ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Том 88 1989 №3

УДК 519.681

МАТЕМАТИКА

А. А. Саркисян

О проблеме построения полной системы примеров для одного класса простых программ

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 2/XII 1988)

В работах ([1-6]) для ряда классов программ исследована проблема построения полной системы примеров (ПСП), т. е. такой системы примеров, на которой программа проходит все свои ветви. В настоящей работе рассматривается новый класс простых программ, для которого доказывается разрешимость проблемы построения ПСП. Одновременно определяется его расположение в иерархии простых программ ([7]). Все используемые, но не определяемые здесь понятия приведены в ([1,6,7]).

Обозначим AL_2 следующую систему команд:

(1). $z_i \leftarrow z_j$ ($z_i \leftarrow C$). Содержимое счетчика z_j (константа C) записывается в счетчик z_i.

(2). $z_i \leftarrow z_i + 1$ ($z_i \leftarrow z_i - 1$). Содержимое счетчика z_i увеличивается (уменьшается) на единицу.

(3). *do forever ... end.* Циклическое выполнение группы команд между *do forever* и *end*.

(4). *exit.* Выполнение программы завершается.

(5) *if* $z_i \ni z_j(C)$ *then goto* l_1 *else goto* l_2, $\ni \in \{>, <\}$. Содержимое счетчика z_i сравнивается с содержимым счетчика z_j (константой C). При выполнении условия $\ni$ переход осуществляется на команду с меткой l_1; в противном случае переход осуществляется на команду с меткой l_2.

(6). *if* $z_i \leftarrow X_j R$ ($z_i \leftarrow X_j L$) *then goto* l_1 *else goto* l_2. Содержимое обозреваемой ячейки ленты X_j записывается в счетчик z_i. Если обозреваемая ячейка ленты содержит целое число, то переход осуществляется на команду с меткой l_1 и головка ленты после считывания сдвигается на одну ячейку вправо (влево); если же обозреваемая ячейка ленты пустая, то сдвига головки не происходит, а переход осуществляется на команду с меткой l_2.

(7). $X_i \leftarrow z_j$. Содержимое счетчика z_j записывается в обозреваемую ячейку ленты X_i.

AL_2-программой называется любое непустое множество команд (1)–(7) со следующими ограничениями:

(а) вложенные циклы *do forever ... end* запрещены;

(б) команды с метками l_1 и l_2 расположены после команды *if ... then goto ... else goto ...* и хотя бы одна из них не принадлежит циклу *do forever ... end*.

Теорема 1. *Проблема построения ПСП разрешима в классе AL_2-программ.*

Доказательство. Аналогично (*) введем понятия преобразования счетчика z_l при выполнении пути $\alpha - r_\alpha^l(z_l)$ и условия реализуемости пути $\alpha - R_\alpha(z_l)$.

Каждую AL_2-программу P представим в виде конечного множества путей, имеющих вид $\alpha_1^{k_1}\alpha_2^{k_2}\ldots\alpha_m^{k_m}$, где k_i — количество прохождений участка пути α_i. Условие реализуемости такого пути имеет вид:

$$R_{\alpha_1^{k_1}\ldots\alpha_m^{k_m}}(z_1,\ldots,z_l) = R_{\alpha_1^{k_1}}(z_1,\ldots,z_l)\,\&$$

$$\&\ R_{\alpha_2^{k_2}}(r^1_{\alpha_1^{k_1}}(z_1,\ldots,z_l),\ldots,r^l_{\alpha_1^{k_1}}(z_1,\ldots,z_l))\,\&\ \ldots\ \&$$

$$\&\ R_{\alpha_m^{k_m}}(r^1_{\alpha_{m-1}^{k_{m-1}}}(r^1_{\alpha_{m-2}^{k_{m-2}}}(\ldots r^1_{\alpha_1^{k_1}}(z_1,\ldots,z_l)\ldots)),\ldots,$$

$$r^l_{\alpha_{m-1}^{k_{m-1}}}(r^l_{\alpha_{m-2}^{k_{m-2}}}(\ldots r^l_{\alpha_1^{k_1}}(z_1,\ldots,z_l)\ldots)).$$

Исследуем отдельную компоненту $R_{\alpha_i^{k_i}}$ этого тождества.

1. В цикле $\alpha_i^{k_i}$ нет команд работы с лентами.

   В этом случае условие реализуемости $R_{\alpha_i^{k_i}}(z_l)$ представляет собой множество линейных неравенств, сводимое к конечному посредством следующего правила монотонности:

$(z\sigma C)\&(z+M\sigma C)\to\forall m\in[0,M](z+m\sigma C)$, $\sigma\in\{>,\geq,<,\leq\}$.

2. В цикле $\alpha_i^{k_i}$ присутствуют команды работы с лентами.

   В этом случае каждую ленту можно представить в виде конечного числа монотонно изменяющихся (возрастающих или убывающих) или произвольных множеств. Если работа в цикле ведется с монотонно изменяющимися значениями, то количество линейных неравенств в условии реализуемости $R_{\alpha_i^{k_i}}(z_l)$ ограничивается аналогично 1. Если же работа в цикле ведется с произвольными значениями, то из группы неравенств в условии реализуемости $R_{\alpha_i^{k_i}}(z_l)$, связанных с данной лентой, оставляется только одно с условием, что результат решения его записывается сразу в несколько ячеек ленты.

Систему команд AL_1 дополним командами работы с новыми структурами данных — магазинами (M), очередями (Q), таблицами (T):

(8). $z_i\leftarrow M_j$ ($z_i\leftarrow Q_j$). В счетчик z_i заносится элемент, вытолкнутый из магазина M_j (очереди Q_j).

(9). $M_i\leftarrow z_j$($Q_i\leftarrow z_j$). Содержимое счетчика z_j вталкивается (добавляется) в магазин M_i(очередь Q_i).

(10). *if EMPTY* M_i (*EMPTY* Q_i) *then goto* l_1 *else goto* l_2. Магазин M_i (очередь Q_i) проверяется на пустоту. Если магазин (очередь) пуст, переход осуществляется на команду с меткой l_1; в противном случае переход осуществляется на команду с меткой l_2.

(11). *if FINDEX* (T_i, z_j) *then goto* l_1 *else goto* l_2. Поиск по таблице T_i значения счетчика z_j. Если значение найдено, указатель таблицы устанавливается на соответствующую ячейку таблицы, а переход осуществляется на команду с меткой l_1; в противном случае положение указателя не меняется, переход осуществляется на команду с меткой l_2.

(12) *if FINDNEX* (T_i, z_j) *then goto* l_1 *else goto* l_2. Поиск по таблице T_i значения счетчика z_j. Если значение найдено, положение указателя не меняется, а переход осуществляется на команду с меткой l_2; в противном случае указатель таблицы устанавливается на первую свободную ячейку таблицы, а переход осуществляется на команду с меткой l_1.

(13). $z_i - T_j$. Содержимое обозреваемой ячейки таблицы T_j заносится в счетчик z_i.

(14). $T_i - z_j$. Содержимое счетчика z_j заносится в обозреваемую ячейку таблицы T_i.

(15). *DELETE* (T_i). Обозреваемая ячейка удаляется из таблицы T_i.

AL_2^*-программой называется любое непустое множество команд (1)–(15) с ограничениями (а) и (б).

Теорема 2. *Проблема построения ПСП разрешима в классе* AL_2^*-*программ.*

Справедливость этого утверждения следует из того, что очереди и магазины, аналогично лентам, представляются в виде конечного числа монотонно изменяющихся или произвольных множеств. В случае же с таблицами работа фактически ведется со счетчиками z_j.

Система команд AL_2^* особенно удобна для описания модулей подсистемы ввода-вывода малой ЭВМ.

Вычислительная мощность AL_2-программ «выше» мощности XL-программ: функция

$$f(0, \underbrace{1, 1, \ldots, 1}_{m_1 \text{ раз}}, 0, \underbrace{1, 1, \ldots, 1}_{m_2 \text{ раз}}, 0) = \begin{cases} 0, & \text{если } m_1 = m_2 \\ 1, & \text{если } m_1 \neq m_2 \end{cases}$$

вычислима AL_2-программой, но не вычислима XL-программой ([1]).

Ереванский научно-исследовательский институт
математических машин

Ա. Հ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Պարզ ծրագրերի մի դասի համար օրինակելի լրիվ համակարգ կառուցելու պրոբլեմը

Հոդվածում հետազոտված է օրինակելի լրիվ համակարգ կառուցելու խնդիրը պարզ ծրագրերի մի դասի համար։ Ապացուցվում է նշված խնդրի լուծելիությունը AL_2 *—ծրագրերի դասակարգում, որը պարունակում է երկկողմանի հաշվիչների և ժապավենների հետ աշխատելու հրամաններ։ Ապացուցվում է նաև նույն խնդրի լուծելիությունը* AL_2^* *—ծրագրերի դասակար-*

գում, որը լայնացված է տվյալների նոր տիպերով և նրանց հետ աշխատանքի հրամաններով։ Այս տվյալների տիպերը և հրամանները հարմար են օպերացիոն համակարգի ծրագրերի նկարագրման համար։ Ապացուցված է AL —ծրագրերի տեղը պարզ ծրագրերի հիերարխիայում։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Я. М. Бараинь, Я. Я. Бичевский, А. А. Калниньш*, Уч. зап. Латв. гос. ун-та, т. 210, с. 152 (1974). [2] *А. А. Калниньш, Я. Я. Бичевский, Я. М. Барздинь*, Уч. зап. Латв. гос. ун-та, т. 210, с. 188 (1974). [3] *Я. М. Барздинь, А. А. Калниньш*, Уч. зап. Латв. гос. ун-та, т. 233, с. 123 (1975). [4] *А. И. Аузиньш*, Программирование, № 3, с. 3 (1984). [5] *А. И. Аузиньш*, ДАН СССР, т. 278, № 3, с. 564 (1984). [6] *А. Г. Тадевосян*, Кибернетика, № 6, с. 41 (1985). [7] *E. M. Gurary*, J. ACM, v. 32, № 2, p. 461 (Apr. 1985).