

УДК 550.831

ГЕОФИЗИКА

А. Г. Манукян

О решении прямых и обратных задач гравиметрии на Луне

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. И. Тер-Степаняном 3/VII 1986)

Полученные по наблюдениям искусственных спутников Луны лучевые ускорения являются пока единственными наиболее информативными данными о гравитационном поле видимой стороны Луны. Поэтому создание системы математической обработки результатов спутниковых наблюдений является одной из актуальных задач современной гравиметрии. В данной статье рассматриваются вопросы решения трехмерных прямых и обратных задач гравиметрии на Луне.

Определение лучевых ускорений. Для интерпретаторов аномальных гравитационных полей Земли привычно иметь значения радиального (вертикального) компонента этого поля. Однако для Луны нам известна лишь компонента поля по направлению искусственный спутник Луны (ИСЛ)—станция наблюдения на Земле (лучевые ускорения). Ясно, что для интерпретации аномального гравитационного поля Луны по лучевым ускорениям нельзя применять те математические формулы, которые предусмотрены для работы с полем радиального компонента.

Выведем формулы, определяющие значения лучевых ускорений от аномалиеобразующих тел в точках на орбите ИСЛ.

Выберем селеноцентрическую прямоугольную систему координат $(O_L; X, Y, Z)$, где ось Z направлена по оси вращения Луны, а оси X и Y расположены на экваториальной плоскости так, что первая из них направлена к Земле (см. рисунок). Связанную с ней селеноцентрическую сферическую систему координат обозначим через $(O_L; r, \varphi, \lambda)$, параметры которой удовлетворяют неравенствам: $0 \leq r < \infty$, $0 \leq \varphi \leq \pi$, $0 \leq \lambda < 2\pi$.

Определим значение Δ_x для случая, когда аномалиеобразующее тело задано в виде сферического прямоугольного параллелепипеда (СПП), т. е. тела, которое в системе координат $(O_L; r, \varphi, \lambda)$ описывается соотношениями:

$$\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2, \lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2, r_1 \leq r \leq r_2. \quad (1)$$

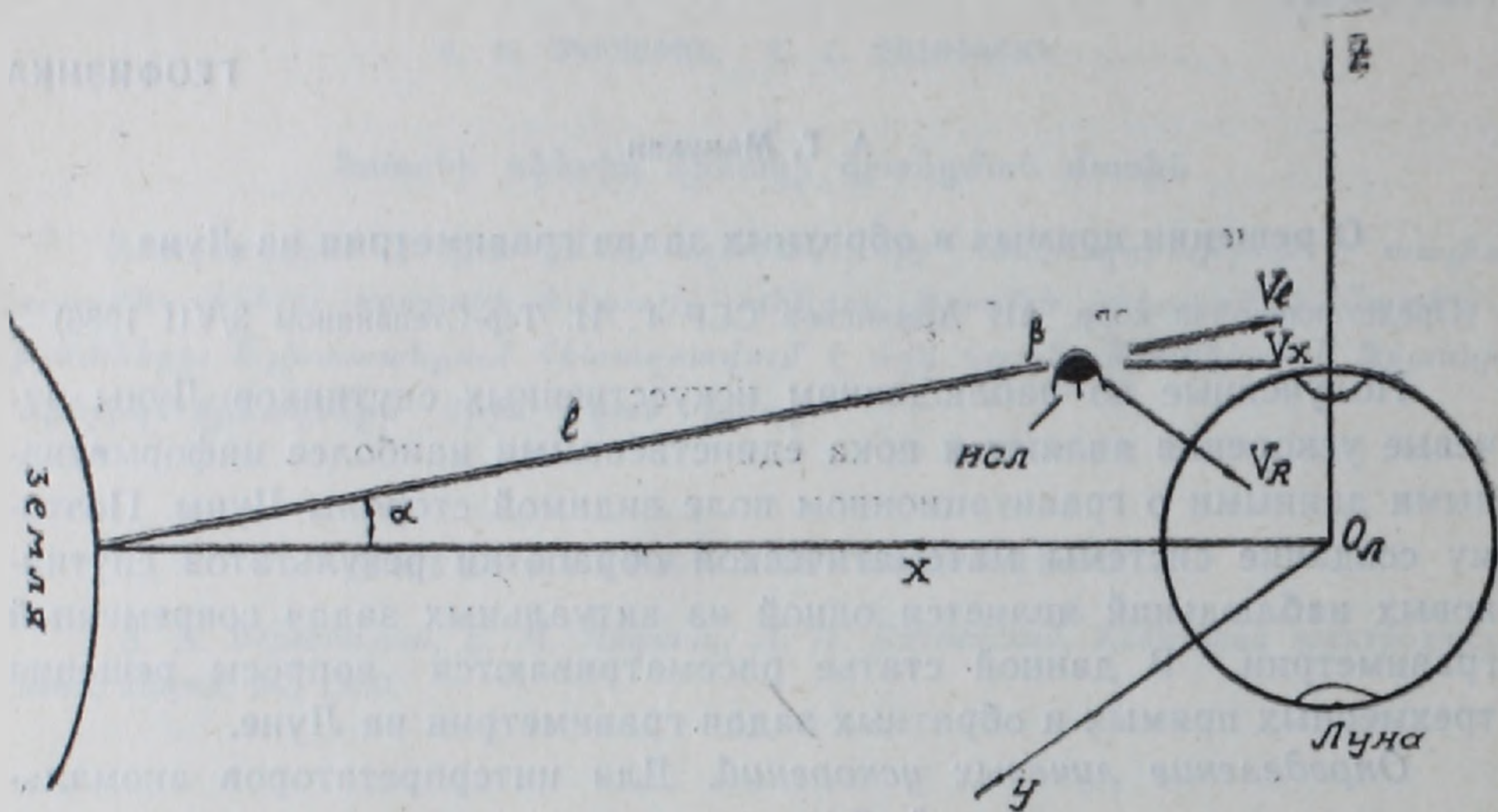
Выбор элементарного тела в виде СПП удобен тем, что сферический параллелепипед легко описывается в селеноцентрической сферической системе координат (или в селенографических координатах) и может быть удобным аппроксимационным элементом (^{1 2}).

Пусть плотность СПП изменится по закону

$$\sigma(r) = \sigma_0 + k(r_2 - r), \quad (2)$$

где σ_0 — плотность верхней поверхности тела; k — коэффициент, характеризующий изменение плотности по направлению r .

Гравитационный потенциал тела на произвольной точке пространства $(R, \varphi_0, \lambda_0)$ описывается соотношением ^(1,2)



Схематическое изображение системы Земля—Луна для определения лучевых ускорений.

$$V(R, \varphi_0, \lambda_0) = G \int_{r_1}^{r_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\sigma(r) r^2}{p} \sin \varphi d\varphi d\lambda dr, \quad (3)$$

где G — гравитационная постоянная; $p^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos \omega$; $\cos \omega = \cos \varphi_0 \cos \varphi + \sin \varphi_0 \sin \varphi \cos(\lambda_0 - \lambda)$.

В точке орбиты $\beta[R(\varphi_0, \lambda_0), \varphi_0, \lambda_0]$ ускорение силы притяжения по направлению l вычисляется по формуле

$$V_l[R(\varphi_0, \lambda_0), \varphi_0, \lambda_0] = \frac{\partial V[R(\varphi_0, \lambda_0), \varphi_0, \lambda_0]}{\partial l}. \quad (4)$$

Пусть l есть направление ИСЛ — станция наблюдения на Земле, составляющее с осью X угол α (см. рисунок). Ясно, что при движении ИСЛ по орбите угол α всегда меняется и достигает своего минимального значения в точке пересечения орбиты с осью X ($\alpha = 0$).

Кроме того имеем $\rho \geq \rho_1 = \Delta \sin \varphi$, где $\Delta = 384400$ км — расстояние Земля—Луна; ρ — длина радиус-вектора орбитальной траектории ИСЛ. Так как высота ИСЛ над поверхностью Луны составляет первые сотни километров ⁽³⁾, то максимальное значение ρ равно примерно 2000 км. При указанных значениях Δ и ρ значение угла α очень маленькое и можно принять равным нулю. Тогда соотношение $x = l \cdot \cos \alpha$ позволяет в (4) дифференцирование по l заменить дифференцированием по x :

$$\frac{\partial V}{\partial l} = \frac{\partial V}{\partial x} \equiv V_x. \quad (5)$$

Подставим выражение (3) в формулу (5) и выполним операцию дифференцирования по x . Учитывая соотношение (2) для плотности $\sigma(r)$, в результате получим

$$\begin{aligned} V_x[R(\varphi_0, \lambda_0), \varphi_0, \lambda_0] = \\ = (\sigma_0 + kr_2)G \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} [R(\varphi_0, \lambda_0) \sin \varphi_0 \cos \lambda_0 F_3^2 - \sin \varphi \cos \lambda F_3^3] \sin \varphi d\varphi d\lambda - \\ - kG \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} [R(\varphi_0, \lambda_0) \sin \varphi_0 \cos \lambda_0 F_3^2 - \sin \varphi \cos \lambda F_3^3] \sin \varphi d\varphi d\lambda, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{где } F_n^m \equiv F_n^m(\varphi, \lambda) = \int_{r_1}^{r_2} \frac{r^n}{r^n} dr; \quad n=2i+1; \quad i, m=0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

Формула (6) выражает значение лучевого ускорения V_x от данного СПП с радиально меняющейся плотностью. При $k=0$ в формуле (6) приходим к случаю однородного СПП.

Имеются рекуррентные соотношения, обеспечивающие аналитическое вычисление интегралов (7). Что касается двойных интегралов в (6), то они аналитически не выражаются. Для их численного интегрирования разработан оптимальный кубатурный процесс, основанный на использовании кубатурных формул, полученных по декартовым произведениям квадратур типа Гаусса—Лежандра (4).

Решение обратной линейной задачи гравиметрии на Луне. Для изучения структуры и плотностных неоднородностей планет, у которых отсутствуют гравитационные измерения непосредственно на них (в частности на Луне), необходимо в обратных задачах в качестве исходного поля использовать значения лучевых ускорений, заданных на точках орбиты ИСЛ.

Пусть имеются наблюдаемые значения V_i на M точках орбиты ИСЛ, которые обусловлены совокупностью однородных по плотности СПП. Пусть для каждого СПП известны размеры и расположение в селеноцентрической сферической системе координат. Требуется определить неизвестные плотности x_j , $j=\overline{1, N}$.

Задача определения неизвестных плотностей x_j ; $j=\overline{1, M}$ по заданному полю V_{xi} ; $i=\overline{1, M}$ сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} x_j = V_{xi}; \quad i=\overline{1, N}, \quad (8)$$

где a_{ij} —значение V_x j -й СПП единичной плотности на i -ю точку наблюдения.

Известно (5,6), что задача (8) является некорректно поставленной. Поэтому для ее приближенного решения необходимо применить регуляризующие алгоритмы. Вопрос решения некорректно поставленных задач по регуляризующим методам изучен достаточно хорошо (5-7). Решение задачи (8) осуществляется с помощью: 1) вариационного

способа А. Н. Тихонова:; 2) итерационного модифицированного метода Гаусса—Ньютона ⁽⁶⁾; 3) двойственными вариантами способов 1 и 2 ⁽⁷⁾.

На основе формул (6)—(7) и итерационного модифицированного метода Гаусса—Ньютона, который обладает хорошими вычислительными свойствами ⁽⁶⁾, составлены фортран-программы решения прямых и обратных линейных задач гравиметрии для Луны. Проведена интерпретация аномального гравитационного поля лунного Моря Нектара.

З а м е ч а н и е. Разработанные методы применимы для интерпретации гравитационного поля не только Луны, но и других небесных тел.

Институт геофизики и
инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Ա. Գ. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ

Լուսնի վրա գրավիչափության ուղիղ և հակադարձ խնդիրների լուծման մասին

Լուսնի արհեստական արբանյակների դիտարկումներից ստացված ճանապարհային արագացումները հանդիսանում են առայժմ միակ առավելագույն ինֆորմացիա պարունակող տվյալները Լուսնի տեսանելի կողմի գրավիտացիոն դաշտի վերաբերյալ: Հետևաբար, արբանյակային դիտարկումների արդյունքների մշակման մաթեմատիկական համակարգի ստեղծումը հանդիսանում է ժամանակակից գրավիչափության ակտուալ խնդիրներից մեկը:

Հոդվածում քննարկվում են Լուսնի վրա գրավիչափության եռաչափ ուղիղ և հակադարձ գծային խնդիրների լուծման որոշ հարցեր:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Դ Ր Ա Կ Ա Ն ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն

- ¹ В. И. Старостенко, А. Г. Манукян, Изв. АН СССР. Физика Земли, № 12, 1983.
² В. И. Старостенко, А. Г. Манукян, А. Н. Заворотько, ДАН УССР. Сер. Б, № 5, 1983. ³ М. У. Сагитов, Лунная гравиметрия, Наука, М., 1979. ⁴ В. И. Старостенко, А. Г. Манукян, А. Н. Заворотько, Методика решения прямых задач гравиметрии и магнитометрии на шарообразных планетах, Наукова думка, Киев, 1986. ⁵ В. И. Старостенко, Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии, Наукова думка, Киев, 1978. ⁶ В. И. Старостенко, С. М. Оганесян, Изв. АН СССР. Физика Земли, № 5, 1977. ⁷ С. М. Оганесян, В. И. Старостенко, М. Г. Оганесян, Изв. АН СССР, Физика Земли, № 6, 1984.