонатора подтвердили существенное согласие с теоретическими результатами

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

ՅՈՒ. Ա. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ, Ս. Ա. ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ, Բ. ՅՈՒ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ

Ցածր հաճախականության սեղանատորի իմպեդանսի որոշումը հաշվի առնելով ձայնադիտական կորուստները

Դիտարկված է սեղանանսային ձայնակլանիչի իմպեդանսի տեսական հաշվարկը: Նկատի է առնված կենսարուկյէայի կամայլերսային իմպեդանսի ակտիվ և անակտիվ բաղադրիչների վրա ազդող ձայնադիտական կորուստները: Խոտոչի ձայնադիտական կորուստները զգալի կերպով ազդում են ակտիվ դիմադրության և սեղանատորի ձայնակլանման գործակցի վրա, առանձնապես ցածր հաճախության տիրույթում: Իմպեդանսի հաշվարկը կատարված է ցածր կարգի մոդաներով որպես ֆունկցիա իջնող ձայնային ալիքի երկարությունից կախված երկրաչափական սլարամետրերից՝ սեղանանսային ձայնակլանիչի օպտիմալ ճեղքային ուղիազծային բացականների դեպքում:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 А. С. № 1463881 СССР Е04В1/84 Резонансный звукопоглотитель. Ю. А. Гаспарян, Ю. М. Чудинов и др. (СССР). — № 424 4867; Заявл 31. 3. 1987; опубл. 7.3.89. БИ № 9—3с.
- 2 К. А. Велажанин, В. А. Оборотов, Акустический журн., т. 29, № 1, с. 5—10 (1983).
- 3 Н. Н. Воронина, Акустический журн., т. 30, № 2, с. 254—258 (1987).
- 4 К. А. Велажанин, Е. А. Вощуков, Н. Н. Нефедов, Акустический журн., т. 32, № 3, с. 114—116 (1986).
- 5 P. M. Morse, U. Ingard, Theoretical Acoustics, N. Y., Mc Graw-Hill, 1968
- 6 W. Davern, Applied Acoust., v. 10, № 2, p. 85—112 (1977).