ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXXVI 1988 2

УДК 539.184

ФИЗИКА

А. М. Ишханян, Д. Ю. Меликджанов

Эквидистантный трехуровневый атом в поле немонохроматической волны

(Представлено акдемиком АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 21/VII 1987)

Эквидистантный трехуровневый атом в поле классической волны $E(t)=f(t)e^{i\omega t}+K.C.$ с медленной по сравнению с экспонентой действительной амплитудой $f(t)$ в резонансном приближении ($|\Delta|\ll\omega$, $\Delta=\omega_{21}-\omega$) описывается следующей системой уравнений (матричные элементы взаимодействия считаются равными βf):

$$ia_{1t}=Ue^{-i\Delta t}\cdot a_2,\quad ia_{3t}=Ue^{i\Delta t}\cdot a_2,\tag{1}$$
$$ia_{2t}=Ue^{i\Delta t}\cdot a_1+Ue^{-i\Delta t}\cdot a_3,\ U=\beta f/\hbar,\ \beta=\mathrm{const}.$$

Здесь и всюду далее буквенный индекс означает дифференцирование по указанной переменной.

Исключив a_1 и a_3 из (1), получим уравнение третьего порядка относительно a_2

$$U[(a_{2t}/U)_t+2Ua_2]_t+\Delta^2 a_{2t}=0.\tag{2}$$

Это уравнение заменой $dy=\sqrt{2}Udt$ приводится к виду, изученному для действительных решений в ([1]). Несколько видоизменив метод ([1]), сделаем замену

$$a_2=uu^*-2u_tu_t^*/U^2.\tag{3}$$

Получим уравнение второго порядка

$$u_{tt}+\left(i\Delta-\frac{U_t}{U}\right)u_t+\frac{U^2}{2}u=0,\tag{4}$$

описывающее поведение двухуровневого атома в поле классической волны с частотой ω и амплитудой $U/\sqrt{2}$. Соответствующая система первого порядка имеет вид

$$iu_t=\frac{U}{\sqrt{2}}e^{-i\Delta t}\cdot v,\quad iv_t=\frac{U}{\sqrt{2}}e^{i\Delta t}\cdot u.\tag{5}$$

Пусть (u_1, v_1) и (u_2, v_2) — два линейно независимых решения (5). Тогда прямой проверкой можно убедиться, что общее решение (1) имеет вид ($c_1, c_2, c_3=\mathrm{const}$):

$$a_1=-\sqrt{2}[c_1u_1v_1^*+c_2u_2v_2^*+c_3u_1v_2^*];\tag{6}$$
$$a_2=c_1[u_1u_1^*-v_1v_1^*]+c_2[u_2u_2^*-v_2v_2^*]+c_3[u_1u_2^*-v_1v_2^*];$$

$$a_3 = \sqrt{2}\,[c_1 v_3 u_1^* + c_2 v_2 u_2^* + c_3 v_1 u_2^*].$$

Таким образом, эквидистантная трехуровневая задача (1) заменой (3) сводится к эквивалентной двухуровневой задаче (5). Решение последней системы (или уравнения (4)) известно для большого числа физически интересных случаев (см. ([3])). Рассмотрим скачкообразный импульс с характерным временем включения τ

$$f = \sqrt{2}\,\beta\,(1 + e^{-t/\tau}). \tag{7}$$

Пусть атом первоначально ($t = -\infty$) находился на нижнем уровне:

$$|a_1| = 1, \quad a_2 = a_3 = 0. \tag{8}$$

Возьмем (в качестве линейно независимых) решения (5), удовлетворяющие следующим начальным условиям:

$$t = -\infty: \quad 1.\ u_1 = 1, \quad v_1 = 0;$$
$$2.\ u_2 = 0, \quad v_2 = 1. \tag{9}$$

Тогда решение (6) для начальных условий (8) принимает особенно простой вид:

$$a_1 = u_1 v_2^*; \quad a_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}(u_1 u_2^* - v_1 v_2^*); \; a_3 = -v_1 u_2^*. \tag{10}$$

Функции u_1, v_2 имеют вид (см. ([3,4])):

$$u_1 = (1 + e^{t/\tau})^{-\beta\tau i} \cdot F(a, b, c, -e^{t/\tau});$$
$$v_2 = (1 + e^{t/\tau})^{\beta\tau i} \cdot F(-a, -b, -c, -e^{t/\tau}), \tag{11}$$

где F — гипергеометрическая функция, а параметры a, b, c задаются формулами:

$$a, b = \frac{i\tau}{2}\left(\Delta - 2\beta \mp \sqrt{\Delta^2 + 4\beta^2}\right); \quad c = i\tau\Delta. \tag{12}$$

Функции u_2 и v_1 для (11) считаются по (5).

Для установившегося режима ($t \to \infty$) (10) дает:

$$a_1 = A^2 e^{-i(\lambda_1+\Delta)t} + 2ABe^{-i\Delta t} + B^2 e^{-i(\lambda_3+\Delta)t};$$
$$a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}\beta}\left[A^2(\Delta - \Omega)e^{-i\lambda_1 t} + 2AB\Delta + B^2(\Delta + \Omega)e^{-i\lambda_3 t}\right]; \tag{13}$$
$$a_3 = \frac{(\Delta - \Omega)^2}{4\beta^2} A^2 e^{-i(\lambda_1-\Delta)t} - 2ABe^{i\Delta t} + \frac{(\Delta + \Omega)^2}{4\beta^2} B^2 e^{-i(\lambda_3-\Delta)t},$$

где $\Omega = \sqrt{\Delta^2 + 4\beta^2}$ — частота Раби двухуровневой задачи,

$$A = \frac{\Gamma(c)\cdot\Gamma(b-a)}{\Gamma(b)\cdot\Gamma(c-a)}, \quad B = \frac{\Gamma(c)\cdot\Gamma(a-b)}{\Gamma(a)\cdot\Gamma(c-b)}. \tag{14}$$

Величины $\lambda_1 = -\Omega$, $\lambda_2 = 0$ и $\lambda_3 = \Omega$ представляют собой квазиэнергии эквидистантного трехуровневого атома ([5]). Следовательно, (13) задает разложение a_1, a_2, a_3 по трем квазиэнергетическим состояниям системы (см. ([5])).

Рассмотрим случай адиабатического включения поля: $\tau\Delta \gg 1$ (для определенности считаем $\Delta > 0$, $\beta \sim \Delta$). Тогда аргументы всех гамма-функций в (14) по модулю большие величины. Разлагая A и B в ряд по малому параметру $e^{-2\pi\tau\Delta}$, получим:

$$a_1 = \frac{1}{2}(1 + \Delta/\Omega)e^{-i(\Omega_1+\Delta)t} + b_1 e^{-\pi\tau\Delta};$$

$$a_2 = -(\sqrt{2}\beta/\Omega)e^{-i\Omega_1 t} + b_2 e^{-\pi\tau\Delta};$$

$$a_3 = \frac{1}{2}(1 - \Delta/\Omega)e^{-i(\Omega_1-\Delta)t} + b_3 e^{-\pi\tau\Delta},$$

где b_1, b_2, b_3 — ограниченные величины. Здесь коэффициенты при первых слагаемых совпадают по модулю с амплитудами населенностей соответствующих уровней в первом квазиэнергетическом состоянии [5]. Таким образом, если атом первоначально находился на первом энергетическом уровне, при адиабатическом включении поля формируется первое квазиэнергетическое состояние. Аналогично, если атом первоначально находился на втором (третьем) уровне, то при медленном включении поля будет формироваться второй (третий) квазиэнергетический уровень.

В другом предельном случае быстрого включения поля выполняется условие $|\Delta\cdot\tau| \ll 1$. В этом случае аргументы всех гамма-функций в (14) малы и, воспользовавшись соотношением $z\Gamma(z) = \Gamma(1+z)$, легко установить, что все предэкспоненциальные коэффициенты в (13) имеют одинаковый порядок. Например, для a_3 имеем выражение

$$a_3 = \frac{\beta^2}{\Omega^2}\left[e^{-i(\Omega_1-\Delta)t} - 2e^{i\Delta t} + e^{-i(\Omega_1-\Delta)t}\right].$$

Следовательно, атом, первоначально находившийся на нижнем энергетическом уровне, при быстром включении поля с равной по порядку величины вероятностью может оказаться в каждом из трех своих квазиэнергетических состояний.

В заключение заметим, что сведéние трехуровневой задачи к двухуровневой посредством замены (3) в действительности осуществимо не только для эквидистантного случая. На самом деле, системой уравнений (1) описывается поведение и существенно неэквидистантного атома: $\omega_{21} \ll \omega_{32}$ или $\omega_{21} \gg \omega_{32}$ (ω_{21}, ω_{32} — частоты переходов между соответствующими уровнями), если на атом действуют два немонохроматических поля $E = f_1(t)e^{i\omega_1 t} + f_2(t)e^{i\omega_2 t} + К.\ С.$ Для этого помимо обычных условий резонансного приближения $|\omega_{21} - \omega_1| \ll \omega_1$, $|\omega_2 - \omega_1|$ и $|\omega_{32} - \omega_2| \ll \omega_2$, $|\omega_2 - \omega_1|$ должно выполняться равенство $\beta_{21}f_1 = \beta_{32}f_2 = U\hbar$, где $\beta_{21}f_1$, $\beta_{32}f_2$ — матричные элементы взаимодействия.

Авторы выражают благодарность академику АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну за постановку задачи.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Ա. Մ. ԻՇԽԱՆՅԱՆ, Գ. ՅՈՒ. ՄԱԼԻՔՋԱՆՈՎ

Հավասարահեռ եռամակարդակային ատոմը ոչ մոնոքրոմատիկ ալիքի դաշտում

Հավասարահեռ եռամակարդակային ատոմի վարքը ոչ մոնոքրոմատիկ էլեկտրամագնիսական ալիքի դաշտում նկարագրող հավասարումների սիստեմը կախյալ փոփոխականի ոչ գծային ձևափոխմամբ բերված է երկմակարդակային խնդրի։ Ստացված է հավասարահեռ եռամակարդակային խնդրի ճշգրիտ լուծումը աստիճանաձև փոփոխվող իմպուլսի դաշտում։ Դուրս են բերված փոխազդեցության արագ և դանդաղ միացման սահմանային դեպքերի բնակեցվածությունների բանաձևերը։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *А. Е. Каплан*, ЖЭТФ, т. 68, вып. 3 (1975). [2] *C. E. Carrol, F. T. Hioe*, J. Phys. A: Math. Gen., v. 19, № 17 (1986). [3] *С. П. Гореславский, В. П. Крайнов*, Изв. АН СССР, Сер. физическая, т. 37, № 10 (1973). [4] *А. О. Меликян*, Канд. дис., Ереван, 1970. [5] *М. Л. Тер-Микаелян, М. А. Саркисян*, Препринт ИФИ—75-26. Аштарак, 1975