

УДК 624.131.437

МЕХАНИКА ГРУНТОВ

А. Л. Гольдин, С. Р. Месчан, Г. Ф. Рустамян

Плоская задача виброконсолидации водонасыщенного
глинистого грунта

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. И. Тер-Степаняном 14/X 1983)

Экспериментами установлено, что под действием вибрационных эффектов глинистые грунты, как и песчаные, претерпевают дополнительные деформации. Поэтому учет вибрационных эффектов при решении задач консолидации водонасыщенных глинистых грунтов представляет значительный теоретический и практический интерес.

В статье рассмотрено решение плоской задачи консолидации водонасыщенного глинистого грунта с учетом виброползучести скелета, при пренебрежении сжимаемостью твердых частиц и поровой воды (жидкости) и изменяемостью коэффициента фильтрации. Для решения этой задачи использовано обычное уравнение плоской задачи фильтрационной консолидации (¹)

$$\frac{\partial e}{\partial t} = (1 + e_m) \cdot k \cdot \nabla^2 H, \quad (1)$$

где e — коэффициент пористости; e_m — среднее значение коэффициента пористости; k — коэффициент фильтрации; H — избыточное давление в поровой воде (напор); ∇^2 — оператор Лапласа.

При выводе общего уравнения виброконсолидации грунтового основания с учетом виброползучести скелета его мера $C_k(t-\tau, a)$ представлена в виде произведения меры статической ползучести $C_k(t-\tau)$ и функции амплитуды колебаний $F(a)$ (²)

$$C_k(t-\tau, a) = C_k(t-\tau) \cdot F(a). \quad (2)$$

Частота колебаний постоянная $\omega = \text{const}$.

Мера статической ползучести скелета грунта записана в виде степенной зависимости

$$C_k(t-\tau) = A \cdot (t-\tau)^m, \quad (3)$$

которая хорошо согласуется с экспериментом. Для функции амплитуды колебаний использовано соотношение (²)

$$F(a) = B_0 \cdot a^n + 1, \quad (4)$$

удовлетворяющее условию $F(a=0) = 1$.

В соотношениях (3) и (4) A , m , B_0 и n — определяемые из эксперимента параметры.

Мера виброползучести (2), с учетом (3) и (4), принимает следующий вид (²):

$$C_k(t-\tau, a) = A(t-\tau)^m (B_0 a^n + 1), \quad (5)$$

где a — относительная амплитуда колебаний.

Полная относительная деформация скелета грунта при вибрации, выраженная через изменяемость коэффициента пористости e , представлена в виде

$$\delta(t-\tau, a) = \left[\frac{1}{E_k} + C_k(t-\tau, a) \right] (1+e_0) = m_{c,0} + A_0(t-\tau)^m (B_0 a^n + 1), \quad (6)$$

где $m_{c,0} = (1+e_0)/E_k$ — мгновенная деформация при единичном напряжении; $A_0 = A(1+e_0)$; e_0 — коэффициент начальной пористости.

Уравнение изменяемости коэффициента пористости водонасыщенного глинистого грунта $e(t)$ при плоском напряженном состоянии представлено в виде соотношения теории наследственной ползучести нестарееющего материала (1):

$$e(t) = e(0) - \frac{\theta(0)\delta(t-0, a)}{1+\xi} - \frac{1}{1+\xi} \int_0^t \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \delta(t-\tau, a) d\tau, \quad (7)$$

где $e(0)$ — коэффициент начальной пористости грунта; θ — сумма главных нормальных напряжений; ξ — коэффициент бокового давления.

Дифференцируя (7) по t и подставляя полученное выражение в (1), после некоторых преобразований получим следующее интегродифференциальное уравнение плоской задачи виброконсолидации водонасыщенного глинистого грунта с учетом виброползучести скелета:

$$m_{c,0} \frac{\partial \theta}{\partial t} + A_0 m (B_0 a^n + 1) \int_0^t \frac{\partial \theta}{\partial \tau} (t-\tau)^{m-1} d\tau = -(1+e_m)(1+\xi)k_V^2 H, \quad (8)$$

где e_m — среднее значение коэффициента пористости грунта.

Известно, что (1)

$$\theta = \theta^* - 2\gamma_w(H - H^*), \quad (9)$$

где $\theta^* = \sigma_x^* + \sigma_z^*$ — сумма главных нормальных напряжений, соответствующая состоянию мгновенной стабилизации деформации скелета грунта; H^* — избыточный напор в поровой воде в том же состоянии грунта; γ_w — удельный вес воды.

Дифференцируя (9) по t и подставляя в (8), а также принимая для простоты $H^* = 0$, приходим к уравнению консолидации с учетом виброползучести скелета грунта, выраженного через напорную функцию:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{1}{2\gamma_w} \frac{\partial \theta^*}{\partial t} - \frac{A_0 m (B_0 a^n + 1)}{2\gamma_w m_{c,0}} \int_0^t \Phi(\tau) (t-\tau)^{m-1} d\tau = \\ = \frac{(1+e_m)(1+\xi)k_V^2 H}{2\gamma_w m_{c,0}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\Phi(\tau) = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} - 2\gamma_w \frac{\partial H}{\partial \tau}$.

Интеграл левой части (10) заменяем суммой интегралов на каждом расчетном шаге по времени Δt :

$$\begin{aligned} \int_0^t \Phi(\tau)(t-\tau)^{m-1} d\tau &= \sum_{\omega=1}^{\lambda} \int_{(\omega-1)\Delta t}^{\omega\Delta t} \Phi(\tau)(t-\tau)^{m-1} d\tau = \\ &= \sum_{\omega=1}^{\lambda} \frac{\Phi[(\omega-1)\Delta t] + \Phi(\omega\Delta t)}{2} \int_{(\omega-1)\Delta t}^{\omega\Delta t} (t-\tau)^{m-1} d\tau = \frac{\Delta t^m}{2m} \sum_{\omega=1}^{\lambda} \left\{ \Phi[(\omega-1)\Delta t] + \right. \\ &\quad \left. + \Phi(\omega\Delta t) \right\} [(\lambda-\omega)^m - (\lambda-\omega+1)^m] = \frac{\Delta t^m}{2m} F_{t,l,k}, \end{aligned} \quad (11)$$

где ω —номер шага по времени; λ —число шагов на интервале времени $[0, t]$.

Для удобства расчета на ЭВМ уравнение (10), с учетом (11), представляем в конечно-разностном виде для квадратной сетки с шагом $\Delta x = \Delta z = \Delta h$:

$$\begin{aligned} H_{t+1,l,k} &= \left[1 - 4 \frac{k' \Delta t}{(\Delta h)^2} \right] H_{t,l,k} + \frac{\Delta \theta_{t,l,k}^*}{2\gamma_w} + \frac{A_0(B_0 a^n + 1) \Delta t^{m+1}}{4\gamma_w m_{c,0}} \times \\ &\quad \times F_{t,l,k} + \frac{k' \Delta t}{(\Delta h)^2} M_{t,l,k}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$k' = \frac{(1+e_m)(1+\xi)k}{2\gamma_w m_{c,0}}, \quad (13)$$

$$M_{t,l,k} = H_{t,l+1,k} + H_{t,l-1,k} + H_{t,l,k+1} + H_{t,l,k-1}. \quad (14)$$

С целью обеспечения устойчивости решения (12) расчетный шаг по времени выбираем из следующего условия:

$$\left[1 - \frac{4k' \Delta t}{(\Delta h)^2} \right] \geq 0, \quad (15)$$

откуда следует, что

$$\Delta t_{\max} = \frac{(\Delta h)^2}{4k'}. \quad (16)$$

При численном решении задачи расчетный шаг по времени может быть уточнен методом последовательного приближения.

Начальное условие задачи определяется из соотношения

$$H(x, z, 0) = \frac{\sigma_x^{*(0)} + \sigma_z^{*(0)}}{2\gamma_w}, \quad (17)$$

где $\sigma_x^{*(0)}$ и $\sigma_z^{*(0)}$ —напряжения, определяемые из соответствующего решения задачи теории упругости.

Граничные условия задачи следующие: при $z=0$ $H=0$, при $z=h$ $H=0$ или $\frac{\partial H}{\partial x} = 0$ в зависимости от условия дренирования.

На боковых границах принимается $\frac{\partial H}{\partial x} = 0$.

Осадка основания определяется послойным суммированием деформаций по глубине расчетной области $h = N \cdot \Delta h$ (Δh — величина расчетного шага, N — число слоев) из следующего выражения (1):

$$S(t) = \sum_{k=1}^N \frac{e_0 - e_k(t)}{1 + e_0} \Delta z. \quad (18)$$

Подставляя в (18) значение $e_0 - e_k(t)$, определяемое из выражения (7) и произведя некоторые преобразования, для осадки получим следующее соотношение:

$$S(x, t) = \frac{\Delta h}{(1 + e_0)(1 + \xi)} \sum_{k=1}^N \left\{ m_{c,0} [\theta_k^*(t) - 2\gamma_w H_k(t)] + \right. \\ \left. + \frac{A_0(B_0 a^n + 1) \Delta t^m}{2} \sum_{\omega=1}^{\lambda} \left\{ \theta_k^*[(\omega - 1)\Delta t] - 2\gamma_w H_k[(\omega - 1)\Delta t] + \right. \right. \\ \left. \left. + \theta_k^*(\omega \Delta t) - 2\gamma_w H_k(\omega \Delta t) \right\} [(\lambda - \omega)^m - (\lambda - \omega + 1)^m] \right\}. \quad (19)$$

В заключение отметим, что при учете влияния на амплитуду колебаний a как давления от фундамента, так и изменяющегося по глубине толщи давления от массы грунта вместо $a = \text{const}$ будем иметь определяемое из опыта соотношение:

$$a = f(h). \quad (20)$$

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Ա. Լ. ԳՈՂԻԻՆ, Ս. Ռ. ՄԵՍՅԱՆ, Գ. Յ. ՌՈՒՍՍԱՄՅԱՆ

Ձրահագեցվող կավային բնահողի վիրրոկոնսոլիդացիայի հարթ խնդիրը

Դիտված խնդրում բնահողի կմախքը ենթարկվում է վիրրոսողքի, որի շափը ներկայացված է ստատիկ սողքի շափի և ամպլիտուդային ֆունկցիայի արտադրյալի տեսքով, ընդունելով կորերի նմանություն սկզբունքը: Ստատիկ սողքի շափի նկարագրման համար ընդունված է աստիճանային ֆունկցիա:

Ստացված հիմնական հավասարումը ներկայացված է վերջավոր աճերի տեսքով արտահայտված ճնշման ֆունկցիայով: Օգտագործված են սովորական սկզբնական և եզրային պայմաններ:

Ստացված է շերտի տևական նստվածքը որոշելու բանաձևը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ В. А. Флорин, Основы механики грунтов. Т. 2. Стройиздат, Л.—М., 1961.
² С. Р. Месчян, Механические свойства грунтов и лабораторные методы их определения, Недра, М., 1974.