

УДК 593.12.14

ФИЗИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР В. А. Джрбашян

Сохранение полного момента при атомных и ядерных переходах с испусканием фотона

(Представлено 15/II 1988)

Трудности в понимании полных угловых моментов, испытываемые традиционной теорией, особенно наглядно проявляются при рассмотрении переходов между вращательными уровнями в четно-четных ядрах. Энергетические спектры большого числа таких ядер содержат уровни с  $I_{\pi} = 0+, 2+, 4+, \dots$  (1). Например, при возбуждении ядер  ${}_{72}\text{Ni}^{180}$  нейтронами наблюдалась (2) схематическая картина, изображенная на рисунке. Энергии возбужденных уровней ядра найдены измерением энергий фотонов, испускаемых при девозбуждении ядра, а для определения квантовых чисел квадрата момента измерялись также угловые корреляции фотонов. В качестве  $\gamma$ -спектрометра и детектора при определении направления фотона использовался кристалл  $\text{NaI}$ .

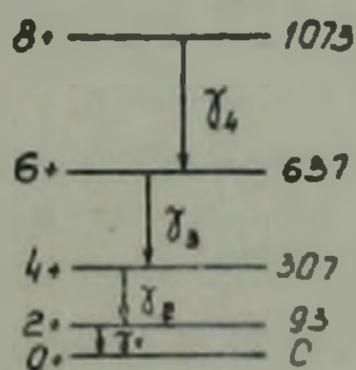


Схема вращательных уровней ядра  ${}_{72}\text{Ni}^{180}$ . Слева приведены квантовые числа квадрата момента и четность, справа—энергии в кэВ

Из схемы следует, что эти уровни являются вращательными, т. е. описываются формулой.

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2J} I(I+1), \quad (1)$$

где  $J$ —момент инерции ядра, одинаковый для всех уровней.

Эксперимент	Теория
$E_{7+} : E_{1+} \approx 2,30$	$7 : 3 \approx 2,33$
$E_{5+} : E_{1+} \approx 1,54$	$11 : 7 \approx 1,57$
$E_{3+} : E_{1+} \approx 1,34$	$15 : 11 \approx 1,36$

Поскольку энергии и углы, определяющие направления испускаемых фотонов, измерены, свободные фотоны имеют определенный импульс  $k$ . Они описываются компонентами вектора-потенциала, которые

являются собственной функцией оператора импульса. Определенным моментом обладают циклические компоненты

$$A_q = e_q c \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{V\nu}} e^{ikr/\hbar} \quad (q=0, \pm 1), \quad (2)$$

где 
$$e_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (e_x \pm ie_y), \quad e_0 = e_z \quad (3)$$

— компоненты вектора поляризации.

По определению (14) оператора спина фотона  $\hat{s}^\Phi$ , обуславливающего оператор поворота компонент он поляризации, имеет место

$$\hat{s}_z^\Phi e_q = \hbar \sqrt{2} \langle 1q, 1\sigma | 1q + \sigma \rangle e_{q+\sigma}, \quad (\sigma=0, \pm 1). \quad (4)$$

Т. е. оператор  $\hat{s}_z^\Phi$  удовлетворяет теореме Вигнера-Эккарта для спинов, с квантовым числом квадрата, равным единице. При этом в качестве спиновых функций выступают циклические компоненты поляризации  $e_q$ .

Мы уже установили (5), что плоская волна удовлетворяет соотношению

$$(\hat{L}_z^r + \hat{L}_z^k) e^{ikr/\hbar} = 0 \quad (\sigma=0, \pm 1), \quad (6)$$

где орбитальные операторы

$$\hat{L}^r = -i\hbar [r \nabla_r] \quad (6a)$$

и 
$$\hat{L}^k = -i\hbar [k \nabla_k] \quad (7)$$

связаны с вращением компонентов радиус-вектора  $r$  и импульса  $k$ , соответственно. Принимая во внимание также (4) и вводя оператор полного момента свободного фотона

$$\hat{J}^\Phi = \hat{L}^r + \hat{L}^k + \hat{s}^\Phi, \quad (8)$$

получаем 
$$\hat{J}^\Phi A_q = \hbar^2 J(J+1) A_q, \quad (9)$$

$$\hat{J}_z^\Phi A_q = \hbar q A_q. \quad (10)$$

Здесь квантовое число квадрата полного момента  $J = s_q = 1$ . Таким образом вектор-потенциал, описывающий фотон, удовлетворяет уравнениям того же вида, что и волновая функция свободного электрона (5-7) или электрона в центрально-симметричном поле (8), но с другими квантовыми числами полного момента.

При повороте на угол  $\varphi$  вокруг оси  $z$  компоненты вектора-потенциала в новой системе  $A'_q$  получатся от исходных  $A_q$  с помощью оператора поворота  $\hat{R}_z^\Phi$

$$A'_q = \hat{R}_z^\Phi A_q = e^{i\varphi \hat{J}_z^\Phi / \hbar} A_q = e^{iq\varphi} A_q. \quad (11)$$

Мы пришли к заключению, что свободные вдали от ядра фотоны с измеренными, т. е. определенными, импульсами, не могут иметь квантового числа квадрата момента, отличного от единицы. Этот факт никак не оспаривается. Никем не оспаривается также утверждение, что при ядерных и атомных переходах должен иметь место закон сохра-

нения момента. В частности, квантовое число  $l$  квадрата момента, уносимого, по выражению Ферми <sup>(9)</sup>, фотоном, должно удовлетворять соотношению

$$|I_i - I_f| \leq l \leq I_i + I_f. \quad (12)$$

Поскольку, согласно сказанному выше, принимается, что для фотонов с измеренными импульсами  $l=1$ , а из упомянутого эксперимента с  ${}_{72}^{180}\text{Hf}$  следует, что  $I_i - I_f = 2$ , то соотношение (12), вытекающее из закона сохранения, не удовлетворяется. Установлено, что упомянутые переходы являются электрическими квадрупольными. Нельзя преодолеть возникающее затруднение в рамках традиционной теории. Ссылка на то, что свободные фотоны могут находиться как в состояниях с определенным импульсом и поляризацией, так и состояниях с определенным моментом (отличным от единицы) и четностью, не выдерживает критики. Состояния этих двух типов взаимоисключающие. Свободные частицы в состояниях с определенным моментом в традиционном понимании никем еще не обнаружены. Наблюдение свободных частиц с произвольным определенным импульсом исключает эти состояния также для фотонов.

Таким образом возникает дилемма. Либо мы должны принять, что не существует закона сохранения момента при излучениях, либо существует недопонимание в вопросе о том, что такое угловой момент.

Ранее мы обратили внимание на то, что такое недопонимание существует в традиционной теории при определении полного момента частицы в центрально-симметричном поле <sup>(8)</sup> и свободной частицы <sup>(5-7)</sup>. Была предложена возможность преодоления затруднений. Под физическими величинами в квантовой механике понимают собственные значения операторов, действующих на волновые функции. Сохранение квадрата и проекции полного момента как собственных значений операторов, полученных из вращательной симметрии пространства, имеет место как для частиц в центрально-симметричном поле, так и для свободных частиц. Это позволяет ожидать, что при использовании указанных правильных операторов величины квадрата и проекции полного момента будут сохраняться также при атомных и ядерных переходах.

Волновая функция  $\Psi$  системы, состоящей из атома или ядра, взаимодействующего с излучением, дается решением волнового уравнения <sup>(10)</sup>

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (H_0 + H_{\text{изл}} + H_{\text{вз}})\Psi, \quad (13)$$

где  $H_0$  — гамильтониан атома или ядра,  $H_{\text{изл}}$  — гамильтониан поля излучения в формализме вторичного квантования

$$H_0 \psi_{EJM} = E \psi_{EJM}, \quad H_{\text{изл}} \Phi(N_{kq}) = \sum_{k'q'} c_{k'q'}^* c_{kq} \cdot \hbar \nu' \Phi(N_{kq}) = N_{kq} \hbar \nu \Phi(N_{kq}).$$

Гамильтониан взаимодействия атома или ядра с полем излучения  $H_{\text{вз}}$  имеет отличные от нуля матричные элементы, если числа фотонов в начальном и конечном состояниях отличаются на единицу.

В нашем случае, когда рассматривается лишь переход  $i \rightarrow j$  (не

рассматриваются последовательные переходы), Вайскопфом и Вигнером показано ( $10^{-12}$ ), что решением (13) является

$$\Psi = b_i \psi_{E_i j_i M_i} \Phi(0_{k\lambda}) + \sum_{M_j, \lambda} b_j \langle E_i j_i M_i, 1_{k\lambda} | H_{\text{вз}} | E_j j_j M_j, 0_{k\lambda} \rangle \psi_{E_j j_j M_j} \Phi(1_{k\lambda}). \quad (14)$$

Здесь

$$b_i = e^{-(\Gamma_i/2 + iE_i/\hbar)t}, \quad b_j = \frac{1}{E_i - E_j - \hbar\nu - i\hbar\Gamma_i/2} | e^{-(\Gamma_i/2 + iE_i/\hbar)t} - e^{-(E_j + \hbar\nu)t/\hbar} |.$$

При строгом рассмотрении атомных переходов в качестве оператора энергии взаимодействия следует пользоваться выражением, вытекающим из уравнения Дирака

$$H_{\text{вз}} = -ie\gamma_\lambda (\gamma A + \gamma_4 A_4) = -ie\gamma_\lambda \left| \sum_{q=0, \pm 1} (-1)^q \gamma_{-q} A_q + \gamma_4 A_4 \right|, \quad (15)$$

где  $\lambda$  — компонент оператора четырехмерного потенциала в формализме вторичного квантования

$$A_\lambda = c \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{V}} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\sqrt{V}} (c_{k\lambda} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}/\hbar} + c_{k\lambda}^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}/\hbar}) e_\lambda \quad (16)$$

При  $j = 0, \pm 1$  компоненты поляризации  $e_\lambda$  совпадают с  $e_q$  формулы (2),  $e_3 = i$ .

Используя уравнение Дирака и условие Лоренца, вклад компоненты  $\lambda = 4$  в волновой функции (14) можно выразить через остальные компоненты. Это приводит к замене  $H_{\text{вз}}$  на  $H'_{\text{вз}}$  и вероятности испускания лишь поперечно поляризованных фотонов.

Рассмотрение излучения по своему характеру задача нерелятивистская. В этом приближении из уравнения Дирака получается, что биспиноры  $\Psi_{E_j}$  заменяются на спиноры  $\psi_{E_j M_j}$ , а матричный элемент  $\langle E_i j_i M_i, 1_{kq} | H_{\text{вз}} | E_j j_j M_j, 0_{kq} \rangle$  — на матричный элемент, следующий из уравнения Паули, т. е. на выражение, являющееся частным случаем предыдущего в нерелятивистском смысле. Однако если в нем величины, касающиеся электрона (волновую функцию, массу, заряд, магнитный момент), заменить соответствующими величинами, согласно уравнению Паули, оно будет применимо для произвольной частицы с конечной массой. Согласно Ферми (<sup>9</sup>), этот матричный элемент может быть использован также при рассмотрении ядерных переходов.

Покажем, что применение упомянутых выше правильных операторов момента позволяет доказать сохранение полного момента при атомных и ядерных переходах.

Этот закон заключается в том, что волновая функция системы (14), кроме волнового уравнения (13), удовлетворяет также уравнениям

$$\hat{J}_{\text{сист}}^2 \Psi = \hbar^2 j_i(j_i + 1) \Psi, \quad \hat{J}_z^{\text{сист}} \Psi = \hbar M_i \Psi, \quad (17)$$

где оператор полного момента системы

$$\hat{J}_{\text{сист}} = \sum_{\sigma=0, \pm 1} (-1)^{2\xi_{-\sigma}} \hat{J}_\sigma^{\text{сист}}, \quad (18)$$

$$\hat{J}_{\text{сист}} = \hat{L}'_z + \hat{S}_z + \sum_{k'q} c_{k'q}^+ c_{k'q} L_z^{k'} + \sum_{k'q} c_{k'q}^+ c_{k'q} +_z c_{k'q} \hat{S}_z^{\Phi}.$$

Здесь  $\hat{\xi}_{\pm 1}$  — циклические единичные векторы  $\hat{\xi}_{\pm 1} = \pm(\hat{i} \pm i\hat{j})/\sqrt{2}$ ,  $\hat{\xi}_0 = \hat{k}$ ,  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$ ,  $\hat{k}$  — единичные векторы, направленные вдоль осей координат.

Выражение (18) фактически представляет собой сумму соответствующих выражений связанного электрона, для которого  $\hat{L}^e$  не дает вклада (6), (или ядра) и фотонов. Оператор  $\hat{L}'$  не повторяется, по причине того, что имеет дифференциальный характер и что электрон (ядро) и фотон взаимодействуют в одних и тех же точках  $r$ . Справедливость уравнений (17) для первого члена волновой функции системы (14) очевидна. Оператор (18) не действует на коэффициенты  $b_i$  и  $b_f$ .  $|b_i|^2$  равняется вероятности остаться в начальном состоянии системы в промежутке времени  $[0; t]$ . Вторая часть волновой функции (14) описывает переход системы с начального состояния в конечные с испусканием фотона. Квадрат модуля коэффициента при  $\Psi_{E_f J_f M_f} \Phi(1_{kq})$  равен вероятности перехода в данное конечное состояние в том же промежутке времени  $[0; t]$ . Используя (15) и (16) для части волновой функции, относящейся к переходу, получим

$$\begin{aligned} & \sum_{M_f q k} b_f \langle E_f J_f M_f, 1_{kq} | H_{\text{вз}} | E_i J_i M_i, 0_{kq} \rangle \Psi_{E_f J_f M_f} \Phi(1_{kq}) = \\ & = \sum_{L l k} b_f F(Ll) \sum_{M_f M_i} \langle J_f M_f, LM | J_i M_i \rangle \Psi_{E_f J_f M_f} \langle l m, s^{\Phi} q | l M \rangle Y_{lm}(\vartheta_k, \varphi_k) e_q \Phi(1_{kq}). \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь функция  $F(l, l)$  выражается через произведения 9- $l$ , 6- $l$ , 3- $l$  символов Вигнера и радиальных интегралов. Не приводя конкретного вида этой функции, отметим лишь, что благодаря ее свойству выражение (19) представляется как сумма двух членов, соответствующих электрическому и магнитному переходам. Выражение под знаком второй суммы является двойным рядом Клебша—Гордана. Таким же образом представляется выражение, полученное из уравнения Паули. Оно имеет более простой вид

$$\begin{aligned} & \sum_{M_f q k} b_f \langle E_f J_f M_f, 1_{kq} | H_{\text{вз}} | E_i J_i M_i, 0_{kq} \rangle \Psi_{E_f J_f M_f} \Phi(1_{kq}) = \\ & = -2\pi c \sum_{L l k} b_f \sqrt{\frac{2\hbar}{V\omega}} (-i)^l \left(\frac{v}{c}\right)^L \sqrt{\frac{L+1}{L(2L+1)}} \frac{1}{(2L-1)!!} \sum_{\lambda=0,1} \langle I_i || Q_L^{(\lambda)} || I_f \rangle^* \times \\ & \quad \times \sum_{M_f M} \langle I_i M_i, LM | I_f M_f \rangle \Psi_{E_f J_f M_f} Y_{L\lambda M}^{(\lambda)}(\vartheta_k, \varphi_k). \end{aligned} \quad (20)$$

где  $\langle I_i || Q_L^{(\lambda)} || I_f \rangle$  — приведенный матричный элемент  $2^L$ -польного электрического (при  $\lambda=1$ ) и магнитного (при  $\lambda=0$ ) момента, а  $Y_{L\lambda M}^{(\lambda)}(\vartheta_k, \varphi_k)$  — соответствующая векторная шаровая функция с компонентом вектора  $e_q \Phi(1_{kq})$ . Из (20) следуют как известные вероятности для указанных переходов (4), так и вероятность смешанного перехода.

Воздействуя оператором  $\hat{J}_{\text{сист}}$  на выражение (19), учитывая уравнения

$$\hat{S}_z^{\Phi} e_q = \hbar q e_q, \quad \hat{L}_z^k Y_{lm}(\vartheta_k, \varphi_k) = \hbar m Y_{lm}(\vartheta_k, \varphi_k), \quad (\hat{L}'_z + \hat{S}_z) \Psi_{E_f J_f M_f} = \hbar M_f \Psi_{E_f J_f M_f} \quad (21)$$

и свойства коэффициентов векторного сложения, получаем то же выражение (19), умноженное на  $\hbar M_i$ , т. е. второе из уравнений (17) имеет место. При этом

$$\hbar M_i = \hbar(M_i + M), \quad \text{где} \quad \hbar M = \hbar(m + q). \quad (22)$$

Если вместо оператора  $\hat{J}_z^{\text{сист}}$  воздействовать общим циклическим компонентом  $\hat{J}_\sigma^{\text{сист}}$  ( $\sigma = 0, \pm 1$ ), получим выражения, частными случаями которых (при  $\sigma = 0$ ) являются (22). Согласно теории углового момента (<sup>13</sup>) эти выражения можно представить в векторном виде

$$\hat{J}_i = \hat{J}_j + L, \quad \text{где} \quad L = l + s^\Phi. \quad (23)$$

Из упомянутых выражений получается также первое из уравнений (17). Таким образом ясно, что закон сохранения полного момента имеет место благодаря тому, что оператор (18) содержит как оператор  $\hat{L}^r$ , действующий на углы  $\vartheta_r \varphi_r$  радиус-вектора, так и оператор  $\hat{L}^k$ , действующий на углы  $\vartheta_k \varphi_k$  импульса фотона.

В векторных равенствах (23)  $L$  — момент, который теряет атом или ядро при испускании фотона. Часть этого момента  $s^\Phi$  расходуется на спин фотона, а другая часть  $l$  — на создание анизотропии в распределении излучения. Последняя возникает благодаря взаимодействию фотона со связанным электроном или ядром, вследствие чего излучение может быть недипольным. Т. е. квантовое число  $l$ , удовлетворяющее равенству

$$\begin{aligned} (L^k + s^\Phi)^2 Y_{l m} &= \hbar^2 l(l+1) Y_{l m}, \quad \text{где} \quad Y_{l m} = \\ &= \sum_{m' q} \langle l m, s^\Phi q | L M \rangle Y_{l m'}(\vartheta_k \varphi_k) e_q \Phi(l k q), \end{aligned} \quad (24)$$

может быть больше единицы. Из свойства коэффициентов векторного сложения и векторных шаровых функций, входящих в (19) и (20), следует, что  $l$  удовлетворяет соотношению (12) и не может быть меньше единицы. Т. е. объяснение результата опыта с  ${}_{72}\text{Hf}^{180}$ , приведенного вначале, состоит в том, что момент начального уровня ядра  $I_i$  расходуется на момент конечного состояния  $I_f$ , спин фотона  $s^\Phi$  и на то, что вероятность излучения оказывается зависящей от направления испускания фотона (<sup>14</sup>). Собственной функцией проекции и квадрата этой части момента является  $Y_{l m}(\vartheta_k \varphi_k)$ . Для нее имеет место второе из уравнений (21) и

$$\hat{L}^k Y_{l m}(\vartheta_k \varphi_k) = \hbar^2 l(l+1) Y_{l m}(\vartheta_k \varphi_k). \quad (25)$$

При отсутствии оператора  $\hat{L}^k$  в уравнениях (17) в суммах (19) и (20) остался бы лишь член с  $l = m = 0$ . Это противоречит как известной теории излучения, так и многочисленным экспериментам. В частности, в эксперименте с  ${}_{72}\text{Hf}^{180}$  переходы с наблюдаемыми испусканиями фотонов были бы запрещены, потому что из свойств коэффи-

ценентов векторного сложения следует соотношение  $|I_1 - I_2| \leq I_1 + I_2$ . Кроме того, из-за  $Y_{00}(i\theta, \varphi) = 1/\sqrt{4\pi}$  излучение всегда должно было быть изотропным, что противоречит, в частности, известному эксперименту Ву (16).

Бюраканская астрофизическая обсерватория  
Ереванский физический институт

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ րդրակից անդամ Վ. Ն. ԶՐԲԱՇՅԱՆ

Լրիվ մոմենտի պահպանումը ֆոտոնի արձակմամբ ատոմային  
և միջուկային անցումների ժամանակ

Ցույց է տրված, որ ազատ ֆոտոնը ունի լրիվ մոմենտ, որի բառակուսու բվանտային թիվը հավասար է 1-ի: Ատոմների և միջուկների ճառագայթման ժամանակ լրիվ մոմենտի պահպանությունը (17) ապացուցվում է միայն համակարգի օպերատորի ճիշտ ընտրության դեպքում (18): Վերջինիս համար որպես հիմք է ծառայել հեղինակի նախորդ աշխատանքներում գտնված, տարածության իզոտրոպությունից բխող մասնիկի լրիվ մոմենտի օպերատորը: Բազմաթիվ փորձերի արդյունքների բացատրությունը կայանում է նրանում, որ ֆոտոնի արձակման ժամանակ ատոմի կամ միջուկի կորցրած մոմենտի մի մասը ծախսվում է ֆոտոնի սպինի վրա, իսկ մնացածը՝ ճառագայթման բաշխման մեջ անիզոտրոպիա ստեղծելու վրա:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- <sup>1</sup> О. Бор, Б. Моттельсон, Структура атомного ядра, т. 2, Мир, М., 1977. <sup>2</sup> J. Mitchell, G. Sharff-Goldhaber, M. McKeown, Phys. Rev., v. 91 (1954). <sup>3</sup> М. Роуз, Поля мультиполей, ИЛ, М., 1957. <sup>4</sup> А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, Квантовая электродинамика, Наука, М., 1969. <sup>5</sup> В. А. Джрбашян, ДАН СССР, т. 254, № 5 (1980). <sup>6</sup> В. А. Джрбашян, Изв. АН АрмССР, Физика, т. 16, № 1 (1981). <sup>7</sup> В. А. Джрбашян, ДАН АрмССР, т. 80, № 3 (1985). <sup>8</sup> В. А. Джрбашян, ДАН АрмССР, т. 82, № 2 (1986). <sup>9</sup> Э. Ферми, Ядерная физика, ИЛ, М., 1951. <sup>10</sup> В. Гайтлер, Квантовая теория излучения, ИЛ, М., 1966. <sup>11</sup> V. Weisskopf, E. Wigner, Zeit. f. Phys., v. 63 (1930). <sup>12</sup> В. А. Джрбашян, Канд. дис. М., 1957. <sup>13</sup> А. Эдмондс, в сб.: Деформация атомных ядер, ИЛ, 1958. <sup>14</sup> C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward e. a., Phys. Rev., v. 105 (1957).