ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Том 88 1989 №5

УДК 550.341

ГЕОФИЗИКА

А. М. Аветисян, А. Г. Манукян

Метод одновременного определения координат гипоцентров землетрясений, времени в очаге и скоростей сейсмических волн

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Т. Асланяном 19/X 1988)

Совершенствование методов определения координат землетрясений является одной из основных задач сейсмологии, поскольку решение ряда задач сейсмологии зависит от точности определения положения гипоцентра. При сейсмологических наблюдениях получаются характеристики, которые находятся в функциональной зависимости от параметров землетрясений и допускают возможность следующей постановки задачи.

Пусть данное землетрясение зарегистрировано n сейсмическими станциями. Для каждого наблюдения получаются условные уравнения вида

$$t_i - t_0 = T_i(X), \quad i=\overline{1, n}, \tag{1}$$

где t_i—время вступления сейсмической волны на i-ую станцию, t_0—время в очаге, а $T_i(X)$ являются теоретическими временами пробега сейсмической волны от очага до i-ой станции.

Аргументом функции $T_i(X)$ является пятикомпонентный вектор $X(\varphi, \lambda, h, t_0, v)$, где φ, λ—географические координаты очага, h—глубина, v—скорость соответствующей волны в данной среде.

Так как величины T_i получаются из наблюдений, то, решая систему (1) относительно вектора X, получаем координаты гипоцентра землетрясений, время в очаге и скорость сейсмической волны. Характерной особенностью системы (1) является то, что из-за наличия случайных и систематических ошибок система несовместна даже в том случае, если функциональные связи точные, т. е. $t_i - t_0 - T_i(X) = \delta(t_i) \neq 0$; $i=\overline{1, n}$.

Тогда искомые решения получаются путем минимизации функционала

$$T = \sum_{i=1}^{n} \delta^2(t_i); \quad i=\overline{1, n}. \tag{2}$$

Вероятностный смысл полученных по этому принципу псевдорешений заключается в том, что наиболее правдоподобные значения неизвестных получаются из условий минимума суммы квадратов невязок [1, 2]. В этом случае функционал T нелинейно зависит от X, и решение задачи сводится к нелинейному итерационному процессу.

Для решения поставленной задачи вместо функционала (2) минимизируется другой функционал:

$$T=\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\partial T_i}{\partial t}\right)_{X=X_0}\Delta t+\left(\frac{\partial T_i}{\partial\varphi}\right)_{X=X_0}\Delta\varphi+\left(\frac{\partial T_i}{\partial\lambda}\right)_{X=X_0}\Delta\lambda+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{\partial T_i}{\partial h}\right)_{X=X_0}\Delta h+\left(\frac{\partial T_i}{\partial v}\right)_{X=X_0}\Delta v+T_i(X_0)+t_0-t_i\right]^2,$$

где $X_0=(\varphi_0, \lambda_0, h_0, t_0, v_0)$ является точкой линеаризации.

Задача минимизации функционала T сводится к решению известной системы линейных уравнений:

$$\frac{\partial T}{\partial t}=0,\ \frac{\partial T}{\partial\varphi}=0,\ \frac{\partial T}{\partial\lambda}=0,\ \frac{\partial T}{\partial h}=0,\ \frac{\partial T}{\partial v}=0,$$

которые в развернутой форме имеют вид

$$\begin{cases}(K, K)\Delta t+(K, A)\Delta v+(K, B)\Delta\varphi+(K, C)\Delta\lambda+(K, D)\Delta h=-(K, E),\\ (A, K)\Delta t+(A, A)\Delta v+(A, B)\Delta\varphi+(A, C)\Delta\lambda+(A, D)\Delta h=-(A, E)\\ (B, K)\Delta t+(B, A)\Delta v+(B, B)\Delta\varphi+(BC)\Delta\lambda+(B, D)\Delta h=-(B, E),\\ (C, K)\Delta t+(C, A)\Delta v+(C, B)\Delta\varphi+(C, C)\Delta\lambda+(C, D)\Delta h=-(C, E),\\ (D, K)\Delta t+(D, A)\Delta v+(D, B)\Delta\varphi+(D, C)\Delta\lambda+(D, D)\Delta h=-(D, E).\end{cases}\tag{3}$$

В них скобка означает скалярное произведение двух векторов, где

$$A=\left(\frac{\partial T_1}{\partial v}, \frac{\partial T_2}{\partial v}, \ldots, \frac{\partial T_n}{\partial v}\right),$$
$$B=\left(\frac{\partial T_1}{\partial\varphi}, \frac{\partial T_2}{\partial\varphi}, \ldots, \frac{\partial T_n}{\partial\varphi}\right),$$
$$C=\left(\frac{\partial T_1}{\partial\lambda}, \frac{\partial T_2}{\partial\lambda}, \ldots, \frac{\partial T_n}{\partial\lambda}\right),$$
$$D=\left(\frac{\partial T_1}{\partial h}, \frac{\partial T_2}{\partial h}, \ldots, \frac{\partial T_n}{\partial h}\right),$$
$$E=(T_1-t_0+t_1,\ T_2-t_0+T_2, \ldots, T_n-t_0+t_n),\ K=(1, 1, \ldots, 1).$$

Представим систему (3) в виде линейного операторного уравнения

$$Ax=b,\tag{4}$$

где A—линейный оператор прямого отображения из одного гильбертова пространства в некоторое другое сепарабельное гильбертово пространство. Решение задачи (4) с целью получения значений параметров гипоцентра или эпицентра землетрясения обычно осуществляется с помощью итерационного метода наименьших квадратов ([3-5]). Однако, как показывают вычислительные эксперименты, полученные при этом приближенные значения коэффициентов A и b приводят систему (4) к числу плохо обусловленных, т. е. здесь мы имеем дело с обычной некорректно поставленной задачей геофизики.

Из регуляризующих итерационных процессов решения некорректно поставленных задач хорошими вычислительными свойствами обладает обобщенный модифицированный метод Гаусса—Ньютона [6]:

$$x_{n+1}^{(\alpha)}=x_{n}^{(\alpha)}-(A^{*}A+\lambda_{n}B)^{-1}A^{*}(Ax_{n}^{(\alpha)}-b),$$

где A^{*}—оператор сопряжений к оператору A в смысле

$(Ax, y)=(x, A^{*}y)$, а b—линейный самосопряженный положительно определенный оператор.

Применение регуляризующего итерационного метода Гаусса—Ньютона при решении задачи (4) даст вполне удовлетворительные результаты.

Для оценки точности решения системы (4) вычисляем средние квадратичные ошибки на единицу веса по формулам [1]:

$$P_{\varphi}=\frac{D}{D_{\varphi}},\quad P_{\lambda}=\frac{D}{D_{\lambda}},\quad P_{h}=\frac{D}{D_{h}},\quad P_{v}=\frac{D}{D_{v}},\quad P_{t}=\frac{D}{D_{t}},$$

где D является определителем матрицы A, а D_{φ}, D_{λ}, D_{h}, D_{v}, D_{t} алгебраические дополнения элементов φ, λ, h, v, t определителя D. Средние квадратичные ошибки параметров σ_{φ}, σ_{λ}, σ_{h}, σ_{v}, σ_{t} определяются по формулам:

$$\sigma_{\varphi}=\frac{\sigma_0}{\sqrt{P_{\varphi}}},\quad \sigma_{\lambda}=\frac{\sigma_0}{\sqrt{P_{\lambda}}},\quad \sigma_{h}=\frac{\sigma_0}{\sqrt{P_{h}}},$$

$$\sigma_{v}=\frac{\sigma_0}{\sqrt{P_{v}}},\quad \sigma_{t}=\frac{\sigma_0}{\sqrt{P_{t}}},$$

$$\sigma_0=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}[T_i(X)+t_0-t_i]^2}{n-N}},$$

где N—число определяемых параметров.

На каждом шаге итерации, для каждой сейсмической станции вычисляются значения невязки $\Delta t_i=|T_i(X)+t_0-t_i|$ и проверяется условие

$$\Delta t_i\leqslant 3P_t. \tag{6}$$

Если условие (6) не выполняется, то соответствующей станции присваивается нулевой вес и задача решается заново. Процесс повторяется до тех пор, пока невязки всех станций не будут удовлетворять условию (6), что дает возможность избежать допустимых грубых погрешностей инструментальных измерений.

При небольшом количестве станций, зарегистрировавших землетрясения, желательно установить доверительные интервалы определяющих величин, основываясь на распределении Стьюдента; для заданной доверительной вероятности при этом по таблице Стьюдента—Фишера определяются значения $t_{\alpha,n-N}$ и находятся доверительные интервалы по формулам [7]:

$$\varphi\pm t_{\alpha,\,n-N}\sigma_{\varphi},\quad \lambda\pm t_{\alpha,\,n-N}\sigma_{\lambda},\quad h\pm t_{\alpha,\,n-N}\sigma_{h},$$

$$v\pm t_{\alpha,\,n-N}\sigma_{v},\quad t\pm t_{\alpha,\,n-N}\sigma_{t}.$$

Предлагаемый авторами алгоритм позволяет определить не только основные параметры землетрясений, но и обработать исходные данные в различных вариантах, используя разные годографы и совокупности объемных волн, указать оптимальный состав сейсмических станций, оценить влияние отдельной станции на конечный результат.

Контрольные расчеты, а также обработка данных ряда землетрясений, зарегистрированных на территории Армянской ССР, показали высокую работоспособность алгоритма.

Институт геофизики и инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Ա. Մ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Ա. Դ. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ

Երկրաշարժի կոորդինատների, օջախի ժամանակի և սեյսմիկ ալիքների արագությունների որոշման մեթոդ

Ստացված են արդյունքներ, որոնք հնարավորություն են տալիս ԷՀՄ-ի միջոցով որոշելու երկրաշարժի հիմնական պարամետրերը։ Տվյալ խնդրի մաթեմատիկական մոդելը համապատասխանում է ոչ գծային հավասարումների համակարգի, որի լուծումը, կիրառելով գծայնացման եղանակը, բերվում է գծային հավասարումների համակարգի լուծմանը։

Քանի որ նշված հավասարումների համակարգը պատկանում է վատ ապահովված համակարգերի դասին, ապա մենք գործ ենք ունենում երկրաֆիզիկայի ոչ կոռեկտ դրված խնդրի հետ, որի լուծման ընթացքում օգտագործվում է Գաուս—Նյուտոնի ընդհանրացված մոդիֆիկացված ռեգուլյարիզացիայի մեթոդը։ Այս մոտեցումով ստացված արդյունքների համար կատարվում է սխալի գնահատում, որը շատ կարևոր նշանակություն ունի կիրառական խնդիրների լուծման համար։ Մշակվող երկրաշարժերի համար, սխալների գնահատման միջոցով, կատարվում է սեյսմիկ կայանների լավագույն դասավորության ընտրություն։ Մշակված ալգորիթմը հնարավորություն է տալիս ոչ միայն որոշել երկրաշարժի հիմնական պարամետրերը, այլև օգտագործել տարբեր հոդոգրաֆներ, կատարել դիտարկված արդյունքների բազմաձև մշակումներ։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Б. М. Щеголев.* Математическая обработка наблюдений, Физматгиз, М., 1969. [2] *В. В. Воеводин,* Линейная алгебра, Наука, М., 1974. [3] *О. К. Омельченко, А. Г. Филина, Т. Я. Благовидова и др.,* Алгоритм и практика определения параметров гипоцентров землетрясений на ЭВМ, Наука, М., 1983. [4] *Ю. Л. Вартанова, Т. С. Желанкина, Кейлис-Борок и др.,* Вычислительная сейсмология, Наука, М., вып. 1, 1966. [5] *E. A. Flinn,* Bull. Seis. Soc. Amer., v. 50, № 3 (1960). [6] *В. И. Старотенко, С. М. Оганесян,* Изв. АН СССР, Физика Земли, № 5, 1977. [7] *В. И. Романовский,* Основные задачи теории ошибок, М.—Л., 1974.