ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXXIV 1987 3

УДК 539.1201

ФИЗИКА

В. Е. Мкртчян, В. О. Чалтыкян

О регистрации сферического состояния фотона

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 20/XI 1986)

В современной квантовой электродинамике при описании фотонов используются большей частью два представления: представление плоских волн, в котором фотон описывается энергией, импульсом и спиральностью, и представление сферических волн, которые являются собственными векторами операторов энергии, момента, проекции момента и четности (см. например ([1])). Будучи математически эквивалентными, эти представления с равным правом могут применяться при решении конкретных задач. Однако при излучении атомных систем и ядер фотоны испускаются в состояниях сферических волн, а приборы измеряют импульс и поляризацию фотонов. Следовательно, возникает естественная задача восстановления состояний фотонов в сферическом представлении, имея результаты наблюдений в представлении плоских волн.

В настоящее время теоретически и экспериментально хорошо исследованы угловое распределение фотонов и их параметры Стокса, т. е. поляризационная матрица фотона, которая представляет собой совокупность диагональных (по импульсу) элементов $\langle n, \lambda|\rho|n, \lambda'\rangle$ матрицы плотности фотона в представлении плоских волн $\langle n, \lambda|\rho|n', \lambda'\rangle$ (здесь и далее обозначения соответствуют ([1])). Но для полного описания состояния фотона необходимы также недиагональные по импульсу элементы, которые невозможно получить из экспериментов с одним детектором. Величины этих элементов при фиксированных значениях n, n' можно найти из опытов с двумя параллельно включенными детекторами, каждый из которых независимо от другого фиксирует фотон с определенным импульсом k, k' ($|k|=|k'|$) соответственно. Такая система регистрации дает возможность детектирования состояния $|\mathrm{I}, n, n'\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}[|n\rangle+|n'\rangle]$. А если перед каждым детектором поместить одинаково ориентированные анализаторы, то с помощью обычной процедуры определения параметров Стокса можно найти поляризационную матрицу для состояния $|\mathrm{I}, n, n'\rangle$:

$$2\langle \mathrm{I}, n, n', \lambda|\rho|\mathrm{I}, n, n', \lambda'\rangle=\langle n, \lambda|\rho|n', \lambda'\rangle+\langle n', \lambda|\rho|n, \lambda'\rangle+$$
$$+\langle n, \lambda|\rho|n, \lambda'\rangle+\langle n', \lambda|\rho|n', \lambda'\rangle. \quad (1)$$

Помещая перед детектором $|n'\rangle$ компенсатор фазы (на величину $\pi/2$), можно аналогично определить поляризационную матрицу фото-

на в состоянии $|\mathrm{II}, n, n'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|n\rangle - i|n'\rangle]$:

$$2\langle \mathrm{II}, n, n', \lambda|\rho|\mathrm{II}, n, n', \lambda'\rangle = \langle n, \lambda|\rho|n, \lambda'\rangle + \langle n', \lambda|\rho|n', \lambda'\rangle - \\ -i[\langle n, \lambda|\rho|n', \lambda'\rangle - \langle n', \lambda|\rho|n, \lambda'\rangle] \tag{2}$$

Из полученных поляризационных матриц (1), (2) находим недиагональные матричные элементы

$$\langle n, \lambda|\rho|n', \lambda'\rangle = \rho^{(1)}_{\lambda\lambda'}(n, n') + i\rho^{(2)}_{\lambda\lambda'}(n, n'), \\ \langle n', \lambda|\rho|n, \lambda'\rangle = \rho^{(1)}_{\lambda\lambda'}(n, n') - i\rho^{(2)}_{\lambda\lambda'}(n, n'), \tag{3}$$

где

$$\rho^{(1)}_{\lambda\lambda'}(n, n') = \langle \mathrm{I}, n, n', \lambda|\rho|\mathrm{I}, n, n', \lambda'\rangle - \frac{1}{2}[\langle n, \lambda|\rho|n, \lambda'\rangle + \langle n'\lambda|\rho|n'\lambda'\rangle], \\ \rho^{(2)}_{\lambda\lambda'}(n, n') = \langle \mathrm{II}, n, n', \lambda|\rho|\mathrm{II}, n, n', \lambda'\rangle - \frac{1}{2}[\langle n, \lambda|\rho|n, \lambda'\rangle + \langle n', \lambda|\rho|n', \lambda'\rangle]. \tag{4}$$

Таким образом, если известна поляризационная матрица $\langle n, \lambda|\rho|n, \lambda'\rangle$, то недиагональные элементы $\langle n, \lambda|\rho|n', \lambda'\rangle$ при фиксированных значениях n, n' определяются с помощью восьми экспериментов с двумя детекторами.

Из полученных выражений (1—4) можно сделать заключение о поведении матриц $\rho^{(1),(2)}$ относительно перестановки $n \rightleftarrows n'$

$$\rho^{(1)}_{\lambda\lambda'}(n, n') = \rho^{(1)}_{\lambda\lambda'}(n', n), \quad \rho^{(2)}_{\lambda\lambda'}(n, n') = -\rho^{(2)}_{\lambda\lambda'}(n', n), \tag{5}$$

При $n = n'$ $\rho^{(2)}(n, n')$ обращается в нуль, а $\rho^{(1)}(n, n')$ совпадает с поляризационной матрицей $\langle n, \lambda|\rho|n, \lambda'\rangle$. Производя параметризацию матриц $\rho^{(1),(2)}$, будем иметь

$$\hat{\rho}^{(i)}(n, n') = \frac{1}{2}[w^{(i)}(n, n')\hat{I} + \xi^{(i)}(n, n')\hat{\sigma}], \quad (i=1, 2).$$

Параметры $w^{(i)}$, $\xi^{(i)}$ связаны с параметрами Стокса соотношениями

$$w^{(i)}(n, n') = w^{(\alpha)}(n, n') - \frac{1}{2}[w(n) + w(n')], \\ \xi^{(i)}(n, n') = w^{(\alpha)}(n, n')\xi^{(\alpha)}(n, n') - \frac{1}{2}[w(n)\xi(n) + w(n')\xi(n')], \\ i = 1, 2; \quad \alpha = \mathrm{I}, \mathrm{II}, \tag{6}$$

где $w^{(\alpha)}$, $\xi^{(\alpha)}$ ($\alpha = \mathrm{I}, \mathrm{II}$) параметры Стокса состояний $|\mathrm{I}, n, n'\rangle$, $|\mathrm{II}, n, n'\rangle$ соответственно. Используя разложение сферической волны на плоские и выражения (3), (6) для $\langle n, \lambda|\rho|n', \lambda'\rangle$, можно представить связь двух представлений матрицы плотности в виде

$$\langle jmp|\rho|j'm'p'\rangle = \frac{i^{j+j'-p-p'}}{16\pi}[(2j+1)(2j'+1)]^{1/2}\oint do\,do'\,D^{(j)}_{\mathrm{I}m}(n)D^{(j')*}_{\mathrm{I}m'}(n') \times \\ \times\{\xi^{(1)}_3(n, -n') + \xi^{(2)}_1(n, -n') - i(\xi^{(1)}_1(n, -n') - \xi^{(2)}_3(n, -n')) +$$

$$+(-1)^{j+j'+p+p'}[\xi_3^{(1)}(-n, n')-\xi_1^{(2)}(-n, n')+i(\xi_1^{(1)}(-n, n')+\xi_3^{(2)}(-n, n'))]+$$
$$+(-1)^{j+p}[w^{(1)}(-n, -n')-\xi_2^{(1)}(-n, -n')+i(w^{(2)}(-n, -n')-\xi_2^{(2)}(-n, -n'))]+ \tag{7}$$
$$+(-1)^{j'+p'}[w^{(1)}(n, n')+\xi_2^{(1)}(n, n')+i(w^{(2)}(n, n')+\xi_2^{(2)}(n, n'))]\}.$$

Эта формула составляет основу дальнейшего анализа и фактически связывает все элементы матрицы плотности фотона в представлении сферических волн с измеряемыми величинами $w^{(i)}$, $\xi^{(i)}$.

Перейдем теперь к рассмотрению свойств поляризационных параметров $w^{(i)}$, $\xi^{(i)}$ $(i=1, 2)$, соответствующих определенным квантовым состояниям фотона в пространстве операторов четности, момента и проекции момента,

а) *Состояние с определенной четностью.* Элементы $\langle jmp|\rho|j'm'p'\rangle$ описывают состояние с определенной четностью, если они отличны от нуля только при выполнении условия $(-1)^{j+p}=(-1)^{j'+p'}$; требуя равенства нулю всех элементов, для которых последнее условие не выполняется, из формулы (7) получим, что $w^{(i)}(n, n')=w^{(i)}(-n, -n')$, $\xi_1^{(i)}(n, n')=-\xi_1^{(i)}(-n, -n')$, $\xi_3^{(i)}(n, n')=\xi_3^{(i)}(-n, -n')$, $\xi_2^{(i)}(n, n')=-\xi_2^{(i)}(-n, -n')$, т. е. если $w^{(i)}$, $\xi_3^{(i)}$ четные, а $\xi_1^{(i)}$, $\xi_2^{(i)}$ нечетные функции, то фотон обладает определенной четностью. При этом с помощью (7) можно показать, что если выполняются условия $w^{(i)}(n, n')=\pm\xi_3^{(i)}(n, -n')$, $\xi_2^{(1)}(n, n')=\pm\xi_1^{(2)}(n, -n')$, $\xi_2^{(2)}(n, n')=\mp\xi_1^{(1)}(n, -n')$, то верхний знак соответствует положительной четности, а нижний — отрицательной.

б) *Состояние с определенными моментами и проекцией момента.* Фотон обладает определенным моментом j_0, если для всех значений j, m, p выполняется условие $\langle jmp|\rho|j'm'p'\rangle=\delta_{jj_0}\delta_{j'j_0}\times R^{pp'}_{mm'}(j_0)$. Из (7) видно, что это условие выполняется в том и только в том случае, если выражение в фигурных скобках в (7) имеет вид

$$\{\ldots\}=\sum_{MM'pp'} A^{pp'}_{MM'}(j_0)D^{(j_0)*}_{1M}(n)D^{(j_0)}_{1M'}(n'),$$

где $A^{pp'}_{MM'}(j_0)$ не зависящие от n, n' коэффициенты. Решая это равенство относительно $w^{(i)}$, $\xi^{(i)}$, можно убедиться, что они выражаются через следующие комбинации функций Вигнера: $D^{(j_0)*}_{1m}(n)D^{(j_0)}_{1m'}(n')$, $D^{(j_0)*}_{1m}(-n)D^{(j_0)}_{1m'}(-n')$ и $(n\rightleftarrows n')$. Поскольку функция Вигнера является собственной функцией оператора квадрата полного момента $\hat{j}^2$, то очевидно, что в состоянии с определенным моментом j_0 все поляризационные параметры $w^{(i)}$, $\xi^{(i)}(i=1, 2)$ являются собственными функциями операторов: $\hat{j}^2(\theta, \varphi)$, $\hat{j}^2(\theta', \varphi')$ с собственным значением $j_0(j_0+1)$.

Аналогично можно показать, что в случае состояния с определенной проекцией момента параметры $w^{(1)}+iw^{(2)}$, $\xi_j^{(1)}+i\xi_j^{(2)}$ $(j=1, 2, 3)$ становятся собственными функциями оператора $\hat{j}_z(\varphi)$, $\hat{j}_z(\varphi')$, причем их собственные значения отличаются знаком $(\pm m_0)$.

В заключение отметим, что все вышесказанное относится к параметрам $w^{(i)}(n, n')$, $\xi^{(i)}(n, n')$ при $n\neq n'$.

Авторы выражают благодарность академику АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну за многочисленные стимулирующие обсуждения.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Վ. Ե. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Վ. Հ. ՉԱԼԹԻԿՅԱՆ

Ֆոտոնի սֆերիկ վիճակի գրանցման մասին

Առաջարկվում է գրանցման եղանակ, որը հնարավորություն է տալիս ուսումնասիրելու որոշակի իմպուլս չունեցող ֆոտոնի բնեռացման հատկությունները։ Աշխատանքում հետազոտվում է այդ հատկությունների և ֆոտոնի սֆերիկ վիճակների միջև եղած կապը։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский*, Квантовая электродинамика, Наука, М., 1980.