ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXXVI 1988 5

УДК 539.3

МЕХАНИКА

В. В. Акопян

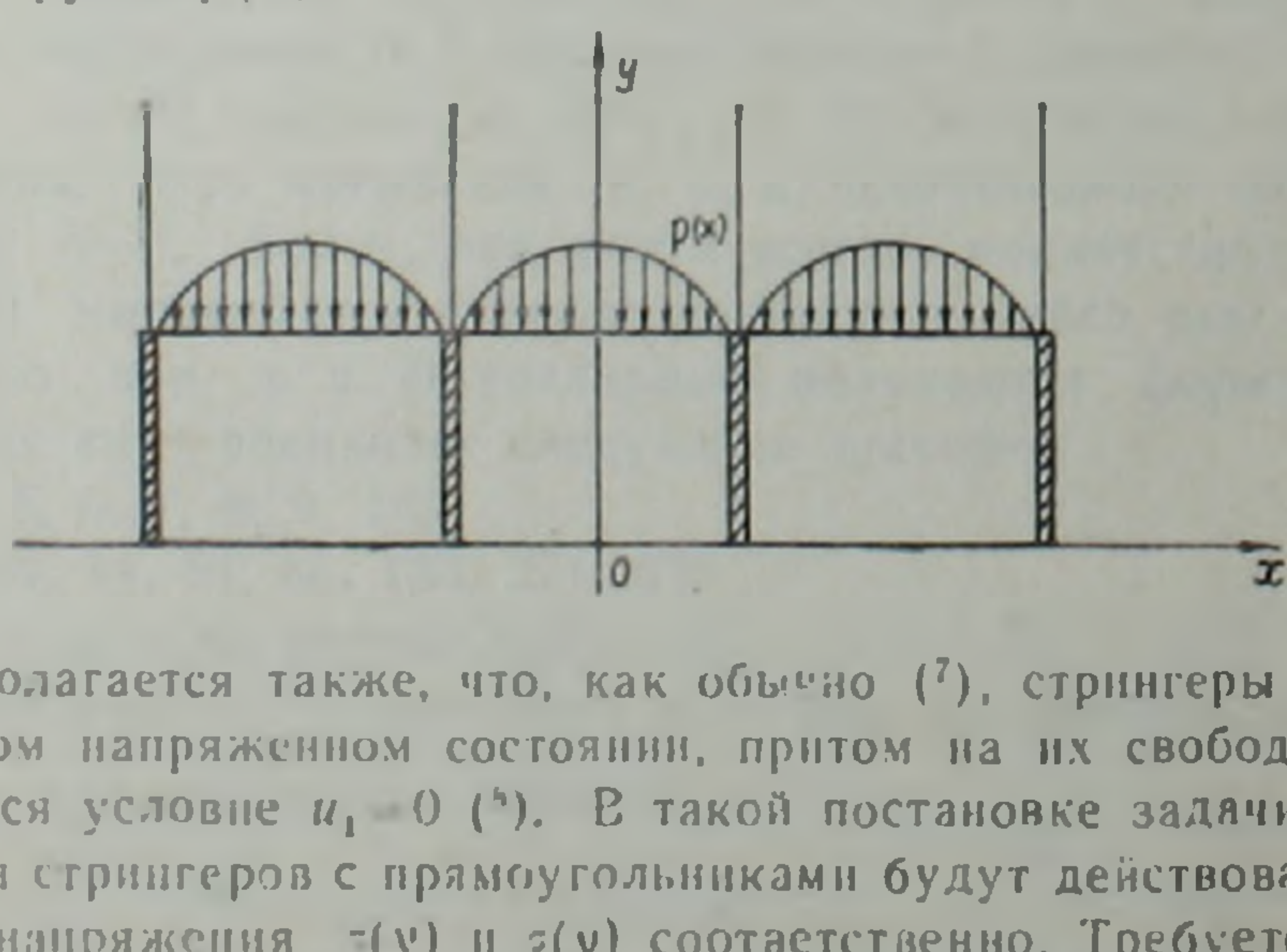
О периодической задаче контактного взаимодействия прямоугольников со стрингерами

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 12/I 1988)

Результаты многочисленных исследований по задачам контактного взаимодействия тонкостенных элементов в виде стрингеров с массивными деформируемыми телами, обычно связанные с практическими вопросами передачи нагрузок, отражены в ([1, 2]). При этом массивные тела моделируются в форме различных канонических областей, в частности, прямоугольных областей. Контактные задачи для прямоугольных областей рассмотрены в ([3]). Задачи контактного взаимодействия стрингеров с прямоугольниками обсуждались в ([4–6]).

В данной статье рассматривается плоская периодическая задача для полосы, составленной из периодических прямоугольников и стрингеров (рисунок).

Рассматривая основной период, приходим к задаче для прямоугольника $(-l\leqslant x\leqslant l,\ 0\leqslant y\leqslant b)$ с упругими характеристиками E_2, ν_2, усиленного по краям $x=\pm l$ стрингерами длины b и малой толщины h с упругими характеристиками E_1, ν_1. Предполагается, что рассматриваемая система с помощью двух нерастяжимых лент через стрингеры подвешена к двум неподвижным точкам, а на кромке $y=b$ прямоугольника действует симметричная относительно оси Oy нормальная нагрузка $p(x)$.



Предполагается также, что, как обычно ([7]), стрингеры находятся в одноосном напряженном состоянии, притом на их свободных кромках задается условие $u_1=0$ ([5]). В такой постановке задачи на линии соединения стрингеров с прямоугольниками будут действовать тангенциальные напряжения $\tau(y)$ и $\sigma(y)$ соответственно. Требуется определить эти контактные напряжения.

Для прямоугольника имеем следующие граничные условия:

$$\tau_{xy}(x, 0) = \tau_{xy}(x, y) = \sigma_y(x, 0) = 0,$$

$$\sigma_y(x, y) = -P(x), \tag{1}$$

$$\sigma_x(\pm l, y) = \sigma(y),$$

$$\tau_{xy}(\pm l, y) = \tau(y), \quad (-l \leqslant x \leqslant l, \ 0 \leqslant y \leqslant b).$$

Далее, следуя ([9]), выбираем бигармоническую функцию соответствующим образом и удовлетворяем граничным условиям (1). Тогда для прямоугольника относительно коэффициентов X_n, Y_n $(n=1,2,...)$ получим следующую бесконечную систему линейных алгебраических уравнений:

$$Y_p = \sum_{n=1}^{\infty} A_{p,n}^{(1)} Y_n + \sum_{n=1}^{\infty} B_{p,n}^{(1)} X_n + N_p^{(1)} -$$

$$-\left[1 + 2(\nu_2 - 1)\frac{\operatorname{th}\mu_p}{\varphi_p^{(1)}}\right] Z_p, \quad \mu_p = \beta_p l, \quad \beta_p = \frac{p\pi}{l} \quad (p=1, 2, \ldots) \tag{2}$$

где выражения коэффициентов $A_{p,n}^{(1)}$, $B_{p,n}^{(1)}$, $N_p^{(1)}$ и $\varphi_p^{(1)}$ аналогичны приведенным в ([8]).

Теперь на линии соединения стрингера и прямоугольника запишем условия контакта:

$$\varepsilon_y^{(1)} = \varepsilon_y^{(2)},$$

$$u_2 = 0 \quad (0 < y \leqslant b). \tag{3}$$

где $\varepsilon_y^{(1)}$, $\varepsilon_y^{(2)}$, u_2 вертикальные деформации и горизонтальное перемещение для стрингера и прямоугольника соответственно.

Учитывая условия (3), приходим к бесконечной системе:

$$X_m = \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n}^{(2)} Y_n + \sum_{n=1}^{\infty} B_{m,n}^{(2)} X_n + N_m^{(2)} - \frac{Z_m \varphi_m^{(1)} \operatorname{ch}\mu_m}{2(\nu_2 - 1)};$$

$$Z_m = \sum_{n=1}^{\infty} C_{m,n}^{(1)} Y_n + \sum_{n=1}^{\infty} C_{m,n}^{(2)} X_n + M_m; \tag{4}$$

где

$$X_m = \frac{2\operatorname{th}\mu_m}{b} \int_0^b \sigma(s) \sin\beta_m s ds; \quad Y_m = \beta_m^2 \varphi_m^{(1)} \operatorname{ch}\mu_m D_m^{(2)};$$

$$Z_p = \frac{2}{b} \int_0^b \tau(s) \cos\beta_p s ds \quad \begin{pmatrix} m=1, 2, \ldots \\ p=0, 1, 2, \ldots \end{pmatrix},$$

а $D_m^{(2)}$—коэффициенты бигармонической функции ([9]), подлежащие определению.

Из условия равновесия стрингера имеем

$$\int_0^b \tau(s) ds = T, \tag{5}$$

где T—сила натяжения в нерастяжимых лентах.

Из условия же равновесия всей системы стрингеры—прямоугольник можем записать

$$2T = \int_{-l}^{l} p(s)ds. \tag{6}$$

Далее, положив

$$\begin{gathered}\sigma(y) = Z_0 + \sum_{k=1}^{\infty} Z_k \cos\beta_k y;\\ \tau(y) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{X_k}{\operatorname{th}\mu_k} \sin\beta_k y \quad (0 < y < b),\end{gathered} \tag{7}$$

из (5)—(7) получим

$$Z_0 = \frac{T}{b} = \frac{1}{2b} \int_{-l}^{l} p(s)ds. \tag{8}$$

Теперь, как обычно, подставляем выражения Z_k в системы (2) и (4), в результате чего окончательно получим следующую бесконечную систему линейных уравнений:

$$\begin{gathered}X_m = \sum_{n=1}^{\infty} C_{m,n} Y_n + \sum_{n=1}^{\infty} D_{m,n} X_n + E_m;\\ Y_m = \sum_{n=1}^{\infty} Q_{m,n} Y_n + \sum_{n=1}^{\infty} R_{m,n} X_n + F_m.\end{gathered} \tag{9}$$

После определения X_m и Y_m из бесконечной системы (9) искомые неизвестные контактные напряжения находим по формулам (7).

Для исследования бесконечной системы (9) на регулярность при помощи изложенной в [2, 9] методики показывается, что

$$\lim_{m\to\infty} \left| \sum_{n=1}^{\infty} |C_{m,n}| + \sum_{n=1}^{\infty} |D_{m,n}| \right| = 0;$$

$$\lim_{m\to\infty} \left| \sum_{n=1}^{\infty} |Q_{m,n}| + \sum_{n=1}^{\infty} |R_{m,n}| \right| = 0,$$

а свободные члены системы (9) для больших m имеют, по крайней мере, порядок m^{-1}. Отсюда вытекает, что бесконечная система (9) квазивполне регулярна.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Վ. Վ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

Ուղղանկյունների և վերադիրների կոնտակտային փոխազդեցության պարբերական խնդրի մասին

Հոդվածում դիտարկված է վերադիրների և առաձգական ուղղանկյունների կոնտակտային փոխազդեցության մի խնդիր, երբ ուղղանկյունները իրենց ուղղահայաց կողերով ուժեղացված են վերադիրներով և ամբողջ համակարգը հորիզոնական ուղղությամբ առաջացնում է շերտ։

Խնդրի լուծումը բերվում է գծային հանրահաշվական հավասարումների անվերջ համակարգի լուծմանը: Ցույց է տրված այդ համակարգի քվազի լիովին ռեգուլյարությունը:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] Развитие теории контактных задач в СССР, Наука, М., 1976. [2] *В. М. Александров, С. М. Мхитарян,* Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями, Наука, М., 1983. [3] *В. Т. Гринченко,* Равновесие и установившиеся колебания упругих тел конечных размеров, Наукова думка, Киев, 1978. [4] *В. В. Микаелян,* ДАН АрмССР, т. 58, № 1, с. 21—27 (1974). [5] *В. В. Микаелян,* Изв. АН АрмССР Механика, т. 28 № 2, с. 3—14 (1975). [6] *P. S. Theocaris, K. Dafermos,* J. Appl. Mech. ser. E, v. 31, № 4 (1964) (рус. пер.: Прикл. механика, труды Амер. о-ва инж.-мех., сер. Е., т. 31, № 4, с. 159—162 (1964)). [7] *E. Melan,* Ing. Arch. 1932, Bd, 3, № 2, S 123—129 (1932). [8] *H. Bufler,* VDI—Forchungsheft 485, Ausgable B. Bd. 27, S. 5—44 (1961). [9] *Б. Л. Абрамян,* Прикл. мат. и мех. АН СССР, т. 21, № 1, с. 89—100 (1957).