ՀԱՅԿԱԿԱՆ ԽՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Том 90 1990 № 1

УДК 539.216 2

ФИЗИКА

Э. А. Арутюнян, С. Х. Галоян, С. П. Погосян

Прецизионное определение показателя преломления приповерхностных волноводных пленок

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Казаряном 4/X 1989)

Быстрое и точное определение параметров приповерхностных тонких пленок, допускающих волноводное распространение света, является актуальной практической задачей, особенно в связи с необходимостью экспресс-контроля параметров тонкопленочных волноводных структур в технологическом процессе их изготовления.

Целью настоящей работы является получение аналитических выражений для прецизионного определения показателя преломления (ПП) тонких волноводных слоев по экспериментально измеренному модовому спектру, что приводит также к существенному упрощению задачи расчета остальных параметров тонкопленочных структур ([1]).

Напишем уравнение поперечного резонанса для непогруженного пленочного волновода в следующем виде:

$$hq_m - \mathrm{arctg}\left(\frac{r_m}{q_m}\right) - \mathrm{arctg}\left(\frac{p_m}{q_m}\right) = \pi m, \tag{1}$$

где h — толщина пленки, $q_m = k(n_f^2 - n_m^2)^{1/2}$ — поперечная компонента постоянной распространения зондирующего излучения, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ — длина волны света в вакууме, n_f — ПП пленки, n_m — эффективный ПП m-ой моды волновода, $m = 0, 1, 2, \ldots (M-1)$, $r_m = k(n_m^2 - 1)^{1/2}$, $p_m = k(n_m^2 - n_s^2)^{1/2}$, n_s — ПП подложки. Заметим, что экспериментально определяемыми величинами является набор эффективных ПП n_m. Уравнение (1) можно привести к наиболее простому виду, учитывая, что для мод низких порядков многомодового волновода отношения r_m/q_m и p_m/q_m являются большими величинами и поэтому правомерно следующее разложение:

$$\mathrm{arctg}\left(\frac{r_m}{q_m}\right) \approx \frac{\pi}{2} - \frac{q_m}{q_m}; \quad \mathrm{arctg}\left(\frac{p_m}{q_m}\right) \approx \frac{\pi}{2} - \frac{q_m}{p_m}. \tag{2}$$

С учетом (2) из (1) получим

$$q_m = \frac{\pi}{h^m_{\text{эфф}}}(1+m), \tag{3}$$

где $h^m_{\text{эфф}} = h + \frac{1}{r_m} + \frac{1}{p_m}$ — эффективная толщина волновода.

Получим еще одно уравнение из (1) на основе следующих допущений. При постоянных значениях величин n_i и h q_m становится функцией только от дискретного параметра m. Однако математически формально можно в уравнениях (1) допустить непрерывное изменение величины $m \geqslant 0$ и проводить дифференцирование по аргументу m, полагая $q_m = q(m)$. Эта процедура приводит к следующему уравнению:

$$\frac{\partial q_m}{\partial m} = \frac{\pi}{h^m_{\text{эфф}}}. \tag{4}$$

С учетом (4) уравнение (3) принимает вид

$$q_m = q_0(1+m). \tag{5}$$

Если из этого соотношения определить величину n_f, то получим выражение $n_f^2 = \frac{4n_0^2 - n_1^2}{3}$, приведенное в работах ([2, 3]). Эту формулу можно получить непосредственно из дисперсионного уравнения (1), аппроксимируя фазовые скачки на границах волновода к величине π ([3]). Это приближение удовлетворительно для многомодовых волноводов и обычно не обеспечивает высокой точности, если число мод в волноводе меньше пяти. Отметим, что вид полученного соотношения (5) указывает на возможность его уточнения. Из уравнения (3) и (4) следует, что выражение (5) является частью разложения величины $q_m = q(m)$ в ряд Тейлора вокруг значения $m=0$. Поэтому q_m в общем случае можно представить в следующем виде:

$$q_m = q_0(1+m)[1+R(m)], \tag{6}$$

где $R(m)$ — произвольная функция. Разлагая ее в ряд

$$R(m) = R(0) + \left(\frac{dR}{dm}\right)_0 m + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2R}{dm^2}\right)_0 m^2, \tag{7}$$

покажем, что справедливы соотношения $R(0)=0$ и $\left(\frac{dR}{dm}\right)_0 = 0$. Первое равенство прямо следует из (6); чтобы получить второе, запишем производную функции (6) в следующем виде:

$$\left(\frac{dR}{dm}\right)_0 = \left(\frac{dq_m}{dm}\right)_0 - q_0 = \frac{\pi}{h^0_{\text{эфф}}} - q_0. \tag{8}$$

Как было отмечено, уравнение (3) лучше всего удовлетворяется для мод низких порядков, так что для нулевой моды тонкопленочного волновода оно является достаточно хорошим приближением, и поэтому можно записать $q_0 \approx \frac{\pi}{h^0_{\text{эфф}}}$. Подставляя это значение в (8), получим $\left(\frac{dR}{dm}\right)_0 = 0$. Таким образом, в разложении (7) останется только член второго порядка и обобщенное уравнение (6) примет следующий вид:

$$q_m = q_0(1+m)(1+\alpha m^2), \tag{9}$$

где α — неизвестная постоянная. В принципе, с целью увеличения точности расчета можно учитывать и следующие члены разложения $R(m)$. Однако при этом возрастает число неизвестных коэффициентов, и для решения системы (9) потребуется большее число резонансных мод. Однако поскольку для многомодовых волноводов формула (5) обеспечивает удовлетворительную точность, то такая процедура теряет свой смысл.

Исключив из системы уравнений (9) для мод с индексами $m=0$ и $m=1$ неизвестный коэффициент a, получим уравнение

$$9q_0-6q_1+q_2=0. \tag{10}$$

Это биквадратное уравнение относительно n_f имеет решение

$$n_f^2=\frac{A-(A^2-112B)^{1/2}}{448}, \tag{11}$$

где $A=891n_0^2-414n_1^2-29n_2^2$; $B=(81n_0^2-36n_1^2+n_2^2)^2-324n_0^2n_2^2$.

Как показывают расчеты, с помощью этой формулы можно с прецизионной точностью определить параметр n_f; особенно точные результаты обеспечиваются в случае маломодовых волноводов.

Если к уравнению (10) прибавить малую величину $\beta=q_1-2q_0$, которая в нулевом приближении, согласно уравнению (5), равна нулю, то получим новое уравнение

$$7q_0-5q_1+q_2=0. \tag{12}$$

Из (12) найдем выражение для n_f:

$$n_f^2=\frac{A-(A^2-60B)^{1/2}}{240}, \tag{13}$$

где $A=329n_0^2-136n_1^2-16n_2^2$; $B=(49n_0^2-16n_1^2+n_2^2)^2-196n_0^2n_2^2$.

В таблице приведены точные значения параметров различных волноводов и соответствующие расчетные значения величины n_f по формулам (11) и (13). Заметим, что хотя эти расчетные значения обеспечивают достаточные для практических задач точности (не хуже $\pm 1\cdot 10^{-4}$),

Точные значения параметров волновода (n_f, n_s, h)	Эффективные показатели преломления (n_m)	Расчетные значения показателя преломления волноводных пленок n_f		
		по формуле (11)	по формуле (13)	по формуле (5)
1. $n_f=2.7$ $n_s=2{,}2$ $h=0{,}6$ мкм ($M=3$)	$n_0^2=7{,}088945$ $n_1^2=6{,}494559$ $n_2^2=5{,}546499$	2,699876	2,700007	2,699458
2. $n_f=2{,}7$ $n_s=2{,}2$ $h=2$ мкм ($M=5$)	$n_0^2=7{,}267401$ $n_1^2=7{,}199630$ $n_2^2=7{,}086790$	2,699999	2,699999	2,699998
3. $n_f=1{,}8$ $n_s=1{,}4$ $h=1{,}1$ мкм ($M=4$)	$n_0^2=3{,}176680$ $n_1^2=2{,}988114$ $n_2^2=2{,}679408$	1,799923	1,799978	1,799871

одновременно видно, что можно рекомендовать применять формулу (11) для расчета параметра n_f маломодовых волноводов ($M=3$;

4), а формулу (13)—для волноводов с числом мод $M=4;5$. При числе мод $M\geqslant 5$ прецизионную точность обеспечивает уравнение (5).

В заключение отметим, что прецизионное определение параметра n_f позволяет также существенно повысить точность расчета толщины h и ПП подложки n_s тонкопленочных волноводов, с использованием процедуры последовательных приближений, изложенной в работе ([1]).

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Է. Հ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ս. Խ. ԳԱԼՈՅԱՆ, Ս. Պ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Մակերևութամերձ ալիքատարային թիթեղների բեկման ցուցչի ճշգրիտ որոշումը

Աշխատանքում նրբաթիթեղ դիէլեկտրիկ ալիքատարների բնութագրական հավասարման հիման վրա ստացվել են թիթեղների բեկման ցուցիչը որոշող ճշգրիտ անալիտիկ արտահայտություններ։ Ցույց է տրված, որ ստացված արտահայտությունները կարող են ապահովել բեկման ցուցչի $\pm 1 \cdot 10^{-4}$ *հաշվարկային ճշտություն։*

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Э. А. Арутюнян, С. Х. Галоян, С. П. Погосян*, Письма в ЖТФ, т. 14, № 18, с. 1698—1702 (1988). [2] *E. A. Arutunyan, S. Kh. Galoyan*, Opt. Commun., v. 56, №5 p. 399—402 (1986). [3] *G. H. Charter, P. C. Jaussaud*, J. Appl. Phys., v. 49, №2, p. 917—919 (1978).