ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXXXVI 1988 2

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

Г. Г. Хачатрян

Конструкции кодов для переключательного канала с двумя пользователями

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 29/IX 1987)

Модель двоичного переключательного канала с двумя пользователями рассмотрена в работах ([1-3]). В этой модели канала два источника передают свою информацию через один общий канал связи, используя двоичные блоковые коды $C_i (i=1, 2)$ одинаковой длины n, причем выходной вектор канала является троичным вектором длины n. Пара кодов (C_1, C_2) называется однозначно-декодируемой (о. д.), если по выходному вектору можно однозначно определять, какие векторы кодов C_1 и C_2 были переданы по каналу. Проблема кодирования заключается в том, чтобы при каждой фиксированной скорости передачи одного из пользователей, скажем первого, выбрать код C_1 таким образом, чтобы при условии однозначной декодируемости пары (C_1, C_2) скорость R_2 была максимально возможной. Данная задача является весьма сложной комбинаторной проблемой, и ее полное решение до сих пор еще не найдено. Что же касается нахождения области пропускной способности для данного канала, то она определяется довольно просто ([1]). В работах ([2,3]) приведены некоторые конструкции кодов в случае, когда код C_1 является линейным (n, k) кодом. Такие о. д. пары кодов называются линейными (л. о. д.). Отметим, что указанные конструкции л. о. д. кодов являются общими лишь при предельных значениях $k=1, 2$ и $k=n-1$; $n-2$. При других значениях k приведены примеры известных линейных кодов длины $n\leq 19$, для которых мощность кода C_2 можно подсчитать с помощью ЭВМ.

В данной работе представлены общие методы синтеза л. о. д. кодов, позволяющие, в частности, строить коды, превосходящие по мощности известные в литературе ([2,3]) аналогичные л. о. д. коды.

Рассмотрим вначале конструкцию кодов с $R_1=0,5$. Пусть порождающая матрица кода C_1 имеет вид

$$G_1=\left(I_k \;\vdots\; \begin{matrix} I_{k_1} & 1_{k_1k_2} \\ 1_{k_2k_1} & I_{k_2} \end{matrix}\right),$$

где $k=k_1+k_2$, $1_{k_1k_2}$ и $1_{k_2k_1}$ матрицы размерностей соответственно $(k_1\times k_2)$ и $(k_2\times k_1)$, состоящие из одних единиц. Имеет место следующая

Теорема 1. *Если код первого пользователя задается с по-*

мощью порождающей матрицы G_1, то мощность кода C_2 второго пользователя при условии, что (C_1, C_2) является л. о. д. парой, выражается формулой

$$
\begin{gathered}
|C_2^{(1)}| = 3^{k-2} \times (k_1 \cdot k_2 + 3k + 9) + k_1 \cdot k_2 \cdot 2^{k-2} - \\
- k_1 k_2 \times (2^{k_1-1} \times 3^{k_2-1} + 2^{k_2-1} \times 3^{k_1-1}) - \\
-(2^{k} - 1) \times k_1 \times \left(\frac{(3^{k_1-1} - (-1)^{k_1})}{2} + 2^{k_1-2} \right) - \qquad (1) \\
-(2^{k_1} - 1) \times k_2 \times \left(\frac{(3^{k_2-1} - (-1)^{k_2})}{2} + 2^{k_2-2} \right) - \\
- k_1 \cdot (3^{k_1-1} + 2^{k_1-1} - 1) - k_2 \cdot (3^{k_2-1} + 2^{k_2-1} - 1) - 2^{k-2}.
\end{gathered}
$$

Отметим, что мощность кода $C_2^{(1)}$, подсчитанная с помощью формулы (1), при значениях $k = 2, 3, 4, 5$ совпадает, а при $k = 6, 7, 8$ превосходит наибольшие известные значения (C_2) для аналогичных кодов. Наилучший по скорости код получается на длине 16 с $R_2 = 0{,}9215$.

Для построения кодов с $R_1 < 0{,}5$ можно рассматривать порождающую матрицу, строки которой являются подмножеством строк матрицы G_1. Для скоростей $R_1 < 0{,}25$ лучшие коды дает следующая конструкция:

Пусть порождающая матрица кода C_1 имеет следующий вид

$$
G_2 = \left| \; l_k \; \begin{array}{l}
\overbrace{0 \cdot \cdot \cdot \cdot 0}^{l_1}1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 11 \cdot \cdot \cdot 1 \\
1 \cdot \cdot \cdot \cdot 1\underbrace{0 \cdot \cdot \cdot 0}_{l_2}1 \cdot \cdot 11 \cdot \cdot \cdot 1 \\
\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\
1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 1\underbrace{0 \cdot \cdot 0}_{l_k}\underbrace{1 \cdot \cdot \cdot 1}_{L}
\end{array} \right|,
$$

где l_i, L — любые целые положительные числа $l_i \geqslant 1$, $L > 0$. Справедлива следующая

Теорема 2. *Если код первого пользователя задается с помощью порождающей матрицы G_2, то мощность кода второго пользователя, при условии, что $(C_1, C_2^{(2)})$ является о. д. парой, определяется формулой*

$$
\begin{gathered}
|C_2^{(2)}| = 2^{L} \times \left(\prod_{i=1}^{k} (2^{l_i+1} - 1) + \sum_{j=1}^{k} \prod_{i \neq j} (2^{l_i+1} - 1) \right) - \\
- \sum_{j=1}^{k} \prod_{i \neq j} (2^{l_i}) - \left(2^{\sum_{i=1}^{k} l_i} - (-1)^{k} \cdot \prod_{i=1}^{k} (2^{l_i} - 2) \right) / 2. \qquad (2)
\end{gathered}
$$

Используя идеи, заложенные в теоремах 1 и 2, можно получить кодовые конструкции для произвольных значений R_1, в том числе для значений $R_1 > 0{,}5$. Так, например, если порождающая матрица кода C_1 имеет вид

$$G_3=\begin{pmatrix} & I_{k_1} & 1_{k_1k_2} \\ I_k & 1_{k_2k_1} & I_{k_2} \\ 11\cdot & \cdot & \cdot 1 \end{pmatrix},$$

то имеет место следующая

Теорема 3. *Если код первого пользователя задается с помощью матрицы G_3, то мощность кода второго пользователя, при условии, что $(C_1, C_2^{(3)})$ является л. о. д. парой, выражается формулой*

$$|C_2^{(3)}|=|C_2^{(1)}|+3^{k-1}(k+3)+k\cdot 2^{k-1}-$$
$$-3^{k_1-1}\cdot 2^{k_2-1}\cdot(3k_2+2k_1+3)-3^{k_2-1}\times(3k_1+2k_2+3).$$

С помощью вышеуказанных конструкций можно, в частности, строить коды, превосходящие по скорости наилучшие известные коды до длины $n\leqslant 19$, приведенные в работе ([3]).

Вычислительный центр Академии
наук Армянской ССР и Ереванского государственного
университета

Դ. Հ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Երկու սպառիչներով փոխանջատիչ կապուղու համար կոդային կառուցվածքներ

Աշխատանքը նվիրված է երկու սպառիչներով փոխանջատիչ կապուղու համար կոդերի կառուցման պրոբլեմին։ Տրված են կոդային մի քանի ընդհանուր կառուցվածքների դասեր, որոնք մասնավորապես թույլ են տալիս ստանալ կոդեր, որոնց հաղորդման արագությունները գերազանցում են գրականության մեջ հայտնի նմանատիպ կոդերի արագությունը։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *A. J. Vinck*, Proc. 2nd Joint Swedish-Soviet Int. Workshop on Inform. Theory, Granna, 1985. [2] *P. Vanroose, E. G. van der Meulen*, Proc. 7th Symp. Inform Theory in the Benelux, Noordwijkerhout, 1986. [3] *P. Vanroose, E. C. van den Meulen*, Proc. 3nd Joint Soviet-Swedish Int. Workshop on Inform. Theory, Sochi, 1987.