УДК 537.8

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Р. Г. Тарханян

Электромагнитный солитон в антиферромагнетиках

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Иосифьяном 21/VI 1985)

Солитоны—уединенные волны, локализованные в пространстве и во времени, возникают во многих физических объектах, обладающих дисперсией и нелинейностью самой различной природы ⁽¹⁾. В настоящей статье показана возможность существования солитонов нового типа в антиферромагнетиках, а именно, солитонов спин-решеточных (СР) поляритонов, представляющих собой своеобразный гибрид магнитоактивной ветви тепловых колебаний спиновой решетки антиферромагнитного кристалла с электромагнитными волнами. Наличие таких коллективных колебаний было предсказано в работе ⁽²⁾, где построена линейная феноменологическая теория СР-поляритонов на основе совместного решения инверсионно-сопряженной системы уравнений Иосифьяна ⁽³⁾ и макроскопического уравнения движения для колебаний магнитоионной кристаллической решетки. Эти волны существенно отличаются как от волн намагниченности (полагается, что смещения узлов решетки происходят без изменения ориентации магнитных моментов), так и от обычных поляритонов в ионном кристалле, так как СР-поляритоны существуют, даже если все атомы в узлах решетки нейтральные ⁽²⁾.

В настоящей работе получены точные аналитические решения системы уравнений, описывающих нелинейные механические колебания спиновой решетки в антиферромагнетике, связанные с линейными электромагнитными волнами инфракрасного диапазона. Указанная связь приводит к изменению знака коэффициента квазиупругой силы, действующей на атом при его смещении в элементарной ячейке. При этом упругая сила становится невозвращающей, а эффективная потенциальная энергия колебательной моды имеет два минимума, что и приводит к возможности солитонного решения. Скорость солитонов, как оказывается, лежит в области значений, запрещенных для фазовой скорости СР-поляритонов, исследованных в ⁽²⁾.

Рассмотрим изотропный антиферромагнетик, кристаллическая решетка которого состоит из двух подрешеток атомов с противоположно направленными спинами. Как и в ⁽²⁾, полагаем, что в элементарной ячейке имеются два атома с эффективными «магнитными зарядами» $\pm\varphi$, где $\varphi = -\text{div}\vec{M}$, $\vec{M}(r)$ —плотность макроскопического магнитного момента подрешетки, приходящаяся на один атом. Обозначим относительное смещение атомов из положений равновесия в элементарной

ячейке через $\vec{w}$ и рассмотрим длинноволновые колебания решетки, уравнение движения которых имеет вид:

$$m\ddot{w} = -\alpha\vec{w} - \gamma w^2\vec{w} + \varphi\vec{H}. \quad (1)$$

Здесь $m = (m_+^{-1} + m_-^{-1})^{-1}$ — приведенная масса атомов в элементарной ячейке. α и γ — линейный и нелинейный коэффициенты квазиупругой силы, действующей на атом при его смещении относительно другого атома, $\vec{H}$ — напряженность магнитного поля, действующего на данный атом со стороны всех остальных атомов кристалла и внешнего поля. Для построения нелинейной теории СР-поляритонов необходимо наряду с уравнением механических колебаний (1) использовать уравнения электромагнитного поля, которые удобно применять в инверсионно-сопряженной форме, предложенной в (3):

$$\left. \begin{aligned} \text{rot}\vec{E} &= \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, & \text{div}\vec{B} &= 0, \\ \text{rot}\vec{H} &= -\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, & \text{div}\vec{D} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Удобство этих уравнений заключается в том, что при наличии свободных магнитных зарядов $\text{div}\vec{B} \neq 0$ ($\vec{B} \neq \text{rot}\vec{A}$), но $\vec{D} = \text{rot}\vec{K}$.

Полагая $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, где ε — диэлектрическая проницаемость кристалла, и исключая из (2) вектор $\vec{E}$, получим:

$$\text{rot rot}\vec{H} = -\varepsilon \frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}. \quad (3)$$

Вектор магнитной индукции имеет вид (2)

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + N\varphi\vec{W}, \quad (4)$$

где $\mu = 1$ — магнитная проницаемость, N — число ячеек в единице объема. Рассмотрим распространение линейно-поляризованных ($\vec{W} \parallel \vec{H}$ оси x) поперечных СР-поляритонов в направлении оси z . Тогда из (1), (3) и (4) получим систему уравнений

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -\alpha w - \gamma w^3 + \varphi H, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = \varepsilon\varphi N \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (6)$$

Для нахождения стационарного решения этой системы будем считать, что w и H являются функциями только от $\zeta = z - vt$, т. е. перейдем к системе координат, движущейся вместе с волной с фазовой скоростью v . Тогда из (6) после двукратного интегрирования получим:

$$H = \frac{\varepsilon\varphi N v^2}{1 - \varepsilon\mu v^2} w, \quad (7)$$

при этом постоянные интегрирования выбраны из условий $H = w = \frac{\partial w}{\partial \zeta} = \frac{\partial H}{\partial \zeta} = 0$ при $\zeta \rightarrow \pm \infty$. Подстановка (7) в (5) дает

$$mv^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta^2} = -\alpha' w - \gamma w^3, \quad (8)$$

где
$$\alpha' = \alpha + \frac{m(\omega_l^2 - \omega_l^2)}{1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^2} \quad (9)$$

$\omega_l = \sqrt{\alpha/m}$, $\omega_l = \sqrt{(\alpha + N\phi^2\mu^{-1})/m}$ — частоты поперечных и продольных колебаний решетки соответственно (²), $v_0 = (\epsilon\mu)^{-\frac{1}{2}}$. Легко видеть, что (8) совпадает с уравнением движения для ангармонического осциллятора с потенциальной энергией

$$u(w) = \frac{\alpha' w^2}{2} + \frac{\gamma w^4}{4}, \quad (10)$$

где α' — эффективный линейный коэффициент квазиупругой силы, учитывающий взаимодействие механических колебаний магнитоионной решетки с электромагнитными волнами. Пока $\alpha' > 0$, квазиупругая сила является возвращающей, а точка $w = 0$ является единственным минимумом функции $u(w)$, где имеет место устойчивое равновесие, при этом солитоны отсутствуют. Но как только α' становится отрицательным, т. е. когда связь механических и электромагнитных колебаний приводит к изменению знака линейного коэффициента квазиупругой силы, уравнение (8) допускает солитонное решение

$$w = \pm w_0 \operatorname{ch}^{-1} \left(\frac{\zeta - \zeta_0}{\Delta} \right), \quad (11)$$

где
$$w_0 = \sqrt{-\frac{2\alpha'}{\gamma}}, \quad (12) \quad \Delta = v \sqrt{-\frac{m}{\alpha'}} \quad (13)$$

— амплитуда и ширина солитона соответственно, ζ_0 — произвольная постоянная интегрирования. При этом квазиупругая сила становится невозвращающей, а в точке $w = 0$ имеет место бифуркация — возникают две новые точки устойчивого равновесия $w = \pm \sqrt{-\frac{\alpha'}{\gamma}}$, соответствующие минимумам потенциальной энергии $u(w)$, в окрестности которых колебания имеют квазигармонический характер. Солитон возникает, если амплитуда колебаний достигает значения (12), при этом потенциальная энергия (10) исчезает: $u(w_0) = 0$. Из условия $\alpha' < 0$ легко видеть, что рассматриваемые солитоны существуют в области значений скорости

$$v_0 \frac{\omega_l}{\omega_l} < v < v_0, \quad (14)$$

т. е. $v_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ — максимальная скорость самого узкого ($\Delta \rightarrow 0$) и са-

мого высокого ($\omega_0 \rightarrow \infty$) солитона. Заметим, что в области (14) поперечные СР-поляритоны распространяться не могут, так как волновое число оказывается чисто мнимым ⁽²⁾. Скорость, амплитуда и область локализации солитона связаны соотношением

$$\frac{\omega_0 \Delta}{v} = \sqrt{\frac{2m}{\gamma}} = \text{const.} \quad (15)$$

Используя (9), соотношения (12) и (13) можно переписать в виде

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2m(\omega_l^2 v^2 - \omega_l^2 v_0^2)}{\gamma(v_0^2 - v^2)}}, \quad (12a)$$

$$\Delta = v \sqrt{\frac{v_0^2 - v^2}{\omega_l^2 v^2 - \omega_l^2 v_0^2}}, \quad (13a)$$

откуда следует, что с увеличением скорости солитона в области (14) его амплитуда монотонно возрастает от нуля до бесконечности, а область локализации монотонно уменьшается от бесконечности до нуля при $v = v_0$. Стационарный профиль импульса с конечной амплитудой устанавливается благодаря балансу между двумя конкурирующими процессами: деформацией волны из-за ее нелинейности и расплыванием из-за дисперсии. Заметим, что в отличие от соотношения (12), которое существенно зависит от нелинейного коэффициента γ , соотношение (13) не содержит никаких нелинейных свойств. Если ввести квазиволновое число $K = \frac{1}{\Delta}$ и квазичастоту $\Omega = Kv$, то из (13a) получим дисперсионное соотношение для солитонов

$$\frac{K^2}{\Omega^2} = \epsilon \mu \frac{\Omega^2 + \omega_l^2}{\Omega^2 + \omega_l^2}, \quad (16)$$

которое совпадает с законом дисперсии СР-поляритонов (см. формулу (10) в работе ⁽²⁾), если в последнем заменить частоту ω и волновой вектор k на чисто мнимые величины $i\Omega$ и iK соответственно.

В заключение приведем выражения для напряженностей электрического и магнитного поля солитона:

$$E = \frac{m\beta}{(1-\beta^2)^{3/2}} \sqrt{\frac{2N}{\epsilon\gamma} (\omega_l^2 - \omega_l^2)(\omega_l^2 \beta^2 - \omega_l^2)} \text{ch}^{-1}\left(\frac{z-vt-\zeta_0}{\Delta}\right),$$

$$H = \epsilon v E, \quad \beta = \frac{v}{v_0}. \quad (17)$$

Автор признателен академику АН Армянской ССР А. Г. Иосифьяну за полезное обсуждение.

Институт радиопизики и электроники
Академии наук Армянской ССР

էլեկտրամագնիսական սոլիտոնը անտիֆերոմագնետիկներում

Ցույց է տրված, որ անտիֆերոմագնետիկներում կարող են տարածվել նոր տեսակի սոլիտոններ՝ ժամանակի և տարածության մեջ լուկալիզացված ոչ գծային ալիքներ, որոնք իրենցից ներկայացնում են էլեկտրամագնիսական ալիքների և սպինային ցանցի օպտիկական տատանումների յուրատեսակ հիբրիդ: Ստացված է այդ կոլեկտիվ տատանումները նկարագրող ոչ գծային հավասարումների սխեմեմի ճշգրիտ անալիտիկ լուծումը: Ցույց է տրված, որ սոլիտոնների արագությունը փոխվում է մի տիրույթում, որն արգելված է սպին—ցանցային սոլյարիտոնների համար: Սոլիտոնի արագությունը մեծանալու հետ նրա ամպլիտուդան մոնոտոն կերպով աճում է, իսկ լայնությունը՝ նվազում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Дж. Л. Лэм, Введение в теорию солитонов, Мир, М., 1983. • Р. Г. Тарханян, ДАН АрмССР, т. 84, № 1 (1987). ³ А. Г. Иосифьян, ДАН АрмССР, т. 51, вып. 1 (1970).