ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Том 90 1990 №1

УДК 532.543-627

ГИДРОМЕХАНИКА

О. В. Токмаджян

Пространственное резкоизменяющееся движение воды в водоеме при наличии водосбросного и водоприемного сооружений

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Мовсесяном 9/VI 1989)

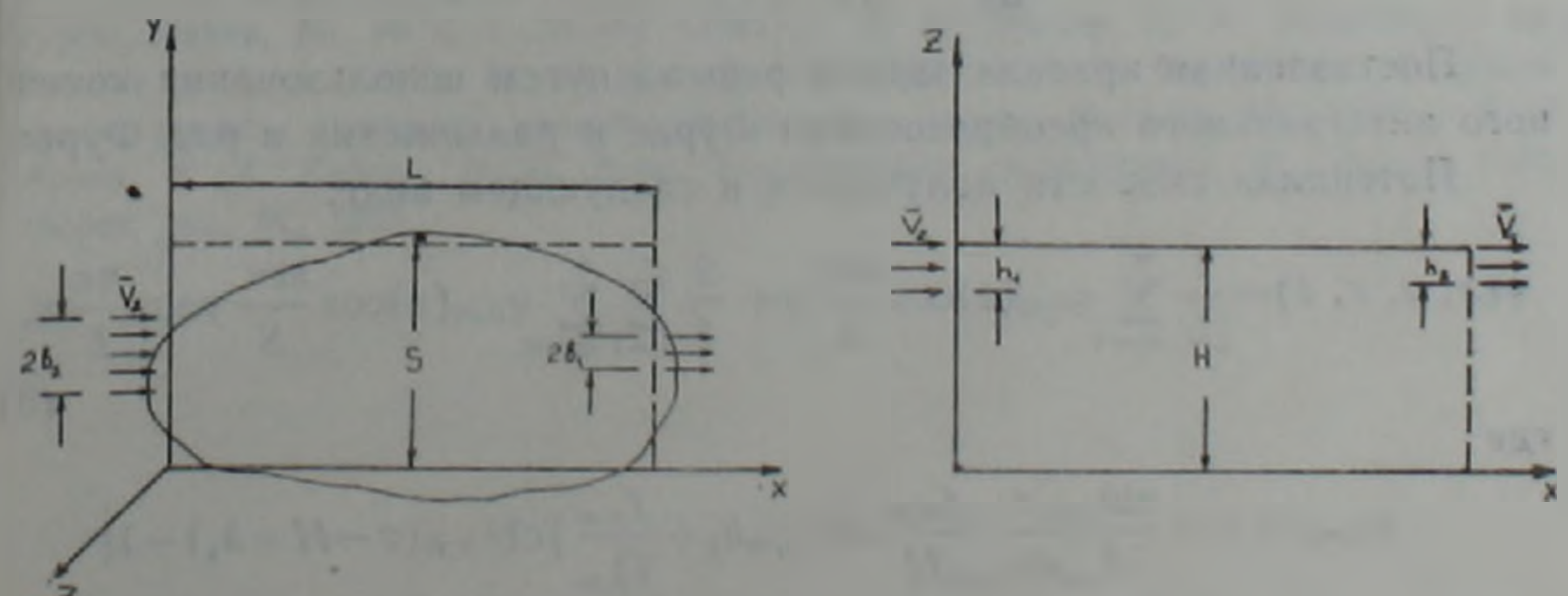
Как известно [1, 2], в системе математических моделей для расчета параметров кинематики водоема трехмерные модели наиболее полно описывают кинематическую картину движения воды. Они представляются наиболее важными с точки зрения изучения сложных пространственных, резкоизменяющихся движений, возникающих в водоемах произвольной формы под воздействием различных механических факторов, таких как ветер, проточность, водозабор, водосброс и др.

В настоящее время существует несколько методик и программ расчета пространственных движений [1, 2]. Все они основываются на численном интегрировании соответствующих краевых задач. Алгоритмы и программы этих расчетов довольно сложны и не получили широкого применения. Это обусловлено прежде всего тем, что для них не существует соответствующих тестовых задач и достоверность полученных результатов вызывает сомнение.

В данной статье дается методика аналитического решения резкоизменяющихся пространственных задач движения воды в водоеме, схематизированном в виде прямоугольного параллелепипеда.

Предположим, что часть пространства, ограниченного условиями $0 \leqslant x \leqslant L$, $0 \leqslant y \leqslant S$, $0 \leqslant z \leqslant H$, представляет схематизированное водохранилище в виде прямоугольного параллелепипеда (L — длина, S — ширина, H — глубина) (рисунок).

Рассмотрим движение воды в водоеме, имеющем на береговом участке $x = L$; $y_2 - b_2 \leqslant y \leqslant y_2 + b_2$ поверхностный водоприемник (ско-



Математическая модель водоема

рость поступления воды v_2), а на участке $x=0$; $y_1-b_1<y<y_1+b_1$, $H-h_1\leqslant z\leqslant H$ — поверхностный водосброс (скорость в водосбросе v_1) (рисунок).

Считая, что движение воды в водоеме представляется безвихревым (потенциальным) и силы вязкого трения пренебрежительно малы (как это принимается при движении воды в больших объемах), можно принять приближение, принимаемое для исследования кинематики идеальной несжимаемой жидкости [3, 4].

Потенциал скорости должен удовлетворять дифференциальному уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}=0 \tag{1}$$

и следующим начальным и граничным условиям:

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_{x=0}=U_1(y,z,t),\qquad \left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_{x=L}=U_2(y,z,t) \tag{2}$$

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right|_{y=0}=0\qquad \left.\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right|_{y=S}=0 \tag{3}$$

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right|_{z=0}=0\qquad \left.\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right|_{z=H}=\frac{dH}{dt} \tag{4}$$

где

$$U_1(y,z,t)=\begin{cases} v_1 \text{ при } (y_1-b_1\leqslant y\leqslant y_1+b_1)\cap(H-h_1\leqslant z\leqslant H)\\ 0 \text{ при } (y\leqslant y_1-b_1\cup y\geqslant y_1+b_1)\cup(z\leqslant H-h_1)\end{cases} \tag{5}$$

$$U_2(y,z,t)=\begin{cases} v_2 \text{ при } (y_2-b_2\leqslant y\leqslant y_2+b_2)\cap(H-h_2\leqslant z\leqslant H)\\ 0 \text{ при } (y\leqslant y_2-b_2,\cup y\geqslant y_2+b_2)\cup(z<H-h_2)\end{cases} \tag{6}$$

Из граничных условий (4) вытекает, что на свободной поверхности волны не учитываются, и считается, что в каждый момент времени свободная поверхность является горизонтальной, кроме того должно выполняться условие

$$2b_2h_2v_2-2b_1h_1v_1=SL\frac{dH}{dt}, \tag{7}$$

т. е.

$$\frac{dH}{dt}=\frac{1}{SL}(2b_2h_2v_2-2b_1h_1v_1).$$

Поставленная краевая задача решена путем использования конечного интегрального преобразования Фурье и разложения в ряд Фурье.

Потенциал скорости получается в следующем виде:

$$\varphi(x,y,z,t)=\frac{1}{L}\sum_{m=1}^{\infty}\varphi_{0,m}(z)\cos\frac{m\pi}{S}y+\frac{2}{L}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\varphi_{n,m}(z)\cos\frac{m\pi}{S}y\cos\frac{n\pi}{L}x, \tag{8}$$

где

$$\varphi_{n,m}(z)=-\frac{\operatorname{ch}\lambda_{n,m}z\cdot f_{1,m}}{\lambda_{n,m}^2\operatorname{sh}\lambda_{n,m}H}\operatorname{sh}\lambda_{n,m}h_1+\frac{f_{n,m}}{\lambda_{n,m}^2}[\operatorname{ch}\lambda_{n,m}(z-H+h_1)-1]$$

при $H-h_1\leqslant z\leqslant H$;

$$\varphi_{n,m}(z) = -\frac{\mathrm{ch}\lambda_{n,m} z \cdot \mathrm{sh}\lambda_{n,m} h_1}{\lambda^2_{n,m}\mathrm{sh}\lambda_{n,m} \cdot H}, \qquad a_n = \frac{n\pi}{L}, \qquad a_m = \frac{m\pi}{S}, \qquad \lambda_{n,m} = \sqrt{a_n^2 + a_m^2}$$

при $0 \leqslant z \leqslant H - h_1$

$$f_{n,m} = \frac{U}{Sa_m}[v_2 \cos a_m y_2 \cdot \sin a_m b_2 - (-1)^n v_1 \cos a_m y_1 \cdot \sin a_m b_1],$$

$$f_{n,c} = \frac{2}{S}(v_2 b_2 - (-1)^n v_1 b_1).$$

Поле скоростей определяется с помощью следующего выражения:

$$\vec{V} = \mathrm{grad}\,\varphi(x, y, z, t). \tag{9}$$

Гидравлическое давление можно определить с помощью уравнения Коши (4), которое имеет следующий вид:

$$p + \rho\frac{\partial\varphi}{dt} + \rho g z + \frac{\rho v^2}{2} = f(t), \tag{10}$$

где $f(t)$ произвольная функция.

Ереванский политехнический
институт им. К. Маркса

Հ. Վ. ԹՈՔՄԱՋՅԱՆ

Ջրի տարածական կտրուկ փոփոխվող շարժումը ջրավազանում ջրհեռ և ջրընդունիչ կառուցվածքների առկայության դեպքում

Ստացված է մեծ ջրավազաններում շարժվող հեղուկի տարածական կտրուկ փոփոխության անալիտիկ լուծումը ջրընդունիչ և ջրհեռ կառույցների առկայության դեպքում։

Ըստ ստացված հավասարման կարելի է որոշել արագության հիդրոդինամիկ ճնշման դաշտերը և հոսանքի գծերը։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *З. Н. Добровольская, Г. П. Епихов, П. П. Коряков* и др., в кн.: Водные ресурсы, Наука, М., № 3, с. 35—51 (1981). [2] *В. М. Ляхтер, А. Н. Милитеев,* в кн.: Водные ресурсы, Наука, М., № 3, с. 60—79 (1981). [3] *Б. М. Чиквашвили,* Гидравлические расчеты напорных водосбросов высоких плотин, Энергия, М., 1972. [4] *Н. Е. Кочин, И. А. Кибель, Н. В. Розе,* Теоретическая гидротехника, М., Изд-во техн.-теорет. лит., М., 1955.