

УДК 550.837.3

ГЕОФИЗИКА

В. Б. Гамоян, Ф. С. Унусян

**Пространственное распределение поля блуждающих токов
 при наличии вытянутых тел**

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. Т. Асланяном 11/V 1984)

Настоящая статья посвящена изучению распределения поля квазистационарных электрических помех от железных дорог рудников при наличии тела цилиндрической формы. Она служит разработке методики интерпретации аномалий над протяженными рудными телами, а также учета влияния рельефа и подземных горных выработок при работе методом блуждающих токов (БТ) (1).

Принята однородная среда с удельным электрическим сопротивлением ρ_0 и включением цилиндра радиуса a с удельным сопротивлением ρ_1 . Выбрана цилиндрическая система координат (φ, r, z) , ось z которой совмещена с осью цилиндра. „Линейно-двухполюсный“ источник блуждающих токов (2) расположен так, чтобы положительный его полюс находился на расстоянии l от оси цилиндра. Потенциалы электрического поля в любой точке вне (U_1) и внутри (U_2) цилиндрического тела удовлетворяют уравнению Лапласа

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0. \quad (1)$$

Функции U_1 и U_2 должны иметь конечные значения всюду кроме точек, лежащих в источнике, и удовлетворять граничным условиям, требующим непрерывности потенциала и нормального составляющего плотности тока.

Общее решение уравнения Лапласа (1) можно представить в виде (3)

$$U = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n \cos(n\varphi) + B_n \sin(n\varphi)] \times \\
 \times \left\{ \int_0^{\infty} I_n(\lambda r) [C(\lambda) \sin(\lambda z) + D(\lambda) \cos(\lambda z)] d\lambda + \right. \\
 \left. + \int_0^{\infty} K_n(\lambda r) [M(\lambda) \sin(\lambda z) + N(\lambda) \cos(\lambda z)] d\lambda \right\}. \quad (2)$$

где $I_n(\lambda r)$, $K_n(\lambda r)$ — модифицированные функции Бесселя (4); A_n , B_n , $C(\lambda)$, $D(\lambda)$, $M(\lambda)$, $N(\lambda)$ — коэффициенты, определяемые из условий задачи; λ и n — параметры разделения переменных.

Учитывая симметрию поля относительно плоскостей $z_i=0$ и $\varphi_i=0$, при которой $\sin(\lambda z_i)=\sin(n\varphi_i)=0$, формула (2) примет вид

$$U = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(n\varphi) \left[\int_0^{\infty} I_n(\lambda r) D(\lambda) \cos(\lambda z) d\lambda + \int_0^{\infty} K_n(\lambda r) N(\lambda) \cos(\lambda z) d\lambda \right]. \quad (2')$$

Для получения выражений распределения потенциала „линейно-двухполюсного“ источника последний разбит на $2m+1$ δ -элементарных отрезков, и каждый отрезок принят за точечный источник.

Потенциал „линейно-двухполюсного“ источника в однородной среде согласно (3,5) определяется формулой

$$U_0 = \frac{2H\rho_0}{\pi} \sum_{i=1}^{2m+1} \frac{\text{sh}(m+1-i)\alpha}{b_i}, \quad (3)$$

где

$$H = \frac{I_0 R_p}{4[R_f \text{sh}(m\alpha) + \sqrt{4R_k R_p + R_p^2} \text{ch}(m\alpha)]};$$

I_0 — ток, подаваемый в источник (рельсы электрифицированных железных дорог); R_p — сопротивление δ отрезка рельсового пути; R_k — сопротивление заземления δ отрезка рельсового пути; $\alpha = 2 \ln \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_p}{R_k} + 1 + \sqrt{1 + \frac{R_p}{R_k}}} \right)$; b_i — расстояние точки определения от i -го отрезка источника.

Учитывая конечность функции U_1 , регулярность ее в бесконечности и особенность в источнике, потенциал в окружающей среде представлен как сумма потенциала U_0 , не искаженного проводимостью иного тела, и потенциала, обусловленного цилиндрической неоднородностью. При этом коэффициенты $I_n(\lambda r)$ равны нулю, так как $I_n(\lambda r) \rightarrow \infty$ при $r \rightarrow \infty$:

$$U_1 = U_0 + \sum_{i=1}^{2m+1} \sum_{n=0}^{\infty} \cos(n\varphi_i) \int_0^{\infty} B_n^*(\lambda) K_n(\lambda z_i) \cos(\lambda z_i) d\lambda, \quad (4)$$

где $B_n^*(\lambda) = A_n N(\lambda)$

Потенциал внутри цилиндра определяем из (2'), принимая коэффициенты $K_n(\lambda r)$ равными нулю, так как $K_n(\lambda r) \rightarrow \infty$ при $r \rightarrow 0$:

$$U_2 = \sum_{i=1}^{2m+1} \sum_{n=0}^{\infty} \cos(n\varphi_i) \int_0^{\infty} C_n^*(\lambda) I_n(\lambda r) \cos(\lambda z_i) d\lambda, \quad (5)$$

где $C_n^*(\lambda) = A_n D(\lambda)$.

Для определения коэффициентов $B_n^*(\lambda)$ и $C_n^*(\lambda)$ $\frac{1}{b_i}$ представлено функцией Бесселя нулевого порядка:

$$\frac{1}{b_i} = \frac{1}{\sqrt{b_i^2 + z_i^2}} = \frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} K_0(i b_i) \cos(i z_i) d i,$$

где z_i и b_i определяются из рис. 1.

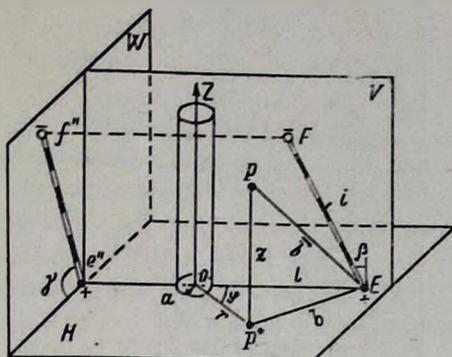


Рис. 1. Простая модель источника БГ при наличии тела цилиндрической формы

По теореме сложения цилиндрических функций (6)

$$K_0(\lambda b_i) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n^* K_n(\lambda L_i) I_n(\lambda r) \cos(n \varphi_i), \quad (6)$$

где $\varepsilon_n^* = 2$ при $n \neq 0$ и $\varepsilon_n^* = 1$ при $n = 0$.

Подставив значения \bar{b}_i в формулу (3) и учитывая (6), выведем выражение

$$U_0 = H \rho_0 \sum_{l=1}^{2m+1} \text{sh}(m+1-l)\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n^* \cos(n \varphi_i) \times \\ \times \int_0^{\infty} K_n(\lambda L_i) I_n(\lambda r) \cos(\lambda z_i) d \lambda. \quad (7)$$

Руководствуясь предельными и граничными условиями, при помощи формул (4), (5) и (7) получены математические выражения для $C_n^*(\lambda)$ и $B_n^*(i)$:

$$C_n^*(i) = \frac{H \rho_0 \rho_1 \varepsilon_n^* \text{sh}(m+1-l)\alpha K_n(\lambda L_i)}{\rho_1 - (\rho_1 - \rho_0) I_n'(\lambda a) K_n(\lambda a)};$$

$$B_n^*(i) = \frac{H \rho_0 (\rho_0 - \rho_1) \varepsilon_n^* \text{sh}(m+1-l)\alpha K_n(\lambda L_i) I_n'(\lambda a) I_n(\lambda a)}{I_n'(\lambda a) K_n(\lambda a) (\rho_0 - \rho_1) - \frac{\rho_1}{\lambda a}}.$$

С целью изучения закономерности распределения поля с помощью формул (4) и (5) вычислены значения потенциала и построены карты при $\rho_1/\rho_0 = 0,1$ и 10^2 , $a = 20$ и 40 , $l = 50$, $\gamma = 90^\circ$, $\beta = 0^\circ$. На рис. 2 показаны карты потенциала поля простого „линейно-двухполюсного“ источника в плоскости H при однородной среде и при на-

личии хорошопроводящего и высокоомного цилиндрических тел. При всех трех случаях удельное электрическое сопротивление окружающей среды принято 220 Ом.м.

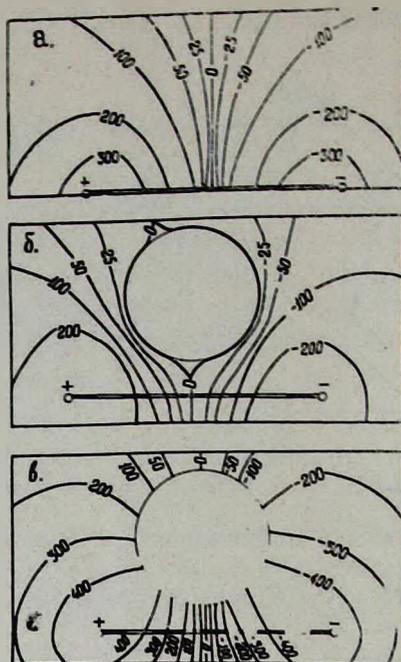


Рис. 2. Карты потенциала простого «линейно-двухполюсного» источника в различных средах: а—однородная изотропная среда с $\rho_0 = 220$ Ом. м б—неоднородная изотропная среда ($\rho_0 = 220$ Ом.м) с включением изопотенциального цилиндра; в—неоднородная среда ($\rho_0 = 220$ Ом.м) с включением цилиндра бесконечного сопротивления

В случае однородной среды (рис. 2,а) поле характеризуется симметрией по отношению к горизонтальной и вертикальной осям. Горизонтальная ось симметрии совпадает с источником поля, вертикальная ось проходит по средней точке между полюсами источника.

Изолинии потенциала, огибающие полюса источника, имеют вытянутую форму с коэффициентом сжатия примерно 0,9. Экстремумы поля со значением потенциала 320 мВ заметно сближены по отношению к межполюсному расстоянию источника (отношение расстояний между полюсами и экстремумами составляет 1,2). Вдоль источника, между его полюсами, градиент потенциала почти постоянный, за пределами источника—падает по ходу удаления от него.

При наличии хорошопроводящего цилиндрического тела (рис. 2,б): а) понижается уровень и уменьшается область распространения поля, особенно в пределах цилиндрического тела и за ним; б) поле характеризуется асимметрией по отношению к «линейно-двухполюсному» источнику и к вертикальной линии, проходящей по средней точке

между полюсами источника; в) наблюдается относительно высокий градиент потенциала между положительным полюсом источника и цилиндрическим телом, что объясняется сгущением токовых линий по направлению наименьшего сопротивления; г) за цилиндрическим телом изолинии сильно разрежены. Это объясняется тем, что хорошо проводящее тело является в какой-то мере заряженным, следовательно и фактором перераспределения поля; д) часть поверхности цилиндра, куда заходят токовые линии, значительно меньше части, где они выходят.

При наличии высокоомного цилиндрического тела наблюдается совершенно иной характер распределения поля (рис. 2, в): а) повышается уровень и увеличивается область распространения поля. Значение потенциала особенно высокое между источником и цилиндром; б) наблюдается асимметрия поля по отношению к источнику. По отношению к вертикальной оси поле симметрично.

Искажение параметров поля прямо пропорционально диаметру цилиндра.

На рис. 3 изображены нормированные кривые приращения по-

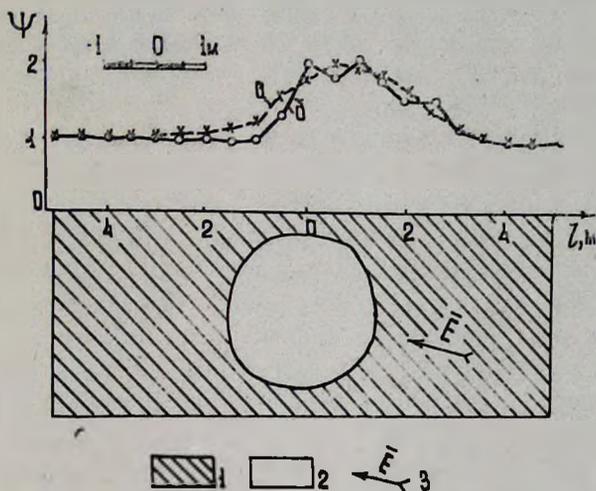


Рис. 3. Кривые Ψ над подземной горной выработкой, полученные путем теоретических расчетов (а) и путем полевых экспериментальных наблюдений (б). 1—габбро; 2—подземная горная выработка; 3—направление поля

тенциала блуждающих токов, показывающие влияние горной выработки.

Четкое совпадение кривых указывает на практическую применимость результатов проведенных исследований.

Институт геофизики и инженерной
сейсмологии Академии наук
Армянской ССР

Թափառող հոսանքների դաշտը ձգված հանճային մարմինների առկայության դեպքում

Ստացված են մաթեմատիկական բանաձևեր, որոնք արտահայտում են թափառող հոսանքների դաշտի տարածական բաշխումը գլանաձև հանքային մարմինների առկայության դեպքում:

Ներկայացված են դաշտի պոտենցիալի քարտեզներ տարբեր հարթությունների վրա, հանքային մարմնի և շրջապատող ապարների տարբեր տեսակարար էլեկտրական դիմադրությունների դեպքում:

Ներկայացվող նյութը կարևոր նշանակություն կունենա էլեկտրահետախուզության թափառող հոսանքների նորագույն մեթոդի զարգացման պրոծում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С. В. Бадалян, Г. О. Газарян, В. Б. Гамоян, Подземная электроразведка на рудных месторождениях Армении. Ереван, Изд-во АН АрмССР, 1980. ² В. Б. Гамоян, Е. М. Лулечян, Изв. АН АрмССР. Науки о Земле, т. 31, № 2 (1978). ³ В. П. Дьяконов, Изв. АН СССР. Сер. геофизика, № 1, 1967. ⁴ Справочник по специальным функциям, Наука, М., 1979. ⁵ Г. В. Зевеке, А. П. Нонкин и др., Основы теории цепей, Госэнергоиздат, М., 1963. ⁶ Ю. Люк, Специальные математические функции и их аппроксимации, Мир, М., 1980.