

УДК 681.3:517.11

МАТЕМАТИКА

М. Д. Тененбаум

### Двухуровневая модель многопроцессорной вычислительной системы

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 12/XII 1986)

Одним из путей повышения производительности вычислений является включение в состав вычислительного комплекса специализированного процессора, обрабатывающего массивы данных по одной команде. Такой спецпроцессор может представлять собой как многопроцессорное устройство, так и вычислитель иной физической природы. Существующие модели однородных мультипроцессорных вычислительных систем отражают в основном конфликтные ситуации, возникающие при обращении параллельно работающих процессоров к общим ресурсам системы. Основной проблемой, как известно, является обращение нескольких вычислителей к одной ячейке памяти. В данной статье разрабатывается и исследуется модель архитектуры неоднородной вычислительной системы, содержащей совокупность универсальных и специализированных процессоров. Предлагаемая модель вычислений позволяет исключить обращение любой пары процессоров к одному и тому же ресурсу при решении произвольной задачи.

В качестве такой модели используется двухуровневая иерархическая система (<sup>1</sup>), на нижнем уровне которой находятся универсальные процессоры. Вышестоящим элементом является специализированный процессор, осуществляющий координацию работы всей системы таким образом, что нижестоящие элементы работают независимо. Для успешного функционирования двухуровневой системы следует обеспечить координируемость задач, решаемых нижестоящими элементами по отношению к задаче, решаемой вышестоящим элементом, а также координируемость нижестоящих задач по отношению к глобальной задаче, решаемой всей системой в целом. Одновременно с этим должен выполняться постулат совместимости всех трех типов задач. Для исследования условий функционирования рассматриваемой двухуровневой вычислительной системы необходимо определить задачи, решаемые различными ее модулями. Исходный последовательный алгоритм прикладной задачи будем рассматривать как глобальную задачу, решаемую двухуровневой системой. Вышестоящий и нижестоящие элементы реализуют алгоритмы, эквивалентные отдельным частям исходного алгоритма.

Пусть вышестоящий элемент выполняет набор определенных операций над множеством данных, т. е. является специализированным

процессором. Нижестоящие элементы—универсальные процессоры, каждый из которых реализует множество элементарных операций. Задача заключается в следующем. Дана последовательная программа  $D$ . Требуется преобразовать  $D$  в совокупность программных модулей  $B_0, B_i(1 \leq i \leq n)$ , выполняемых последовательно-параллельно. Здесь  $n$ —число процессоров нижестоящего уровня. При этом должно выполняться отношение  $\tau_p < \tau_n$ , где  $\tau_p$ —время реализации алгоритма двухуровневой системой,  $\tau_n$ —время реализации алгоритма на однопроцессорной ЭВМ.

Пусть  $x$  является вектором исходных данных,  $y$ —вектор программных переменных и  $z$ —вектор выходных данных. Координированная работа всех модулей двухуровневой системы обеспечивается, если выполняется постулат совместимости

$$(\forall y)(\forall z)((P(y, B(x, y)) \wedge P(z, B_0(y, x))) \Rightarrow P(z, D)), \quad (1)$$

где предикат  $P(z, D)$  имеет истинное значение, когда  $z$  есть решение задачи  $D$ . Формула (1) утверждает, что двухуровневая система решает поставленную перед ней задачу, если скоординирована работа модулей нижнего и верхнего уровней. Выражение (1) описывает работу двухуровневой системы в общем случае. Вместе с тем возможны два частных случая.

1. Решение системой глобальной задачи не зависит от работы модулей нижнего уровня, т. е.

$$(\forall y)(\forall z)((T \wedge P(z, B_0(y, x))) \Rightarrow P(z, D)), \quad (2)$$

где  $T$ —логическая константа, имеющая значение «истина». Задача, решаемая модулем высшего уровня, эквивалентна глобальной задаче.

2. Решение системой глобальной задачи не зависит от работы модуля высшего уровня.

$$(\forall y)(\forall z)((P(z, B(x, y)) \wedge T) \Rightarrow P(z, D)). \quad (3)$$

В этом случае решение глобальной задачи обеспечивается функционированием только модулей низшего уровня.

В формулах (1)—(3) предикатный символ  $P$  использовался для представления задачи в целом. Для более детального описания функционирования модулей различного уровня будем применять следующие символы:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ —исходные переменные задачи,  $y_1, y_2, \dots, y_m$ —программные переменные,  $z_1, z_2, \dots, z_k$ —выходные переменные задачи,  $a_1, a_2, \dots, a_l, t_1, t_2, \dots, t_p$ —константные символы,  $f_1, f_2, \dots, f_r$ —функциональные символы. Пусть  $f_1(x_1, y_1) = x_1 + y_1$ ,  $f_2(x_1, y_1) = x_1 - y_1$ ,  $f_3(x_1, y_1) = x_1 \times y_1, \dots, p_1, p_2$ —предикатные символы. Будем использовать трехместные предикаты

$$P_1(x_1, y_1, t_1) = \begin{cases} 1, & \text{если } x_1 = y_1 \\ 0, & \text{если } x_1 \neq y_1 \end{cases} \quad \text{в момент времени } t_1 \text{ и}$$

$$P_2(x_2, y_2, t_1) = \begin{cases} 1, & \text{если } x_2 < y_2 \\ 0, & \text{если } x_2 \geq y_2 \end{cases} \quad \text{в момент времени } t_1. \text{ С по-}$$

мощью введенных обозначений есть возможность описать произвольный алгоритм (2). Однако в отличие от (2) в данной работе важно

еще определять момент времени вычисления каждой программной или выходной переменной. Формула исчисления предикатов, описывающая неразветвляющийся алгоритм, представляющий последовательность двуместных операций, выполняемых в определенные моменты времени, запишется в следующем виде:  $\bigwedge_i \exists u_i P_1(u_i, f_{1i}(x_{1i}, u_{q_i}), t_i)$ . Высказывание  $\exists u_i P_1(u_i, f_1(x_1, x_2), t_i)$  утверждает, что в момент времени  $t_i$  выполняется операция  $x_1 + x_2$  и результат присваивается переменной  $u_i$ .

Постулат совместимости, выраженный формулой (1), требует, чтобы исходный алгоритм, представляющий глобальную задачу, являлся логическим следствием задач, решаемых на вышестоящем и нижестоящем уровнях. При проектировании двухуровневой системы проблема состоит в нахождении последовательности задач, реализуемых всеми модулями системы и обеспечивающих получение по заданному вектору  $x$  выходного вектора  $z$ , соответствующего алгоритму глобальной задачи. Пусть формулы исчисления предикатов первого порядка  $Q, P, R$  описывают алгоритмы  $D, B_0, \bar{B}$  соответственно и представлены в конъюнктивной нормальной форме, содержащей только однолитерные дизъюнкты. Тогда справедливы следующие утверждения.

*Утверждение 1. Если существует резолютивный вывод из формулы  $P \wedge R \wedge \neg Q$ , включающий все литеры, входящие в формулу  $\neg Q$ , то выполняется постулат совместимости (1) для задач  $D, B_0, \bar{B}$ .*

Так как  $\neg Q$  имеет только многолитерный дизъюнкт, а  $P, R$  состоят из множества только однолитерных дизъюнктов, а также существует резолютивный вывод, включающий все литеры из  $\neg Q$ , то последней резольвентой вывода является пустой дизъюнкт. Следовательно, для каждой предметной переменной имеет место

*Утверждение 2. Если выполняются условия утверждения 1 для формул  $P \wedge \neg Q$  или  $R \wedge \neg Q$ , то выполняется постулат совместимости (2) или (3) соответственно.*

Утверждение 2 определяет условие работы двухуровневой системы в тех случаях, когда глобальная задача может быть решена одним вышестоящим модулем либо только нижестоящими модулями.

*Определение 1. Под укрупненной операцией будем понимать задачу, решаемую вышестоящим модулем системы и выполняемую по одной инструкции.*

Пусть система команд вышестоящего модуля включает совокупность укрупненных операций. Представляет интерес решение следующей проблемы. Дана исходная последовательная программа, являющаяся глобальной задачей для двухуровневой системы. Требуется построить последовательность укрупненных операций для вышестоящего модуля и последовательности элементарных операций для каждого из модулей нижестоящего уровня, обеспечивающие решение глобальной задачи.

На основе анализа двухуровневой иерархической модели много-

процессорной неоднородной вычислительной системы разработан алгоритм преобразования исходной прикладной последовательной программы в программу со структурой, соответствующей структуре вычислительного комплекса. Реализация предложенного алгоритма позволяет автоматизировать процедуру программирования для неоднородных вычислительных комплексов (например, для комплекса ЕС—1045—ЕС—2345). При этом пользователь составляет последовательную программу на языке высокого уровня (ФОРТРАН) традиционными способами без учета особенностей функционирования вычислительной системы.

Ростовский инженерно-строительный институт

Մ. Գ. ՏՆՆՆԵՐԱՌԻՄ

### Բազմապրոցեսորային հաշվողական համակարգի երկհավասարումային մոդելը

Քննարկվում է ոչ համասեռ բազմապրոցեսորային հաշվողական համակարգը, որն ընդգրկում է բազմաթիվ ունիվերսալ պրոցեսորներ և մասնագիտացված պրոցեսոր: Համալիրը նկարագրելու համար օգտագործվում է երկհավասարումային հիերարխիկ մոդելը: Վերին մակարդակի մոդուլ է հանդիսանում մասնագիտացված պրոցեսորը: Ունիվերսալ պրոցեսորները գտնվում են ներքին մակարդակում:

Համակարգի համար կիրառական ծրագիրը կատարում է գլոբալ առաջադրանքի դեր: Խնդիրը կայանում է նրանում, որպեսզի այդ ծրագիրը ամեն մի մոդուլի համար բաղադրել մանր ծրագրերի: Համակարգի բոլոր մոդուլների համաձայնեցված աշխատանքի սյայմանը ընդհանուր դեպքում գրվում է հաշվման ստորոգյալ լեզվի առաջին կարգի արտահայտություն(1): Գլոբալ առաջադրանքը լուծվում է պրոցեսորներով միայն վերին և ներքին մակարդակով, ապա ստացված արտահայտությունները ներկայացնում են համակարգի աշխատանքի երկու մասնավոր դեպքեր, ելքային ծրագրի նկարագրումը և հաշվողական համակարգի ստրուկտուրան, հաշվման լեզվով հնարավորություն է տալիս կատարել նրանց համատեղ վերլուծումը և լուծել պրոբլեմը ելքային ծրագրերը բաղադրելով մանր ծրագրերի: Այդ եղանակով ԵՍ-1045—ԵՍ-2345 հաշվողական համալիրում օգտագործելու համար մշակված է համապատասխան ծրագրային համակարգ:

### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> М. Месирович, Д. Мако, И. Такахара, Теория иерархических многоуровневых систем, Мир, М., 1973. <sup>2</sup> Ч. Чень, Р. Ли, Математическая логика и автоматическое доказательство теорем, Наука, М., 1983.